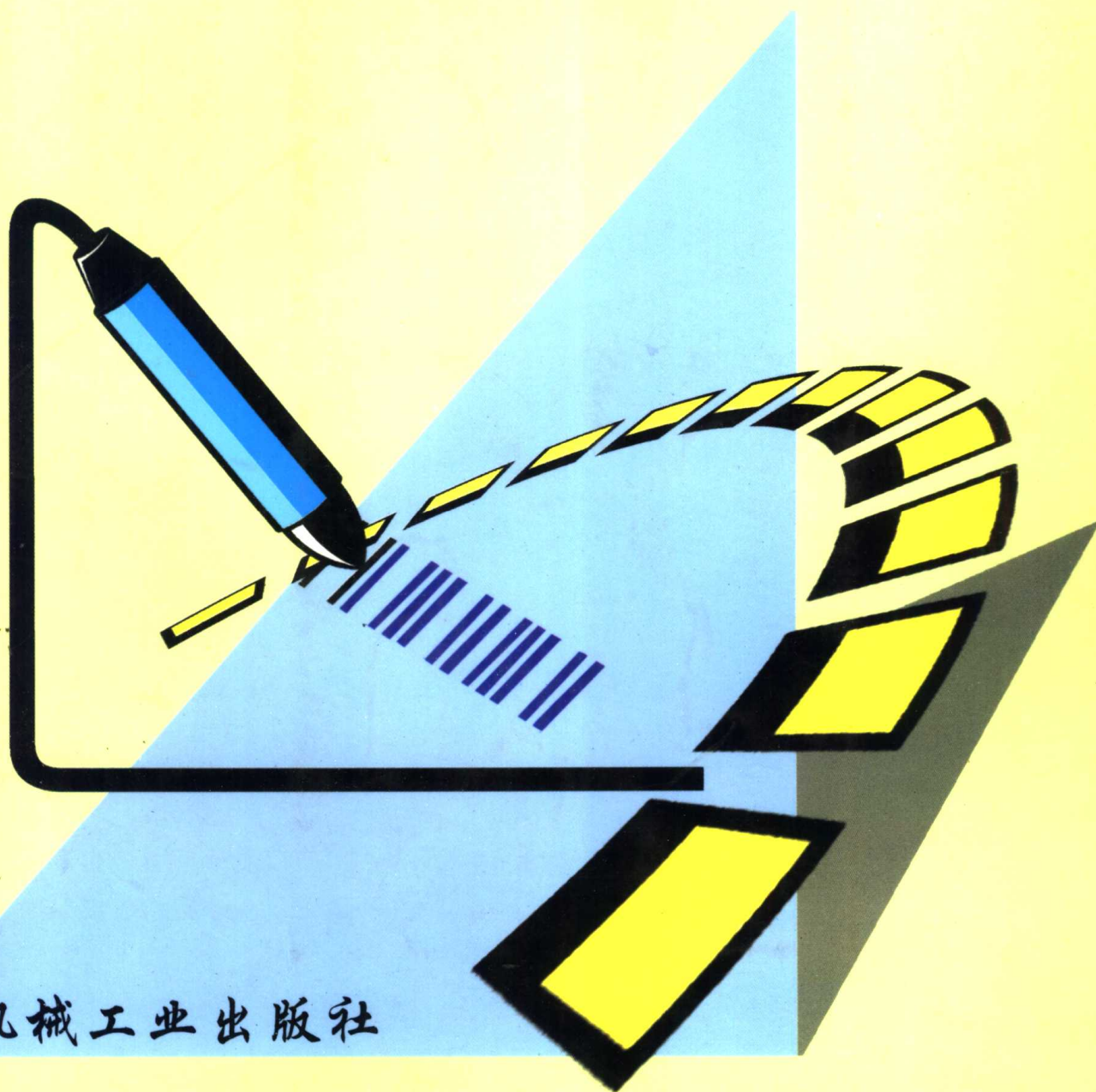


高 / 等 / 学 / 校 / 教 / 材

画法几何学

合肥工业大学工程图学教研室 编



机械工业出版社

高等学校教材

画法几何学

合肥工业大学工程图学教研室 编



机械工业出版社

本书是根据高等工业学校《画法几何及机械制图课程教学基本要求》(机械类 120~150 学时)的精神编写的,可供机械类各专业使用。

本书内容有:绪论,点,直线,平面,直线与平面、平面与平面的相对位置,投影变换,曲线和曲面,立体,平面与立体相交,立体与立体相交,立体表面展开和轴测图共十二章。

本书除作为高等工业学校机械类各专业《画法几何学》课程教材外,也可作为职工业余大学、函授大学、电视广播大学有关专业教材和科技人员、自学人员参考书。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何学/合肥工业大学工程图学教研室编. - 北京:机械工业出版社, 1999.3

高等学校教材

ISBN 7-111-07061-6

I. 画… II. 合… III. 画法几何—高等学校教材 IV. 0185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 04629 号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:余茂祚 版式设计:霍永明 责任校对:韩 晶

封面设计:海之帆 责任印制:路 琳

北京市密云县印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1999 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm¹/₁₆·10 印张·236 千字

0 001—6 000 册

定价:16.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68993821、68326677-2527

前 言

本书是根据“高等工业学校《画法几何及机械制图课程教学基本要求》”(机械类 120~150 学时)的精神编写的,适用于机械类各种专业的画法几何教学,也可以作土建类专业教学参考。与本书配合的教材除《画法几何习题集》外,还有《机械制图》及《机械制图习题集》,均由机械工业出版社出版。

