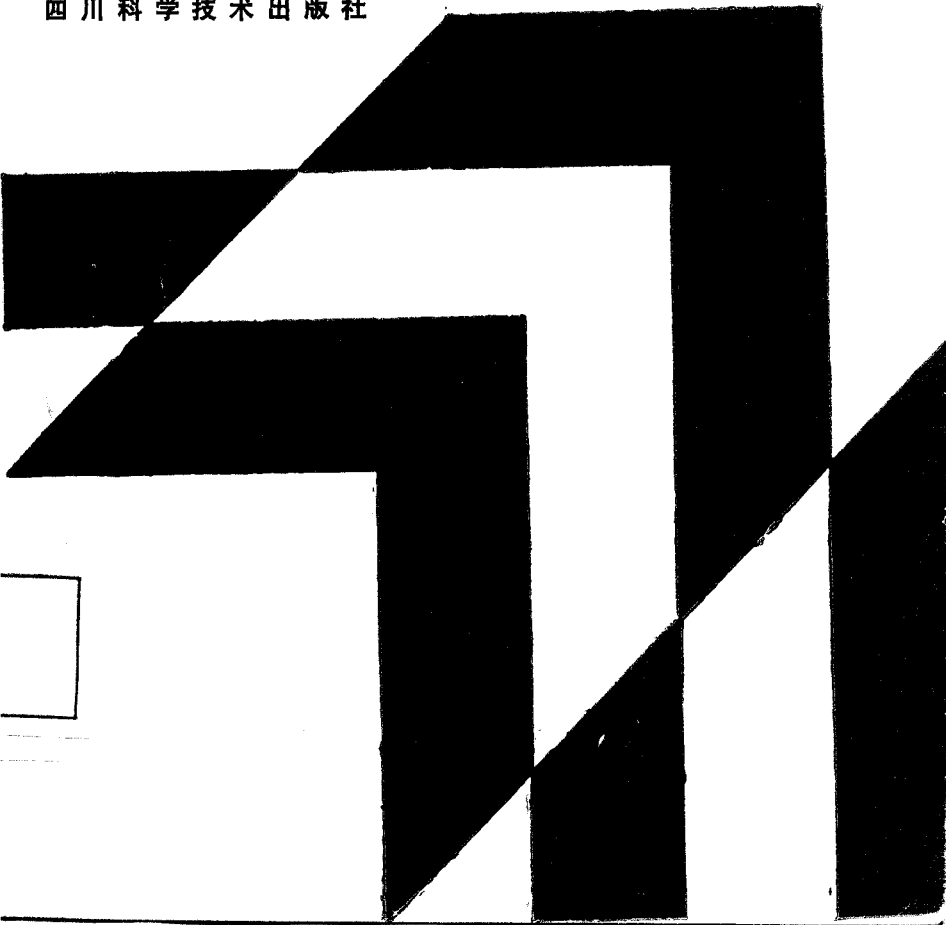


财经人员 实用数学方法

〔美〕萨尔基斯·J·孔里 著
托伦斯·D·帕森斯
罗世勋 译

四川科学技术出版社



责任编辑：崔泽海 罗孝昌

封面设计：文小牛

版面设计：李明德

财经人员实用数学方法

出版：四川科学技术出版社

印刷：内江新华印刷厂

发行：四川省新华书店

开本：787×1092毫米 1/32

印张：12.25 插页：1

字数：271 千

印数：1—4,000

版次：1986年1月第一版

印次：1986年1月第一次印刷

书号：4298·17

定价：2.10 元

译者前言

本书主要讲述适合现代财经工作需要的基本数学方法，着重点完全放在如何应用上。

为此，作者确定的读者对象，不仅是财经院校的高年级学生，而且还面向财经院校以外的财经工作者。从这点出发，本书处处都替读者着想：想象他缺乏广泛的数学基础，但有从事财经工作的志趣和经验，因而可以借助理解能力，了解人类智力如何运用数学方法寻找观念世界和现象世界的联系。从中学会用理性的方法去分析和处理自己经历的感性材料，进而建立起符合客观实际的数学模型，最大限度地提高财政经济效益。

