

ADVANCED QUANTUM MECHANICS

高等量子力学

Advanced Quantum Mechanics Advanced Quantum Mechanics

喀兴林

高等教育出版社

(京)112号

图书在版编目(CIP)数据

高等量子力学 / 喀兴林 . - 北京 : 高等教育出版社

1999

ISBN 7-04-006995-4

I . 高 … II . 喀 … III . 量子力学 IV . 0413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 17695 号

高等量子力学

喀兴林

出版发行 高等教育出版社

社址 北京市东城区沙滩后街 55 号 **邮政编码** 100009

电话 010—64054588 **传真** 010—64014048

网址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 高等教育出版社印刷厂

开 本 850×1168 1/32 **版 次** 1999 年 6 月第 1 版

印 张 20.25 **印 次** 1999 年 6 月第 1 次印刷

字 数 510 000 **定 价** 24.50 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

内 容 提 要

高等量子力学课程是物理类各专业研究生的一门基础课。本书就是作者在讲授此课程近 20 年所用讲义的基础上增改而成的。全书共分七章：希尔伯特空间、量子力学的理论结构、狄拉克方程、对称性理论、散射理论、二次量子化以及辐射的量子理论，内容充实新颖，理论结构和逻辑关系完整严密，并广泛采用算符代数方法。本书以基本原理为出发点进行严谨的阐述，概念定义准确，分析透彻，数学推演脉络清楚；同时注意理解能力、分析能力的训练和培养。本书是一本易读且又能引导读者进入较深层次的量子力学教材。

本书可作为高等学校物理类各专业，特别是理论物理专业研究生的教材，亦可供物理教师参考以及研究人员案头查阅。

序

高等量子力学是攻读硕士学位研究生的一门基础课，多数物理类专业都要开设这门课程。本书就是为这些专业的研究生，特别是各类理论专业的研究生所写的教材。

1978年暑期，当时的教育部和中国科学院联合在北京师范大学举办了“高等量子力学讲习班”，作者在这个讲习班上的讲稿应该是本书的第一稿，那时只印发了一份简单的提纲。到了1982年作者在华中工学院(现华中理工大学)为理论物理专业的研究生讲授此课时，形成了一份讲义。这份讲义后来被一些学校采用，作者也一直沿用多年，没有作大的增删。这次成书，是在这份讲义的基础上，加上作者近20年的教学积累，全面重新动笔写成的，可以说是三易其稿了。

给研究生开设基础课的目的，固然要教给他们这样那样的知识，但更重要的是使他们学会自己获取知识的本领。在这个意义上讲，基础课教材就是训练能力的一种程序，教材以具体知识为依托，给学生设计了一系列训练任务，使他们在完成这一系列学习任务中，逐步提高自己的理解能力、推理能力、分析能力和计算能力。因此，本书并不追求“简明易懂”、“深入浅出”，与此相反，和军事训练及体育训练类似，常常安排一些较难的事情要读者去理解、去完成；在正文和练习中也不避免冗长的推导和计算。须知学习的收获总是和付出的劳动成正比的。

量子力学是一门高度成熟的学科。它在建立之初，其发展的速度就是很不寻常的。在1925年和1926年之交，量子力学诞生之后短短几年，就有一批相当成熟的专著问世。如 Dirac (1930年)、Wigner

(1931年)、Fock (1932年)和 Pauli (1933年)等人的名著就是在那个时候相继问世的,这些书至今仍是量子力学的经典.时至今日,量子力学已进入古稀之年,在世界图书之林中,量子力学书籍汗牛充栋,不可胜数.经过前人多年来的开拓和雕琢,量子力学的理论框架已经完全定型,甚至其中每个具体问题都已有了典型和标准的处理方法.