本书依据投影原理,运用几何抽象的方法,深入浅出地阐述图示法和图解法,为工程图样“物-图”转换提供了理论基础和基本方法。旨在培养学生的空间思维能力,锻炼提高分析和解决空间几何问题的能力。

本书内容安排合理,方便教学,有利自学,贯彻“少而精”,又考虑其理论的完整性,有些内容可根据专业需要进行取舍。全书共分十二章,包括:绪论,点、线、面的投影,投影变换,曲线和曲面,立体,平面与立体相交,立体与立体相交,展开图和轴测投影图。

在内容分析,图例选择等方面,吸收了国内外同类教材的精华及我校多年的教学经验,紧扣原理,引导思维,由浅入深,由详到略,循序渐进,突出重点,融化难点。凡属容易的内容,尽量简明扼要;凡属可能自学的内容则略微详细;凡属初次出现或重点难点的内容,一般附有直观图,以便学生了解空间状况,借此建立立体感;部分例题插图,将已知条件和作图过程分开,有利于学生复习时再练一遍。

本书由王永智、杨永跃主编。参加编写的有:斯剑虹(第一章、第二章、第六章),杨晓东(第三章、第四章、第五章),杨永跃(第八章、第九章、第十章),王永智(第七章、第十一章、第十二章)。

全书由李学京、潘陆桃审核。成书过程中得到机械工业出版社、安徽省工程图学会和合肥工业大学教材科的大力支持及帮助,谨此深表感谢。

由于编者水平所限,书中难免有缺点和错误,恳请读者批评指正。

编 者

目 录

前 言		
第一章 绪论	1	
第一节 画法几何学研究对象、 任务和目的	1	
第二节 学习方法	1	
第三节 投影法	2	
思考题	5	
第二章 点	6	
第一节 点在两投影体系中的 投影	6	
第二节 点在三投影体系中的 投影	8	
第三节 两点的相对位置和 重影点	10	
思考题	12	
第三章 直线	13	
第一节 直线的投影	13	
第二节 各种位置的直线	13	
第三节 一般位置直线的实长及 倾角	16	
第四节 属于直线的点	18	
第五节 两直线的相对位置	20	
第六节 直角投影定理	23	
思考题	24	
第四章 平面	25	
第一节 平面的表示法	25	
第二节 各种位置平面	27	
第三节 属于平面的点和直线	29	
思考题	33	
第五章 直线与平面、平面与平面的 相对位置	34	
第一节 直线与平面、平面与平面 平行	34	
第二节 直线与平面相交、两平面 相交	36	
第三节 直线与平面垂直、两平面 垂直	40	
第四节 点、线、面的综合 作图题	42	
思考题	46	
第六章 投影变换	47	
第一节 换面法	47	
第二节 旋转法	60	
思考题	71	
第七章 曲线和曲面	72	
第一节 曲线	72	
第二节 圆的投影	73	
第三节 曲面的概述	75	
第四节 直线面	76	
第五节 曲线面	81	
第六节 螺旋线和螺旋面	84	
第七节 曲面的切平面	89	
思考题	91	
第八章 立体	92	
第一节 平面立体	92	
第二节 回转体	95	
思考题	100	
第九章 平面与立体相交	102	
第一节 平面与平面立体相交	102	
第二节 平面与曲面立体相交	104	
第三节 平面与组合体相交	109	
思考题	111	
第十章 立体与立体相交	112	
第一节 概述	112	
第二节 直线与曲面立体相交	112	
第三节 平面立体与曲面立体 相交	114	
第四节 曲面立体与曲面立体 相交	116	
第五节 复合相贯线	124	
思考题	126	
第十一章 立体表面展开	128	
第一节 平面立体的表面展开	128	
第二节 曲面立体的表面展开	131	

第三节	变形接头的表面展开	136	第二节	正轴测图原理	140
思考题		138	第三节	正等测图的画法	145
第十二章	轴测图	139	第四节	斜轴测图	150
第一节	轴测图的基本知识	139	思考题		151

第一章 绪 论

第一节 画法几何学研究对象、任务和目的

一、画法几何学研究对象

人类在长期的生产实践中，常需要将存在着的或想象中的空间物体，如机器、建筑物等表示出来。用语言或文字很难说清楚，需要用图样来表示。画法几何学就是研究如何在平面上图示空间物体和图解空间几何问题的一门学科。因平面为二维，空间为三维，所以画法几何学也是研究二维和三维转换的学科，它为正确地图解空间几何问题提供了理论基础、为用平面图样完整地表达出空间工程物体，提供了理论依据。

二、任务和目的

工程上使用的机械图、建筑图、水利图、施工图等以及商业上使用的广告图，都是用画法几何学的原理和作图方法绘制的。有了这些图，人们才能进行工程设计、产品生产、科学研究、技术交流、广告宣传等，所以，图被喻为“工程界的语言”，是人们交流技术思想和进行各种生产活动的重要工具。它的重要性就在于，一个工程技术人员，如果不能熟练掌握它，是无法胜任工程设计和科研工作的。

学习画法几何学的任务和目的主要有以下几点：

- (1) 学习平行投影的基本理论，特别是正投影法的原理和应用。
- (2) 学习用平面图形表达空间几何形体的图示法。
- (3) 熟练掌握空间几何元素的定位问题（平行、相交、从属关系等）和度量问题（距离、角度、实形等）的图解法。
- (4) 培养空间逻辑思维和空间想象能力。
- (5) 培养耐心细致的工作作风和认真负责的工作态度。