正是这样，本书的特点可以说是：强调以实际应用为主，以大量的实例介绍经过选择的基本概念和运算公式。给读者的尽可能是简明易懂的具体见解和步骤，而避免采用严格定义和繁难论证。举例循序渐进，从简到繁，让读者对于初学的知识饶有兴味，容易接受。

诚如作者在序中所说，本书第六章可能超出某些读者力所能及的范围，但不管怎样，还是努力设法使数学难度保持在绝对最低水平。总之，对于基础不同的读者，从本书都可得到这样的启示：学习数学方法，入门既不难，深造也是办

得到的。两者相辅相成，关键在于学而不厌，锲而不舍。本书毕竟不同于通俗的科学书籍，读者难免会有困难，然而学习的愉快和进步，必在于克服困难本身。

全书共分六章：(1)数理财政和经济的性质；(2)价值数学；(3)线性代数；(4)线性规划；(5)对策论；(6)非线性最优化。各章按逻辑次序有一定的相依关系，除在讲述中已注意衔接外，基本上可以互不涉及，各自独立。第六章重点在应用广泛详尽的例题——跨国银行业务，说明对于数学模型中的变量及其相互之间的关系要有透彻的了解，才会导致求解的所有适当步骤。虽然有一定的难度，但是说理和立式是完全可以接受的。当然，数学方法免不了要运用许多标志符号，切莫因此望而止步。“欲穷千里目，更上一层楼。”在学习数学方法上，正需要有这种攀登的精神。

本书是财经院校师生的一本相宜的教科书。对于已经从事财经工作的广大业务人员，是一本适于自修提高的读物。

限于译者水平，错误、缺点在所难免，请读者批评、指正。

译者 一九八四年十月

序

财政和经济对数学模型的日益依赖，使得学生有必要少了解某些数学方法。然而，许多应用数学教科书的高度技术性，常使学生失掉信心，利用定量方法作为使业务问题概念化和求解业务问题的手段。

本书试图给读者介绍适合管理人员和财经工作者需要的基本数学知识，而避免不必要的技术细节的累赘。因此，重点几乎完全放在“如何应用”上，而不是数学的证明。我们的经验表明，用例题教学是将本书内容传授给读者的最有效方法。

我们并不期望使用本书的读者具有广泛的数学基础，然而，需要有初等微积分和统计学导论的知识。因此，我们相信按大学本科商业和经济教学大纲学习的三、四年级学生，或按本科教学大纲范围学习的研究生最适合阅读本书。

关于本书的结构，我们注意到：第三章的颇大部分（特别是节3.5）为阅读第四章所必需；第五章，除利用线性规划法解矩阵对策以外，基本上与第四章无关；第六章比其他各章需要读者有更多的数学经验，可能超出某些读者力所能及的范围，但不管怎样，我们还是努力设法使数学难度保持在绝对最低水平。

各章末的习题预定不仅用以说明本书提出的方法，而且用以引进其他应用方法。

应该看到，在第三章到第六章(节6.5除外)，我们普遍使用大写字母表示矩阵和向量。这条规则有两个例外：(1)大写字母K和P始终用以表示线性程序的成本和利润目标函数；(2)小写字母P和q在第五章用以表示概率向量。

我们建议使用本书的教师，尽量按本书的顺序讨论所有的课题。各章除了上述相依关系之外，可以互不涉及。

我们希望本书内容的处理，将不仅会有益于商业和经济的本科大学生，而且有益于大专院校以外的读者。

萨尔基斯·J·孔里
托伦斯·D·帕森斯

目 录

序

第一章 数理财政和经济的性质	1
1.1 数学模型	1
1.2 数学模型的组成部分	1
1.3 财政理论	2
1.4 财政理论—更仔细的研究	6
1.5 经济理论	12
1.6 经济理论—更仔细的研究	13
1.7 后面各章的预习	16
第二章 价值数学	17
2.1 单 利	17
2.2 利率的组成部分	17
2.3 利息计算	18
2.4 其他计算	19
2.5 复利计算	19
2.5.1 计息周期不是1年的复利本利和值	21
2.5.2 复利计算：连续情况	22
2.6 利息贴现	23
2.6.1 连续贴现	24
2.7 年金	24
2.7.1 年金的类型	25
2.7.2 年金的未来值	25

