徐克绍 编

企业管理中的数学方法

上海科学技术文献出版社

企业管理中的数学方法
徐宽绍 编

*

上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路2号)

新华书店经销 昆山亭林印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 14.75 字数 356,000
1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷
印数: 1—4,300

ISBN 7-80513-335-2/O·30

定价: 7.50 元

《科技新书目》185-255

内 容 提 要

本书介绍了19种实用的管理数学方法。各种方法针对企业管理的各个环节，诸如制订生产计划的目标规划法、确定加工顺序的排序法、质量管理的计数检验法、产品销售的时间序列法，等等。它们对于提高企业的管理水平都有一定的实用价值。

本书强调实用性，各种方法的步骤归纳清晰，适用于广大企业管理干部作为学习现代管理方法的自学读本；本书也强调逻辑性，各种方法的层次分明、结构严谨，适用于各类企业干部培训班以及中专、大专院校作为管理数学方法课程的教材。

本书附有大量的习题，并给出了答案。

前　言

掌握科学的管理数学方法，是实现企业管理现代化的一个重要组成部分。这是因为，企业管理的各个环节都必须运用管理数学方法去解决各自面临的管理任务。例如，如何制订生产计划，保证全面完成各项指标，这就需要利用目标规划法；如何预测产品的销售量及生命期，做到有的放矢生产及做好升级换代工作，这就需要利用时间序列分析法；如何确定出厂产品的抽样检验方案，严格把住质量关，这就需要用到抽样检验法，等等。

本书针对企业管理中的计划制订、计划安排、任务分配、库存管理、市场预测等各个环节，集中介绍了19种实用的管理数学方法。

在编写过程中，作者总结了近十年来在各类管理干部培训班和高校课堂教学中的教学经验，以及在工厂企业应用管理数学方法的实践体会，力求理论联系实际，强调实用性和逻辑性的统一，以便使本书的读者能尽快地掌握方法、有效地应用到管理实践中去。

本书可以作为管理数学方法的一本独立的教材。所需要的理论基础在本书中基本上都已提供。按顺序教授本书各种方法的话，只要求高中的文化基础，总的授课时数大约70学时。本书也可选学，书中的若干方法，例如目标规划、时间序列、马尔可夫随机链以及蒙特卡罗模拟法等，都是比较新的内容。因此本书可以作为各类企业管理干部培训班和各类中专、职大、夜大及高校有关系科的教材。

本书也可以作为企业管理干部及工程技术人员的自学读本。所述各种方法的来龙去脉强调客观背景，方法步骤强调归纳清晰，便于读者学习、使用。

在本书的编写过程中，傅家良同志提出了许多宝贵的意见，并且仔细审阅了全稿，张小萍同志绘制了全部插图。

限于作者水平，本书中可能有不少谬讹之处，竭诚欢迎读者批评指正。

作　者　1987年6月

目　录

第一章　数据表格的数学处理方法

第一节　数据表格处理的一个实例

数据表格是工业企业中应用最广泛的一种管理工具。各种专用表格能够反映企业在产量、质量、产值、利润、库存等各个管理环节上的动态，提供加强管理工作的必要信息。

如何充分利用现有的数据表格，分析出更为丰富的信息资源？尤其是在加速管理工作电脑化的进程中，如何实现数据表格的计算机内存化，从而达到所需资料由计算机加工的电脑化，一个最为基础的工作就是对数据表格进行数学处理，具体地说是把数据表格定义为矩阵、赋予矩阵间的各种运算等等。