写一本新的量子力学书,当然不应该也不可能离开这些前人积累下来的理论框架和定型的方法,相反,应当把这些宝贵的精华内容继承下来和传递下去;然而又不应该只是把这些已有的东西收集起来,整理、堆砌成书.本书就作者力之所及,尽量写成一本有一点特点的,而不是“博采众长”式的教材.本书强调全书的整体性、理论推理的逻辑性、概念的准确性和讲解的可读性.书中收入了一些作者本人的教学研究成果,同时在引导研究生学习,帮助他们提高自己的能力方面做了一些安排,希望能提供一本相对容易读而又能引导读者进入较深层次的量子力学教材.

本书的特点可以用“老”、“细”、“新”三个字来概括.

“老”是指内容取材.量子力学有基本理论,也有基本理论的扩展和延伸;有最新的发展和最新的应用,还有对量子力学的诠释的种种见解和争论.作者认为,作为研究生的基础课,应当主要讲清量子力学中最基本、最核心的内容,这是量子力学这座大厦的基础和骨架.这些内容多是较老的内容,在量子力学诞生后不久即已完成,而学好这些内容正是掌握量子力学的关键所在.因此本书不求新、不求全,把主要精力用于引导研究生学习这些“老”内容,打好扎实的根底.有了扎实的根底,再去学习新发展和新应用肯定是不困难的.至于量子力学的诠释等争论问题,各种观点已经争论了70年,一直未能得到公认的看法.而且不论今后哪种观点被证明是对的,本书的全部内容基本上都无需改动.因此本书不涉及这方面的问题.

“细”是指写作风格。叙述讲解力求清楚透彻，基本概念力求定义准确、分析深刻，而教材的理论结构和逻辑关系也力求完整严密。至于数学的推导和计算也力求给出明确的交代，决不用“显而易见”，“不难看出”一类的词句带过。本书的重点目标是使读者对于量子力学有透彻的理解和较深刻的掌握，而不在于堆砌广博的知识、广泛的应用和一些计算技巧。举例和练习题也多是为深入掌握概念服务的。在本书中，一个内容若不讲就完全不讲，若讲就讲到底、讲透，不搞“概论”、“简介”之类令读者一知半解的内容。

“新”是指本书的面貌。本书中有一些作者自己的东西。在体系的安排和内容的处理上有与别的书不同的地方，在内容的组织和概念的讲解方面有一些作者的看法，在传统的处理方法中有时加入了作者的改进或补充。在计算方面作者发展了算符代数的方法，并广泛运用在各种计算和证明之中。本书有7章36节152小节，上述新的内容除散在各处之外，约有30个小节是本书所独有的，是其他书中找不到的。在全书近280道练习题中，也有约1/3是作者为本书自拟的。当然，这些多属雕虫小技，在如此高度成熟的理论中是无足轻重的，只是作者的一些学习体会而已，觉得可能还有一点用处，所以写出来与读者共享。

特点不等于优点，正好相反，上述三个特点可能带来一系列缺点。由于一本书篇幅有限，强调了一方面必然就要削弱相反的一面。

“老”字强调基本内容就使得新内容较少，缺少量子力学的最新进展，缺少时代气息。“细”字占篇幅较多，可能为学习能力较强的研究生所不喜。另外，“路径积分”是研究生应该学习的，只是由于本书过于强调理论的整体性，使得这一段内容不论从物理方面还是从数学方面来说都显得与本书格格不入，而未能写入本书。“新”字有时可能反映了作者看法的片面性，作者认为好的东西实际上未必真的那么好。不过书成之后，作者还是认为本书确是体现了作者的写作意图，大体上是作者想写的那个样子。虽然这样写法使出错的

概率大大增加,但总比写成一本四平八稳、不痛不痒的书稍微强一点.

作者深知,自己有某些长处,也有明显弱点,这两个方面肯定都会在书中反映出来.本书不会一点意思也没有,但也决不是一本十全十美的书;好在当前好书很多,而研究生本来就不应该只抱着一本书读.作者相信,有了扎实的根底,本书中未收入的内容以及比本书更好的讲法,都是不难找到、不难掌握的.