2.7.3 年金的现值	27
2.7.4 其他有关年金的课题	34
2.8 “78s定则”	38
2.9 债券价值	39
2.9.1 到期偿还债券	39
2.9.2 永久债券	44
2.9.3 到期日收益率	44
2.9.4 可回收的债券	47
2.9.5 分批还本债券	48
2.9.6 债券持续期间	49
2.10 股票价值	53
2.10.1 不连续情况	53
2.10.2 连续情况	56
2.11 优先股票	57
2.12 财政决策模型—必然情况	58
2.12.1 回收期法	58
2.12.2 净现值 (NPV)	59
2.12.3 内部报酬率 (IRR)	64
2.12.4 NPV与IRR的比较	64
2.12.5 NPV与IRR之间的冲突区	66
2.12.6 NPV和IRR的应用	67
2.12.7 资本预算决策一例	68
2.13 在有风险情况下的投资决策	73
2.13.1 测量风险的指标	73
2.13.2 利用预期值	74
2.13.3 标准差作为风险指标	75
2.13.4 变差系数	81
2.13.5 有价证券投资的影响	81
2.13.6 资本性资产定价模型 (CAPM) 一起源和发展	84

2.13.7 风险调整折现率	93
2.13.8 确定等值	98
2.13.9 计算机模拟—蒙特卡罗法	100
本章附录	113
习题	140
第三章 线性代数	144
3.1 矩阵及其运算	144
3.1.1 特殊类型的矩阵	145
3.1.2 矩阵表值和的符号	148
3.1.3 矩阵便于组织数据和理解现象: 投入产出分析	149
3.1.4 加法, 纯量乘法和减法	152
3.1.5 矩阵按对应表值逐个相乘的积和点积	153
3.1.6 矩阵的转置	155
3.1.7 两个矩阵的积	156
3.1.8 总例题	162
3.1.9 矩阵计算	166
3.1.10 线性相关	173
3.1.11 矩阵的秩	173
3.2 线性方程组	174
3.2.1 用行运算解线性方程组	175
3.2.2 消去法和代入法	183
3.3 逆矩阵	186
3.3.1 逆矩阵的计算	186
3.3.2 逆矩阵的性质	191
3.4 行列式	191
3.4.1 子式, 行列式的一般定义	192
3.4.2 行列式的有效计算	196
3.4.3 行列式的性质	197
3.4.4 克莱姆法则	199

3.4.5 特征向量和特征值	200
3.4.6 矩阵的对角化	206
3.5 表和旋转	209
3.5.1 表	209
3.5.2 枢轴运算	212
习题	217
第四章 线性规划	223
4.1 线性规划模型：若干例题	224
4.2 线性程序的图解法	233
4.3 松弛变量和简单不等式	238
4.4 对偶表	240
4.5 标准型	248
4.6 对偶的解释	252
4.6.1 解释1（影子价格）	255
4.6.2 解释2（能动性解释）	256
4.6.3 运输问题对偶的解释	257
4.7 单纯形法	258
4.7.1 单纯形法步骤	260
4.8 得到极大化基本可行表	267
4.8.1 单纯形法预先步骤	268
4.9 线性程序的对偶定理	272
4.10 资本预算中线性规划的应用	274
习题	276
第五章 对策论	283
5.1 矩阵对策	284
5.2 合理性假定	285
5.3 混合策略	289
5.4 冯·纽曼极小化极大定理	292
5.5 纯策略和鞍点	297

5.6 优势：回到合理性	300
5.7 解 2×2 矩阵对策，快速法	304
5.8 $2 \times n$ 矩阵对策的图解法	305
5.9 用线性规划解矩阵对策	309
5.10 关于合理性和期望值的评述	315
5.11 一般对策论	318
5.11.1 二人零和对策	318
5.11.2 二人常数和对策	319
5.11.3 二人非常数和对策	322
5.11.4 n 人对策	324
习题	326
第六章 非线性最优化	329
6.1 预备步骤	329
6.2 无约束最优化	332
6.3 用方程表示约束最优化和拉格朗日乘子	337
6.4 库恩—塔克条件	349
6.5 库恩—塔克：寻求最优解	365
6.5.1 利润极大化和跨国银行业务	366
6.5.2 结束语	382
习题	383