请看一个具体的例子：

某厂1985、1986两年生产14英寸黑白电视机、16英寸黑白电视机、18英寸彩色电视机，逐年的产量如表1所示（单位台）：

表　1

年份(年)	品		种
	14英寸黑白电视机	16英寸黑白电视机	18英寸彩色电视机
1985	300	400	500
1986	200	400	1000

各种规格的电视机，在不同的年份都具有相应的成本价和出厂价，如表2、表3所示（单位：元）：

表 2　1985 年

品　　种	价格	
	成　本　价	出　厂　价
14 英寸黑白电视机	200	280
16 英寸黑白电视机	250	310
18 英寸彩色电视机	1000	1150

表 3　1986 年

品　　种	价格	
	成　本　价	出　厂　价
14 英寸黑白电视机	220	280
16 英寸黑白电视机	260	310
18 英寸彩色电视机	1100	1200

这三张表格反映了该厂两年中的产量、成本、产值方面的重要数据。管理人员更需要从中分析出一批更为有用的资料，比如：

① 两年来各型号的总产量；

② 每年的总成本、总产值、总利润；

③ 两年来的总成本、总产值、总利润。

毫无疑问，学过算术的人都会算出上述三个问题的答案。他可以这样计算：

两年来各型号总产量：14 英寸(300+200)；16 英寸(400+400)；18 英寸(500+1000)，即：500，800，1500（台）。

1985 年总成本 $=300\cdot200+400\cdot250+500\cdot1000=66$（万元）。

但是，就事论事地计算出一个具体问题的答案是一回事，高度概括地抽象出其中的规律又是另一回事。

在通常情况下，后者显得更为重要。这是因为，一旦遇到产品型号繁多、价格种类等经济指标多样时，就需要我们利用所探索出来的规律去解决问题；更何况，我们不是经常说要实现电脑化吗？从原始数据的输入到所需资料的输出，电子计算机的加工过程所依赖的也正是人们预先告诉它的规律，没有规律，计算机根本无法工作。

这里，规律是什么呢？如何进行抽象呢？

我们概括地指出：本实例中的表格 1、表格 2、表格 3，分别是一个矩阵；问题①的实质（求总产量）是矩阵的加法；问题②的实质是矩阵的乘法；问题③的实质是矩阵的混合运算。这些具有广泛实际应用背景的抽象概念将分别在下面的第二节、第三节中介绍。

第二节 矩　　阵

矩阵是一个十分朴素又十分重要的概念。它不仅为理论研究提供了方便，而且在实际工作中也有广泛的使用价值。例如，在工业企业中常见的数据表格，象上述表 1 等，都可以加以抽象，列成数表，对表格 1 可写成：

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} 14\text{英寸} & 16\text{英寸} & 18\text{英寸} \end{array} \\ \begin{array}{c} 1985\text{年} \\ 1986\text{年} \end{array} & \begin{bmatrix} 300 & 400 & 500 \\ 200 & 400 & 1000 \end{bmatrix} \end{array}$$

细察这一数表，共有 $2\times3=6$ 个数据组成，按照某种规律排成了 2 行横的、3 列纵的；其规律是约定：横行之区别在于年份；纵列之差异在于品种。于是，位于某一行、某一列地位的数就表示某一年份某一产品的产量，比如第一行第三列地位的数 500，就表示第一年（1985 年）、第三产品（18 英寸彩电）产量为 500

台。

一般说来,我们引入矩阵概念如下:

矩阵 把 $m\times n$ 个数按照某种确定的规律排成横的 m 行、纵的 n 列,成为一个矩形形式的数表,称为一个 m 行 n 列矩阵或 $m\times n$ 矩阵,记以 $\mathbf{A}_{m\times n}$。每一个数称为矩阵的元素,位于第 i 行第 j 列的元素记为 a_{ij}。一个 $m\times n$ 矩阵一般记作:

$$\mathbf{A}_{m\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & \cdots & \cdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

也可以用方括号[ ]代替( ),也可以简记作 $\mathbf{A}_{m\times n}=(a_{ij})$。

依次表示矩阵行数与列数的数对 (m, n) 称为矩阵的**容量**或**形状**。

于是,表格 1、2、3 分别可写成如下矩阵:

$$\mathbf{A}_{2\times 3}=\begin{pmatrix} 300 & 400 & 500 \\ 200 & 400 & 1000 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{3\times 2}=\begin{pmatrix} 200 & 280 \\ 250 & 310 \\ 1000 & 1150 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{3\times 2}=\begin{pmatrix} 220 & 280 \\ 260 & 310 \\ 1100 & 1200 \end{pmatrix}$$

下面介绍一些特殊的矩阵

方阵 行数等于列数,即 $m=n$ 的矩阵称为一个 n 阶方阵。例如下列矩阵分别是 2 阶、3 阶方阵

$$\mathbf{A}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 5\end{pmatrix};\qquad \mathbf{A}_{3\times 3}=\begin{pmatrix}9 & 0 & 3\\ 0 & 1 & 5\\ 2 & 4 & 7\end{pmatrix}。$$

方阵中元素 $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \cdots, a_{nn}$ 组成方阵的主对角线。例如,在这里,$\mathbf{A}_{3\times 3}$ 的主对角线由数 9, 1, 7 组成。

单位矩阵 主对角线上元素都等于1,其余元素都等于零的方阵称为单位矩阵,记作

$$\mathbf{I}=\begin{pmatrix}1 & 0 \cdots 0\\ 0 & 1 \cdots 0\\ \vdots & \ddots \vdots\\ 0 & 0 \cdots 1\end{pmatrix}$$

行向量与列向量 只有一行的矩阵,即 $\mathbf{A}_{1\times n}$ 称为行矩阵或行向量;只有一列的矩阵,即 $\mathbf{A}_{m\times 1}$,称为列矩阵或列向量。例如,下列矩阵分别是行向量与列向量:

$$\mathbf{A}_{1\times 4}=(3,\ 4,\ 0,\ 2);\qquad \mathbf{A}_{3\times 1}=\begin{pmatrix}-1\\ -3\\ 4\end{pmatrix}$$