第二节 学习方法

画法几何学的理论具有完整性和系统性，它的课程学习有一个鲜明的特点：用作图来培养空间逻辑思维和想象能力。即在学习的过程中，始终必须将平面上的投影与想象的空间几何元素结合起来。这种平面投影分析与空间形体想象的结合，是二维思维与三维思维间的转换。而这种转换能力的培养，只能逐步做到。因此，要学好这门课程，必须针对这个特点，做到以下几点：

- (1) 听课是学习课程内容的重要手段。课程中各章节的概念和难点，通过教师在课堂上形象地讲授，容易理解和接受。
- (2) 本课程实践性较强，必须认真地解题，及时完成一定数量的练习题。作图的过程是实现空间思维分析的过程，也是培养空间逻辑思维和想象能力的过程。只有通过解题、作图，才能检验是否真正地掌握了课堂上所学的内容。

(3) 密切联系与本课程有关的初等几何知识, 着重训练二维与三维的图示和图解的相互转换。

(4) 由于画法几何独特的投影描述, 常表现为重叠的图线, 因而做题时的空间逻辑思维过程, 无法一目了然地表现出来, 时间久了很难回忆起, 容易忘记。建议解题时, 用文字将步骤记录下来, 对照复习, 这样才能温故知新, 熟练掌握所学的内容。

第三节 投 影 法

一、投影法的基本知识

在日常生活中, 灯光和阳光照射物体时, 会在地面、墙面上产生影子。人们把这种投影现象加以抽象, 总结出投影理论后, 用以解决物和图的转换问题。

1. 中心投影

图 1-1 所示, 设空间有电灯、三角板 ABC 和一平面 P 。灯光照射被投影物 (三角板) ABC 在 P 平面上留下影子 abc 。我们称 S 为投射中心、 P 为投影面、 ABC 为被投影的空间物体。光源、被投影物和投影平面是进行投影时不可缺少的条件, 通常称为投影三要素。上述现象可抽象为经 S 和 A 、 B 、 C 各作一条直线 SA 、 SB 、 SC (SA 、 SB 、 SC 称为投射线), 与 P 平面分别交于 a 、 b 、 c 三点。 a 、 b 、 c 三点就是空间 A 、 B 、 C 三点在 P 平面上的投影。这种投射线都通过投影中心 S 的投影, 称为中心投影。同时规定, 空间点用大写字母表示, 投影点用同名称的小写字母表示。

2. 平行投影

将中心投影中的投影中心 S 移向无穷远, 则投射线相互平行。这种投射线相互平行的投影, 称为平行投影。平行投影又分为斜投影和正投影, 前者投射线与投影面倾斜 (图 1-2), 后者投射线与投影面垂直 (图 1-3)。

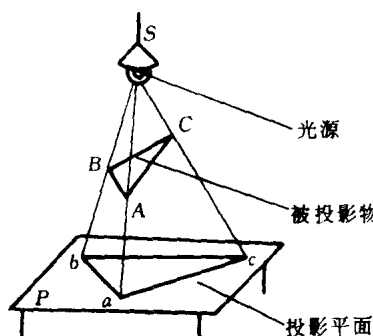


图 1-1 中心投影

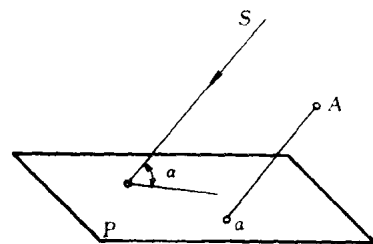


图 1-2 斜投影

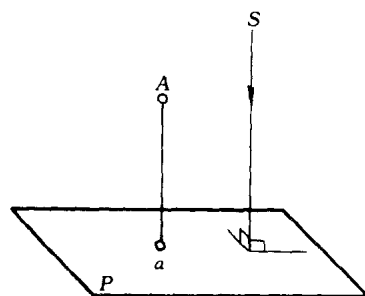


图 1-3 正投影

投射线相互平行、且都垂直于投影面的投影称为正投影, 它被广泛地用作为工程上“物-图”转换的工具。

二、投影特性

既然用投影法来解决转换的问题, 就必须研究空间几何元素在投影过程中的一些不变的性质, 其称为投影特性。这里主要以正投影为例, 说明中心投影和平行投影在特定的条件下

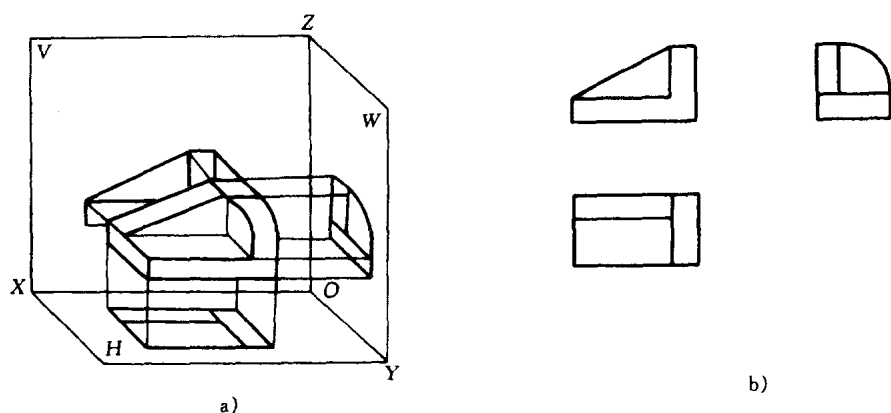


图 1-6 多面正投影图

a) 原理图 b) 三视图

2. 轴测图

轴测投影法，是用平行投影对几何形体以及确定该几何形体的直角坐标（直角坐标与投影面的位置有一定的要求）投影到一个投影面上，所得到的投影图，称为轴测图，图 1-7 表示机械工程上常用的轴测图。它的优点是直观性较好，但度量性差，作图较繁。因此，在工程上常用作插图，以弥补多面正投影图直观性差的缺点。