学习本书需要学过本科量子力学课,虽然本书在逻辑上并不依赖于此课.另外,需要学过或与本书同时学习群论,主要是有限群的构造和表示.本书不直接引用李群的知识.

本书在多数小节后面附有练习题.这些题目的主要目的在于加深对基本概念的理解和进行计算能力的训练,有的题目较容易,也有的题目较难较繁.作者不拟给出这些题目的解答,建议读者充分利用这些题目检查和锻炼自己的理解能力和工作能力.在本书处于油印的第二稿阶段时,就已出现两种版本铅印的题解,本书的题目今后也难免有人做出解答流传,但是作者的经验是,自己经过艰苦思考后所得出的解答,要比看懂别人的解答收获更大.

本书针对量子力学这门学科的特点,设计了一套符号体系.这套符号体系尽量遵守国家的有关规定,尽量采纳国际组织的有关推荐,也尽量不过分违反多年来的习惯用法.

本书使用国际单位制(SI).本书和当前的科研文献相反,从头到尾不省略 m, \hbar, c 等基本量,因为初学者应该知道这些量在公式中什么地方出现.

高崇寿同志审阅了本书书稿,提出了不少重要的和原则性的意见,指出了一些应作改进的具体内容,这些意见很中肯,使作者受益不浅.张永德同志和裴寿镛同志仔细地看过书稿,并多次同作者讨论,作者吸收了很多建议,使本书增色不少.作者对以上三位同志表示衷心的感谢.

本书得到了北京师范大学研究生院“研究生重点基础课建设基金”的支持，特此致谢。

本书的写作，时间并不仓促，作者也尽了全力，但受作者功力所限，有些章节写得还不理想，也难免存在不当或错误之处，敬请物理界前辈、教坛同仁和后学诸君不吝赐教，批评指正。

喻兴林

1998年1月于北京师范大学

作 者 简 历

喀兴林,蒙古族人,蒙姓喀尔堪,祖籍甘肃敦煌一带(现甘肃省肃北蒙古族自治县).1929年6月生于吉林省吉林市,北京师范大学教授.

中国物理学会第四、五、六届理事,在学会内任物理教学委员会委员、副主任委员;物理名词委员会委员;《大学物理》杂志副主编.

高等院校量子力学研究会理事长、名誉理事长.

曾任国家教委理科物理教材编审委员会、物理教学指导委员会成员;理论物理教材编审组和教材建设组副组长.

1951年毕业于北京师范大学物理系本科.毕业后留校任教.毕生从事理论物理,特别是量子力学的教学工作.1994年退休.著述不多,本书为代表作.

目 录

| | |
|-------------------------|----|
| 第一章 希尔伯特空间 | 1 |
| § 1 矢量空间 | 1 |
| § 1-1 定义 | 1 |
| § 1-2 正交性和模 | 6 |
| § 1-3 基矢 | 8 |
| § 1-4 子空间 | 15 |
| § 1-5 右矢和左矢 | 16 |
| § 2 算符..... | 20 |
| § 2-1 定义 | 20 |
| § 2-2 算符的代数运算 | 25 |
| § 2-3 作用于左矢的算符 | 31 |
| § 2-4 厄米算符和么正算符 | 35 |
| § 2-5 投影算符 | 39 |
| § 3 本征矢量和本征值 | 41 |
| § 3-1 定义 | 41 |
| § 3-2 本征矢量的完全性 | 43 |
| § 3-3 厄米算符完备组 | 47 |
| § 3-4 无穷维空间情况 | 51 |
| § 4 表象理论 | 54 |
| § 4-1 矢量和算符的矩阵表示 | 54 |
| § 4-2 表象变换 | 59 |
| § 4-3 若干矩阵运算 | 62 |
| § 4-4 连续本征值情况 | 67 |