第一章 数理财政和经济的性质

数学普遍应用于财政理论和经济理论，用以简化叙述，概括和阐明思想，帮助把复杂的论点和关系合成一个系统的知识整体。

在论述各个数学概念以前，我们将提供一个关于财政和经济的展望，既作为对两门学科基本法则的敏捷回顾，又作为用不同数学模型和方法处理财经问题的向导。

1.1 数 学 模 型

财政或经济的数学模型，是现实世界复杂事物的抽象观念。数学模型通过一组变量之间系统的函数关系，预计使现实问题的分析容易。

数学模型（所有模型中最抽象的模型），可以归纳为两种类型：计算模型，以数学结构为基础，得出一般显解或解的范围；分析模型，得出一般最优性条件或平衡条件。本书将讨论这两类数学模型。

1.2 数学模型的组成部分

数学模型的建立，需要按系统的步骤，依次进行：

1. 问题的识别和定义；前提的阐述。
2. 模型假定的陈述。

3.根据研究课题的最新文献，在了解有关环境和问题性质的基础上，识别有关变量。变量类别为局内变量（在系统内——由模型确定），或局外变量（在系统外——不由模型确定），因而类别为应变量或自变量（可控或不可控变量）。

4.建立模型；即，建立变量之间的数学关系。

5.求解模型。

6.利用不同技巧检验由模型导出的方程有效性。

7.结论。

虽然前四个步骤，在第二章开头同净现值（NPV）和内部报酬率（IRR）模型一起，将在某种程度上加以讨论，但主要重点放在求解模型的数学技巧上。

1.3 财 政 理 论

定义1.3.1 财政理论是在世界变化的状况下，研究某一时期和某段时间的资源累计和分配，并力图解释如何通过现有金融和资本市场使资源的分配容易。

财政理论涉及作为继续经营的公司价值的确定，涉及对这种价值有直接和间接影响的因素的识别和分析，涉及对投资机会的估价。此外，财政理论研究资金的取得和最优运用（即，在竞争性投资中资产的分配），研究这些资金对企业公司获利能力和发展的影响，或对非营利社会机构资源利用效率的影响。

作为继续经营的公司的经济价值，正如第二章将详细表明的那样，就是公司在将来产生的收益流的贴现价值。因为法人公司的寿命无定限，其市场价值可由以下模型近似表示。

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} E_t / \prod_{n=1}^t (1 + K_n) \quad (1.3.1)$$

如果所有 K_n 的值相等，则

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} E_t / (1 + K)^t \quad (1.3.2)$$

或者，假定连续贴现，则

$$V = \int_0^{\infty} E_t e^{-Kt} dt \quad (1.3.3)$$

式中， V = 公司的市场价值

K = 适当的贴现因子

t = 时间周期

E_t = 公司在时间周期 t 的现金利润

最优化模型的焦点集中在变量 V ，预期收益流及其决定因素，贴现因子 K 的决定因素。

现已反复证实，在利润和公司价值之间存在着确定而有意义的相互关系。因而，我们将假定企业个体的管理目标，就是利润的极大化。利润函数通常有以下形式：

$$E_t = (P_t Q_t - \sum_i^n f_i X_i - FC - i_t B_t)(1 - T) \quad (1.3.4)$$

式中， E = 公司付息和纳税后的收益额

P = 产品价格

Q = 销售产品单位数

f_i = 投入物资 i 一个单位的价格

X_i = 用于产品生产的投入物资 i 的总单位数

n = 用于生产的投入物资项目总数

FC = 固定成本

i = 公司支付的借入资金平均利率

B = 公司负担的借款总额（杠杆比率），欠无债主的
资金价值

T = 公司税率

这个利润函数的极大化，等于股东—公司业主的财富极大化。

然而，这种利润极大化并不常有。公司受到许多限制其利润潜力的约束。这些约束就其性质可以是技术的，有关资源的，财务的，环境的和政治的。其中许多是可以定量的，因而容易编入利润极大化模型，如第四章和第六章将要证明的那样。对于不能确定为法定货币的约束，全书忽略不计。典型的约束利润极大化模型具有如下形式：