3. 透视图

透视图是根据中心投影法绘制的，它和人的眼睛实际看到的形象一样，所以图的立体感较强。但由于不能真实地度量出物体的大小且作图繁琐，目前多在建筑工程上使用（图 1-8）。

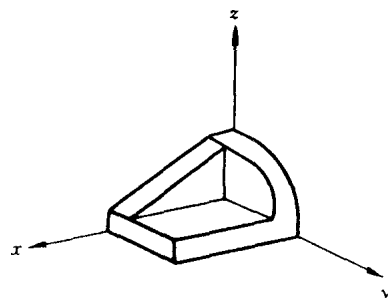


图 1-7 轴测图

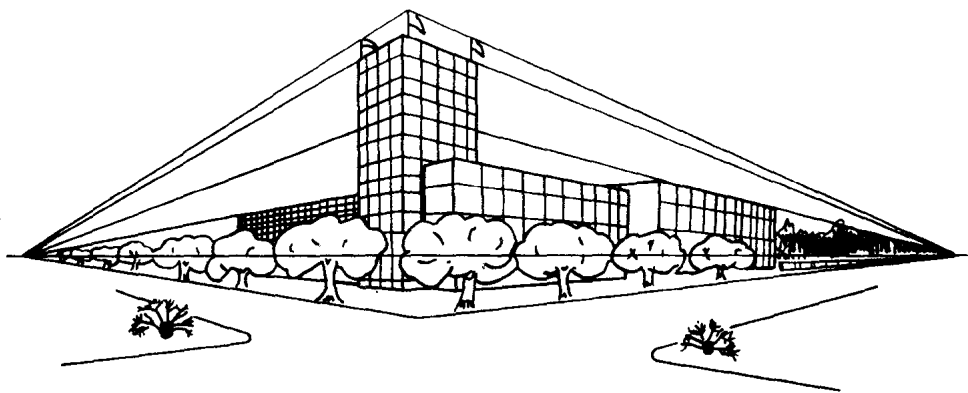


图 1-8 街景的透视图

4. 标高投影图

用正投影将物体投影在一个水平面上并标出等高线的图，称为标高投影图。这种图常用在地图和土建工程中，用以表示地形和土工结构（图 1-9）。

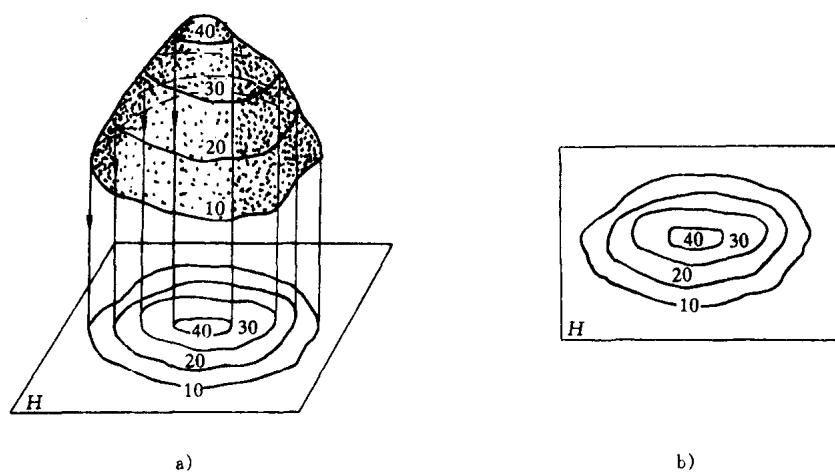


图 1-9 标高投影图

a) 投影原理 b) 标高投影图

思考题

1. 学习画法几何的任务和目的是什么？
2. 工程图样中，采用哪些投影法？分别用在何种图样中？其主要优点是什么？
3. 为什么点的一个投影不能确定其空间位置？如何解决？
4. 正投影特性有哪些？各种投影是否都有这些特性？

第二章 点

由于空间物体各种各样,不可能逐一研究。而任何几何形体都可看成是由面围成的,面是由线构成的,线是由点组成的。因此,要研究空间物体在正投影法中的投影规律,必须从研究点开始。点的投影原理,是其它几何元素(线、面、体)在正投影法中投影原理的基础。

第一节 点在两面投影体系中的投影

一、两投影面体系的建立

两投影面体系,是由相互垂直的两个面组成。水平放置的称为水平投影面 H 、垂直放置的称为正面投影面 V 。两投影面的交线 OX 称为投影轴(简称 OX 轴)。投影轴 OX 将 V 面分为上下两半,将 H 面分为前后两半,如图 2-1 所示。