| | |
|-------------------------------------------|-----------|
| § 5 矢量空间的直和与直积 | 69 |
| § 5-1 直和空间 | 69 |
| § 5-2 直积空间 | 73 |
| 第一章参考文献 | 78 |
| 第二章 量子力学的理论结构 | 79 |
| § 6 量子力学的基本原理 | 79 |
| § 6-1 引言 | 79 |
| § 6-2 基本原理 | 80 |
| § 6-3 关于状态叠加原理 | 86 |
| § 6-4 算符的构成 | 89 |
| § 6-5 矢量算符的代数运算 | 97 |
| § 6-6 不确定关系 | 103 |
| § 6-7 本节小结和若干说明 | 104 |
| § 7 位置表象和动量表象 | 107 |
| § 7-1 本征值谱和本征矢量 | 108 |
| § 7-2 位置表象和动量表象 | 110 |
| § 7-3 位置表象的函数形式 | 115 |
| § 7-4 xyz 表象和 $r\theta\varphi$ 表象 | 118 |
| § 7-5 函数空间的性质 | 122 |
| § 8 角动量算符和角动量表象 | 125 |
| § 8-1 几种角动量算符 | 125 |
| § 8-2 轨道角动量和方向算符 | 129 |
| § 8-3 量子数 l 的升降算符 | 133 |
| § 8-4 球谐函数 | 135 |
| § 8-5 lm 表象和 $\theta\varphi$ 表象 | 141 |
| § 8-6 自旋和自旋表象 | 144 |
| § 9 定态薛定谔方程 | 148 |
| § 9-1 概述 | 148 |

| | | |
|--------|---------------|-----|
| § 9-2 | 一维谐振子 | 153 |
| § 9-3 | 氢原子 | 163 |
| § 9-4 | 氢分子离子 | 174 |
| § 10 | 定态微扰法 | 181 |
| § 10-1 | 无简并情况 | 182 |
| § 10-2 | 简并情况 | 185 |
| § 10-3 | 例：二次 Stark 效应 | 194 |
| § 11 | 运动方程 | 200 |
| § 11-1 | 薛定谔方程 | 200 |
| § 11-2 | 演化算符 | 203 |
| § 11-3 | 绘景变换 薛定谔绘景 | 206 |
| § 11-4 | 海森伯绘景 | 207 |
| § 11-5 | 连续性方程 | 212 |
| § 11-6 | 相互作用绘景 | 216 |
| § 12 | 例：受微扰的谐振子 | 220 |
| § 12-1 | 薛定谔绘景 | 221 |
| § 12-2 | 相互作用绘景 | 224 |
| § 12-3 | 海森伯绘景 | 226 |
| § 13 | 谐振子的相干态 | 233 |
| § 13-1 | 定义 | 233 |
| § 13-2 | 相干态的性质 | 237 |
| § 13-3 | 幅值算符和相位算符 | 240 |
| § 13-4 | 相干态集合的性质 | 243 |
| § 13-5 | 相干态表象 | 246 |
| § 14 | 密度矩阵 | 250 |
| § 14-1 | 纯态和混合态 | 250 |
| § 14-2 | 密度算符和密度矩阵 | 252 |
| § 14-3 | 例 | 260 |

| | |
|----------------------------------|------------|
| 第二章参考文献 | 266 |
| 第三章 狄拉克方程 | 268 |
| § 15 电子的相对论运动方程 | 268 |
| § 15-1 概述 | 268 |
| § 15-2 克莱因-高登方程和狄拉克方程 | 269 |
| § 15-3 自旋算符 | 274 |
| § 16 γ 矩阵 | 278 |
| § 16-1 γ 矩阵的维数 | 278 |
| § 16-2 γ 矩阵的各种表示 | 281 |
| § 17 狄拉克方程的两个严格解 | 288 |
| § 17-1 自由电子 | 288 |
| § 17-2 氢原子的严格解 | 295 |
| § 17-3 径向方程的解 | 301 |
| § 18 狄拉克方程的低能极限 | 307 |
| § 18-1 概述 | 307 |
| § 18-2 Foldy-Wouthuysen 变换 | 309 |
| § 18-3 低能极限 | 316 |
| 第三章参考文献 | 318 |
| 第四章 对称性理论 | 319 |
| § 19 空间对称性和守恒定律 | 319 |
| § 19-1 概述 | 319 |
| § 19-2 空间对称变换 | 320 |
| § 19-3 空间反演 | 323 |
| § 19-4 空间平移 | 325 |
| § 19-5 空间转动 | 327 |
| § 19-6 空间变换对称性和守恒定律 | 330 |
| § 20 转动和转动群 | 333 |
| § 20-1 有限转动 | 334 |