$$\text{极大化: } E_i = (P_i Q_i - \sum_i^n f_i X_i - FC - i_i B_i)(1 - T) \quad (1.3.5)$$

$$\text{约束条件: } \sum \alpha_i X_i = \bar{S} + \bar{B}$$

$$\sum \alpha_i = 1, X_i \geq 0$$

式中， α_i = 花费于投入物资 i 的总资本百分比。

这里的约束条件有，公司可以用于采购投入物资 X_i 的产权资本（ $\bar{S}$ ）和借入资本（ $\bar{B}$ ）的定额。如果 $\bar{S}$ 和 $\bar{B}$ 表示产权和借入资本的最高限额，则约束条件成为

$$\sum \alpha_i X_i \leq \bar{S} + \bar{B}$$

解上述模型有不同的方法。数学技巧实质上总有差异，这取决于约束条件含有等式还是不等式。第四章和第六章将谈到与上述模型和更复杂的模型有关的种种问题。

虽然经验证明的压倒优势支持利润极大化假设，但在财政文献中却有许多新的理论在侵袭。由普林斯顿大学的威廉·鲍摩尔创立的销售极大化学派争论说，管理人员不是使利润极大化，而是使他们自己的效用极大化。效用是他们经营的公司规模、他们的营业所规模、他们的薪金和附加津贴

等的函数。行为学派是正得到许多新拥护者的另一思想学派，它把公司看做是竞争利益集团的集合体，其中最强大和最令人信服的集团，将最终决定公司的策略。管理的任务是在组织内部不同集团之间减少摩擦和保证协调。销售极大化学派和行为学派在本书都不特意地讨论，虽然在后几章提出的有些数学模型，对于陈述和分析两派理论是很有用的。

有关公司个体就到此为止；作为经济代理人的个人行为还将在本书的许多部分涉及。在市场上的个人行为，目的是使效用* 极大化，即是说，从不知足的商品消费中得到最大限度的满足。效用极大化总是受到约束，其中最重要的约束就是收入。假定两种消费品 X_1 和 X_2 的简化模型，遵循：

$$\text{极大化： } U = f(X_1, X_2) \quad (1.3.6)$$

$$\text{约束条件： } X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = Y$$

式中， U = 效用

X_1 = 商品 X_1 的消费单位数

X_2 = 商品 X_2 的消费单位数

P_1, P_2 = 分别是商品 1 和商品 2 的价格

Y = 收入

这个模型的极大化将产生消费者对两种商品 X_1 和 X_2 的需求函数：

$$X_1 = f(P_1, Y) \text{ 和 } X_2 = f(P_2, Y)$$

* 效用是衡量从市场抉择中得到的幸福（精神收获）的尺度。效用理论是规定社会经济活动参与者“合理行为”的规范模型。如果决策人按照基本（可衡量的）效用公理（可比较性，可传递性，强烈的独立性，可衡量性和可分类性）行事，那么，他们在易变情况下的行为就成为可以预测的。

$$\text{以 } \frac{\partial X_i}{\partial P_i} < 0, \quad \frac{\partial X_i}{\partial Y} > 0$$

1.4 财政理论—更仔细的研究

了解财政理论涉及的具体领域，最简便的（但不是完全综合的）方法，就是审查一个企业的资产负债表和收益表项目。现以杰克股份有限公司为例，附表如下：

表1.1 杰克股份有限公司资产负债表 1980年12月31日

会 计 科 目		币 值 (元)
资 产		
流动资产		
1. 现金		900000
2. 可销售的有价证券，按原价计 (市场价值1890000元)		1700000
3. 应收帐款	4200000	
减去备抵呆帐	(200000)	4000000
4. 库存		5400000
流动资产总额		12000000
固定资产		
5. 土地		900000
房屋	7600000	
机器	1900000	
办公设备	200000	
减去累计折旧	(3600000)	6100000
固定资产总额		7000000
其他资产：预付项目和递延费用		200000
无形资产		
6. 商誉，专利，商标		200000