在特殊情况下,只有一行一列的矩阵 $\mathbf{A}_{1\times 1}$,实质是一个数。

第三节 矩阵的运算

如上所述,一个数据表格往往可以视作由某种规律确定出来的一个矩阵。利用原始数据表格,整理分析出新的信息资料的过程也可以归结为矩阵的各种运算。

扼要地介绍矩阵的关系及运算如下:

矩阵的相等与不等 如果矩阵 **A** 与矩阵 **B** 有相同的容量,即行数、列数分别相等,而且各对应位置的元素分别相等,即

$$a_{ij}=b_{ij}\quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j=1,\ 2,\ \cdots n)$$

那末，称这两个矩阵是相等的，且记作

$$\mathbf{A}=\mathbf{B}$$

而如果把上述等式改为

$$a_{ij}\leqslant b_{ij}\quad(i=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

那末，就称矩阵 $\mathbf{A}$ 小于等于矩阵 $\mathbf{B}$ 或矩阵 $\mathbf{B}$ 大于等于矩阵 $\mathbf{A}$，且记作

$$\mathbf{A}\leqslant\mathbf{B}$$

例如，对下列两个矩阵，显然有 $\mathbf{A}\leqslant\mathbf{B}$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}2 & 3 & 4\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix};\qquad \mathbf{B}=\begin{pmatrix}3 & 3 & 4\\ 2 & 0 & 3\end{pmatrix}。$$

又例如，设 $\quad\mathbf{A}=\begin{pmatrix}2 & x+1\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\mathbf{B}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 3 & 4\end{pmatrix}$

那末，一定要有 $x+1=4$，即 $x=3$。

必须强调指出，两个矩阵的"="或"$\leqslant$"，必要条件是容量相同。

矩阵的加减法 如果两个矩阵 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 有相同的容量，它们的和与差分别记为 $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ 与 $\mathbf{A}-\mathbf{B}$，也是一个容量相同的矩阵，只要把 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 的对应位置的元素作加法或减法运算后即可得到。例如，设

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & 5 & -6\end{pmatrix},\qquad \mathbf{B}=\begin{pmatrix}3 & 0 & 2\\ -7 & 1 & 8\end{pmatrix}$$

则

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1+3 & -2+0 & 3+2\\ 4-7 & 5+1 & -6+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -2 & 5\\ -3 & 6 & 2\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1-3 & -2-0 & 3-2\\ 4+7 & 5-1 & -6-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 1\\ 11 & 4 & -14\end{pmatrix}$$

至此，再看第一节实例中求两年总产量(台)的问题①，其实质就是求两个矩阵之和：

表1的矩阵为

$$\mathbf{A}_{2\times 3}=\begin{pmatrix}300 & 400 & 500\\ 200 & 400 & 1000\end{pmatrix}$$

它的每一行构成一个行向量：

$$\mathbf{R}=(300,\ 400,\ 500)$$

$$\mathbf{T}=(200,\ 400,\ 1000)$$

则 $\mathbf{R}+\mathbf{T}=\mathbf{S}$，即为表示两年总产量的行向量。

$$\begin{aligned}\mathbf{R}+\mathbf{T}&=(300+200,\ 400+400,\ 500+1000)\\ &=(500,\ 800,\ 1500)\end{aligned}$$

矩阵的数乘 用数 k 乘矩阵 $\mathbf{A}$ 的积，是由 k 乘 $\mathbf{A}$ 的每个元素后得到的矩阵，记作 $k\cdot\mathbf{A}$ 或简记作 $k\mathbf{A}$。例如

$$3\begin{pmatrix}2 & 1\\ 5 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot 2 & 3\cdot 1\\ 3\cdot 5 & 3\cdot 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 15 & 18\end{pmatrix}$$

再看第一节中实例的表2，它的矩阵是

$$\mathbf{B}_{3\times 2}=\begin{pmatrix}200 & 280\\ 250 & 310\\ 1000 & 1150\end{pmatrix}$$

注意到它的单位是元。如果欲把单位定为千元，那末，由

$$0.001\,\mathbf{B}_{3\times 2}=\begin{pmatrix}0.2 & 0.28\\ 0.25 & 0.31\\ 1 & 1.15\end{pmatrix}$$

就得出了以千元为单位的新矩阵，其实质是矩阵的数乘。

矩阵的乘法

矩阵之间的乘法比较复杂，为帮助理解，逐步引出矩阵乘法的概念。