两投影面体系将空间分为四个区域:分别称为第 I 分角(V 面前方, H 面上方);第 II 分角(V 面后方, H 面上方);第 III 分角(V 面后方, H 面下方);第 IV 分角(V 面前方, H 面下方)。下面着重讨论第 I 分角中点的投影。

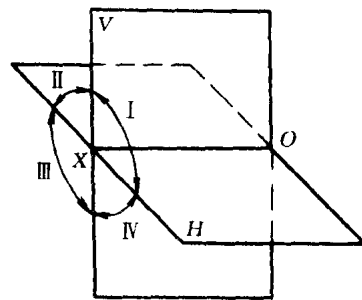


图 2-1 两投影面体系

二、点在两投影面体系第 I 分角(简称 V/H 体系)的投影

图 2-2 所示,设空间有一点 A ,从 A 点分别向 H 面和 V 面作垂线,得到水平投影 a 和正面投影 a' 。反之,由投影 a 和 a' 完全可以确定 A 点在空间的原来位置。只要从 a 和 a' 分别作 H 和 V 面的垂线,它们的交点便是 A 点在 V/H 体系中的空间位置。

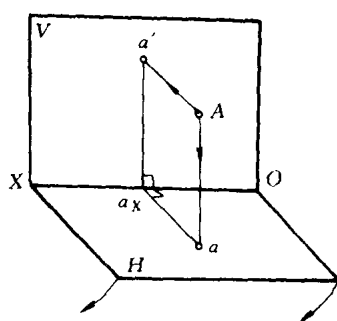
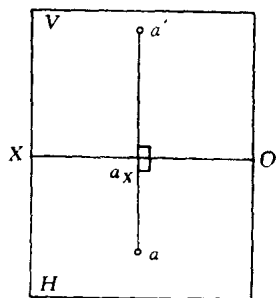
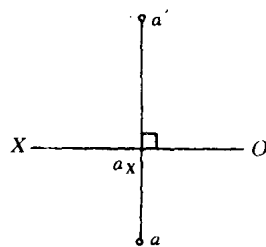


图 2-2 点的两面投影直观图



a)



b)

图 2-3 点的两面投影图

为使两个投影 a 和 a' 画在一个平面上,画法几何学上规定:将 H 面绕 OX 轴、按图 2-2 中所示箭头的方向旋转 90° ,使 H 面与 V 面重合成一个平面(图 2-3a)。由于投影面可以认为

是无限的, 故在投影图上不画出它的边框线, 这样便得到图 2-3b 所示的点的两面投影图。OX 轴也可看成是 V 面在 H 投影面上的积聚性投影, 反之, OX 轴也可看成是 H 面在 V 投影面上的积聚性投影。投影图上的细实线 $a'a$ 称为投影连线, 投影连线与投影轴的交点称为 a_X 。

三、点的两面投影规律

(1) 点的正面投影与水平投影的连线垂直于 OX 轴: $a'a \perp OX$; 图 2-2 所示, 因投射射线 Aa 和 Aa' 组成的平面 Aaa_Xa' 垂直于 H 面和 V 面, 也垂直于 H 面和 V 面的交线 OX 轴, 故平面 Aaa_Xa' 上的直线 aa_X 和 $a'a_X$ 垂直于 OX 轴, 即 $aa_X \perp OX$ 和 $a'a_X \perp OX$ 。当 a 随着 H 面旋转与 V 面重合时, $aa_X \perp OX$ 的关系不变。因此, 在投影图上 a 、 a_X 、 a' 三点共线, 即 $a'a \perp OX$ (图 2-3)。

(2) 点的正面投影到 OX 轴的距离等于点到 H 投影面的距离: $a'a_X = Aa$; 点的水平投影到 OX 轴的距离等于点到 V 投影面的距离: $aa_X = Aa'$ 。

四、其它分角内点的投影

位于两面投影体系中第 II、III、IV 分角内的点向 V、H 面投影的作图过程与第 I 分角内的情况一样, 只是点的正面投影可能在 V 面的上半部或下半部; 点的水平投影可能在 H 面的前半部或后半部 (以 OX 轴为分界), 如图 2-4a。

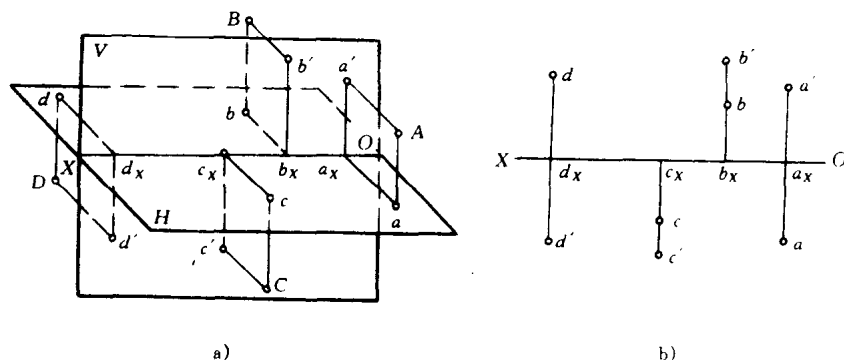


图 2-4 各分角点的投影

当 H 面绕 OX 轴向下旋转 90° 时其前半部与 V 面的下半部重合, 后半部与 V 面的上半部重合。故位于 III、IV 分角内的点其正面投影在 OX 轴的下方, 位于 I、II 分角内的点其正面投影在 OX 轴的上方, 如投影图 2-4b。

对照图 2-4, 点在各分角内两面投影的位置见表 2-1。

表 2-1 点在各分角内两面投影的位置

分 角	I	II	III	IV
点的正面投影	OX 的上方	OX 的上方	OX 的下方	OX 的下方
点的水平投影	OX 的下方	OX 的上方	OX 的上方	OX 的下方

简称 I、III 分角点投影在两侧, II、IV 分角点投影靠一边。

应当注意: 位于各分角内点的两面投影其连线总是垂直 OX 轴, 且投影点到 OX 轴之距分别反映空间点到对应投影面的距离。

第二节 点在三面投影体系中的投影

一、三面投影体系的建立

三面投影体系，是在二面投影体系的基础上，增加一个与 H 、 V 面均相互垂直的 W 投影面（侧面投影面）， H 面与 W 面的交线称为 OY 投影轴， V 面与 W 面的交线称为 OZ 投影轴（图 2-5a）。三面投影体系将空间分为八个分角，分别称为第 I 到第 VIII 分角。下面只讨论第 I 分角（国家标准规定我国使用第一分角）。

第 I 分角如图 2-5b 所示。

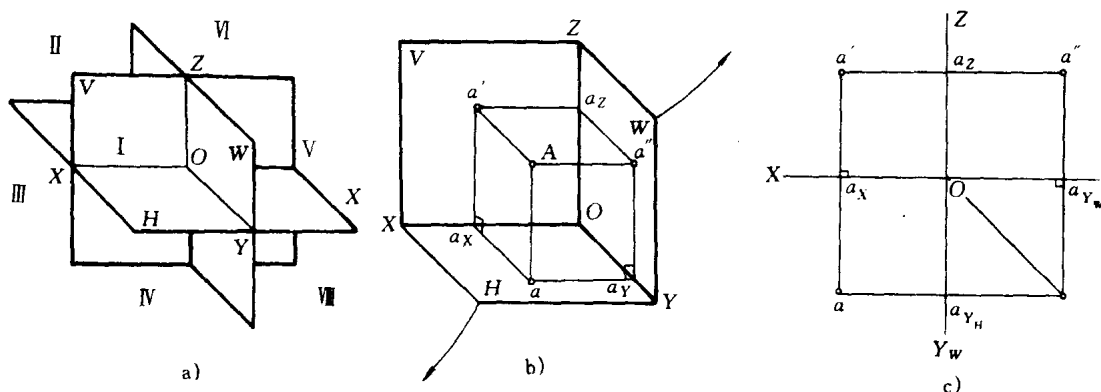


图 2-5 三面投影体系及其点的投影

a) 八个分角 b) 第 I 分角 c) 点的投影

二、点在三面投影体系中的投影

设空间有一点 A ，从 A 点分别向 H 面、 V 面和 W 面作垂线，得到的交点 a 、 a' 、 a'' 分别称为 A 点的水平投影、正面投影和侧面投影（图 2-5b）。反之，由投影 a 、 a' 和 a'' 完全可以确定 A 点在空间的原来位置。只要从 a 、 a' 和 a'' 分别作 H 、 V 和 W 面的垂线，三条垂线的交点便是 A 点在所给三面投影体系中的空间位置（图 2-5b）。

为使三个投影 a 、 a' 和 a'' 画在一个平面上，画法几何学上规定： V 面不动，投影轴 OY 分成两支 Y_H 、 Y_W ，分别随 H 、 W 面按图 2-5b 中箭头所示的方向绕 OX 和 OZ 轴旋转 90° 。这样， H 、 V 和 W 面便重合成一个平面（图 2-5c）。去线框得到空间点 A 在三面投影体系中的投影（ a 、 a' 、 a'' ），投影图上的细实线 $a'a''$ 与投影轴的交点称为 a_z （ a_Y 因展开而分成两个 a_{Y_H} 、 a_{Y_W} ）。

三、点在三面投影体系中的投影规律

根据三个投影面的展开方式，点在两面投影体系中的投影规律同样适用于三面投影体系。从图 2-5 分析可知，点在三面投影体系中的投影规律为：

- (1) 点的每两个投影之间的连线，必定垂直于相应的投影轴： $a'a \perp OX$ 、 $a'a'' \perp OZ$ 。
- (2) 点的投影到投影轴的距离等于点到相邻投影面的距离： $Aa = a'a_X = a_{Y_W}a''$ 、 $Aa' = aa_X = a_Za''$ 、 $Aa'' = a'a_Z = aa_{Y_H}$ 。

利用点在三面投影体系中的投影规律，根据点的两面投影，能求出点的第三面投影（简

称为二求三)。

例 2-1 已知点的正面投影 a' 和水平投影 a (图 2-6a), 试求点的侧面投影 a'' 。

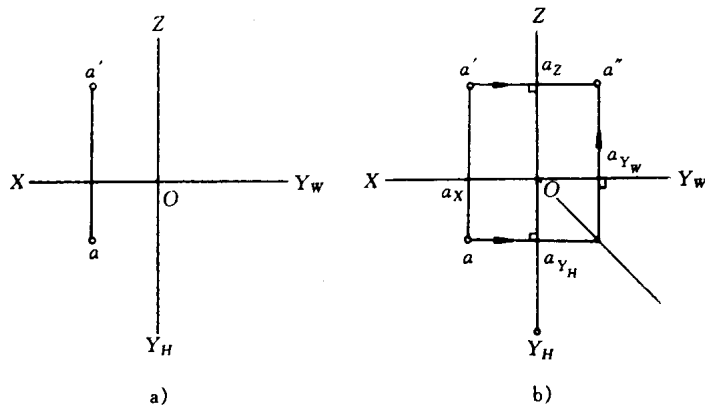


图 2-6 点的二求三

a) 题目 b) 作图

【解】 步骤如下 (图 2-6b):

(1) 作直线 $a'a'' \perp OZ$ 。

(2) 作 45° 直线平分 $\angle YOY_H$ 。

(3) 过 a 作直线垂直于 OY_H 并与 45° 直线交于一点, 过此点作垂直于 OY_W 轴的直线, 并与 $a'a_z$ 的延长线交于 a'' ($aa_X = a''a_Z$)。 a'' 即为所求。

四、点的三面投影和直角坐标

若将三面投影体系当作直角坐标系 (笛卡尔坐标), 则投影面为坐标面, 投影轴为坐标轴, 原点 O 为坐标原点, 其将每一坐标轴分成正负两部分, 正方向如图 2-7a 所示。因此, 空间一点 A 到三个投影面的距离便可分别用它的直角坐标 X 、 Y 、 Z 表示。在投影图上, A 点的三个投影 a 、 a' 和 a'' 也完全可以用坐标确定, 即水平投影 a 可由 X 、 Y 确定, 正面投影 a' 可由 X 、 Z 确定, 侧面投影 a'' 可由 Y 、 Z 确定, 如图 2-7b 所示, 可写成 $a(X, Y, 0)$, $a'(X, 0, Z)$, $a''(0, Y, Z)$ 。这样就建立了空间点 $A(X, Y, Z)$ 和其三面投影 $A(a, a', a'')$ 之间的关系。因此可以根据空间点的坐标, 求其三面投影。

例 2-2 已知 A 点的直角坐标 (15、20、25) 单位: mm。求点在三面体系中的投影。

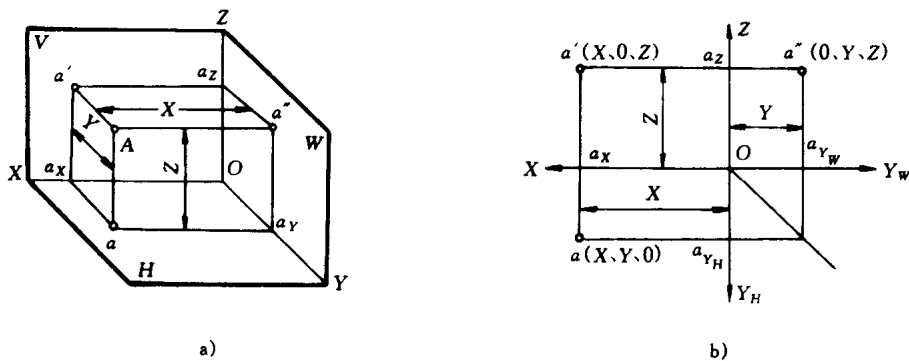


图 2-7 三面投影体系和直角坐标系

【解】 步骤如下

(1) 利用 $X = \alpha_X$, $Y = \alpha_Y$, $Z = \alpha_Z$ 的关系, 分别在 OX 、 OY_H 、 OZ 轴上找到 a_X 、 a_Y 、 a_Z 三点。

(2) 过 a_X 、 a_{Y_H} 、 a_Z 分别作各轴的垂直线, 两两相交于 a 、 a' 、 a'' 三点。 a 、 a' 、 a'' 即为点 A (15、20、25) 在三面体系中的投影 (图 2-8)。

五、特殊位置的点

位于投影面、投影轴、以及原点的点, 称为特殊位置点。对照图 2-9, 不难得出它们的投影特征。

(1) 位于投影面上的点, 必有一坐标值为零, 在该投影面上的投影与本身重合, 另两个投影分别在对应的投影轴上。

(2) 位于投影轴上的点, 必有两坐标值为零, 有两个投影与本身重合, 第三个投影落在原点上。

(3) 原点上的点, 三个投影均与本身重合。

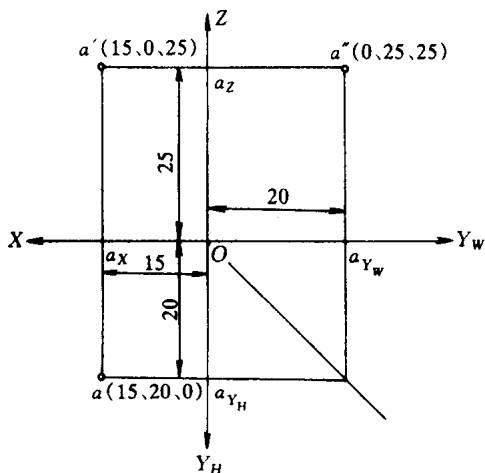


图 2-8 由点的坐标求点的三面投影

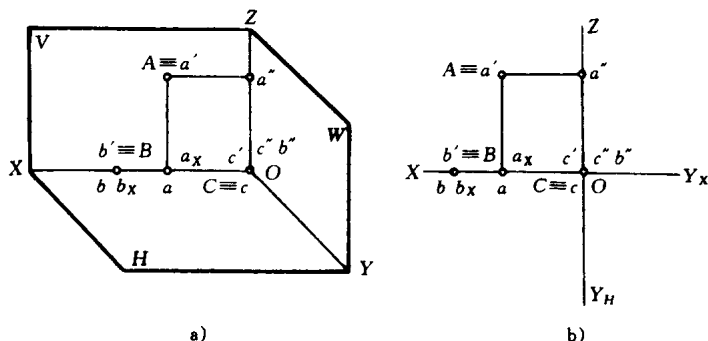


图 2-9 特殊位置点的直观图和投影

a) 直观图 b) 投影图

第三节 两点的相对位置和重影点

一、两点的相对位置

两点的相对位置指它们的上下左右前后之间的关系。

如图 2-10 所示, A 点在 B 点左方、下方、后方; B 点在 A 点右方、上方、前方。它们的正面投影反映两点的左右及上下关系; 水平投影反映两点的前后及左右关系; 侧面投影反映两点的上下及前后关系。由此得出结论:

- (1) 两点间的左右关系由 H 面或 V 面投影来判断, X 坐标值大的那点在左。
- (2) 两点间的前后关系由 H 面或 W 面投影来判断, Y 坐标值大的那点在前。
- (3) 两点间的上下关系由 V 面或 W 面投影来判断, Z 坐标值大的那点在上。

例 2-3 已知 B 点的三面投影, 图 2-11a 所示, B 点在 A 点之左 10mm、之后 15mm、之下 5mm。求 A 点的三面投影。

【解】 步骤如下

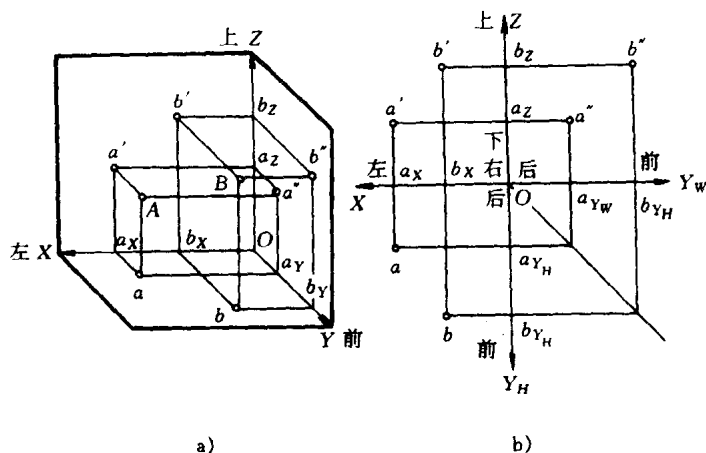


图 2-10 两点的相对位置

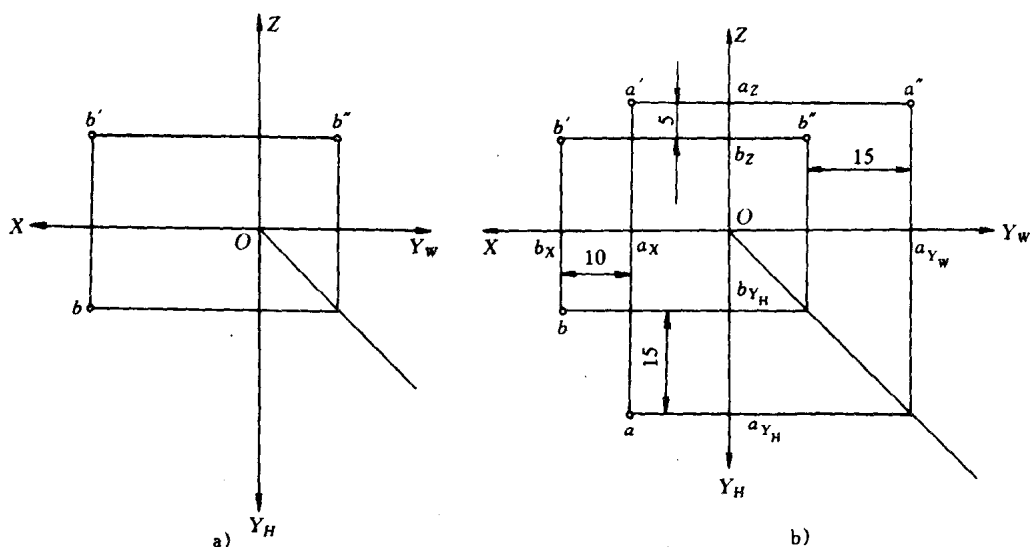


图 2-11 由点的投影求相关点的投影

a) 题目 b) 作图

(1) 过 b_X 沿 OX 轴向右量取 10mm 得 a_X , 过 b_{Y_H} 沿 OY_H 轴向下量取 15mm 得 a_{Y_H} , 过 b_Z 沿 OZ 轴向上量取 5mm 得 a_Z 。

(2) 过 a_X 、 a_{Y_H} 、 a_Z 分别作各轴的垂直线, 两两相交于 a 、 a' 、 a'' 三点。 a 、 a' 、 a'' 即为 A 点的三面投影。

二、重影点及可见性

若两点位于同一个投影面的同一条投射线上, 则它们在该投影面上的投影必重合。这样的投影点称为对该投影面的重影点。两点的该投影重合, 在投影方向上必存在着有一点可见而另一点不可见的问题 (图 2-12a)。那么, 在投影图上若需判断, 应将不可见点的投影加圆括号以示区别 (图 2-12b)。需提醒的是只能一个投影重合。其判别原则如下:

(1) 若两点的水平投影重合, 称为对 H 面的重影点, Z 坐标值大者为可见, 如 $a(c)$ 。