| | |
|-------------------------------|------------|
| § 20-2 正当转动群 | 340 |
| § 20-3 正当转动群的表示基矢 | 354 |
| § 21 哈密顿算符的对称性群 | 359 |
| § 21-1 群表示论中的若干结果 | 359 |
| § 21-2 对称性群 | 363 |
| § 21-3 微扰对能级简并的影响 | 366 |
| § 21-4 动力学对称性 | 369 |
| § 22 时间平移和时间反演 | 375 |
| § 22-1 时间平移 | 375 |
| § 22-2 时间反演 | 378 |
| § 22-3 实表示和复表示 | 386 |
| § 22-4 时间反演引起的附加简并 | 391 |
| § 23 角动量的耦合 | 399 |
| § 23-1 两个角动量的耦合 | 399 |
| § 23-2 CG 系数的计算 | 402 |
| § 23-3 CG 系数和转动矩阵 | 406 |
| § 23-4 CG 系数和 $3j$ 符号 | 409 |
| § 23-5 三个角动量的耦合 | 415 |
| § 23-6 $6j$ 符号和 $9j$ 符号 | 419 |
| § 23-7 LS 耦合和 jj 耦合 | 421 |
| § 24 不可约张量算符 | 424 |
| § 24-1 张量和张量算符 | 424 |
| § 24-2 不可约张量算符的定义和性质 | 430 |
| § 24-3 Wigner-Eckart 定理 | 433 |
| 第四章参考文献 | 441 |
| 第五章 散射理论 | 442 |
| § 25 定态散射理论 | 442 |
| § 25-1 基本概念 | 442 |

| | |
|-----------------------------------|------------|
| § 25-2 格林函数 | 446 |
| § 25-3 李普曼-史温格方程 | 451 |
| § 25-4 T 算符和 S 算符 | 455 |
| § 25-5 散射截面和玻恩近似 | 459 |
| § 26 含时散射理论 | 463 |
| § 26-1 概述 | 463 |
| § 26-2 含时格林算符 | 465 |
| § 26-3 摩勒算符和 S 算符(薛定谔绘景) | 469 |
| § 26-4 摩勒算符和 S 算符(相互作用绘景) | 475 |
| § 26-5 S 矩阵的物理意义 | 479 |
| § 26-6 散射截面 | 483 |
| § 27 角动量表象 | 485 |
| § 27-1 分波展开 | 485 |
| § 27-2 考虑自旋轨道相互作用的电子散射 | 493 |
| § 27-3 电子在氢原子上的散射 | 496 |
| 第五章参考文献 | 503 |
| 第六章 二次量子化 | 504 |
| § 28 全同粒子系统的希尔伯特空间 | 504 |
| § 28-1 对称化的基矢 | 504 |
| § 28-2 正交归一化关系和完全性关系 | 508 |
| § 28-3 应用例：转动算符矩阵元的直接计算 | 512 |
| § 29 产生算符和消灭算符 | 515 |
| § 29-1 定义 | 516 |
| § 29-2 占有数密度算符和总粒子数算符 | 520 |
| § 29-3 位置表象和表象变换 | 521 |
| § 29-4 算符的二次量子化形式 | 525 |
| § 29-5 巨希尔伯特空间 | 529 |
| § 30 离散本征值情况 | 531 |

| | |
|-----------------------------|------------|
| § 30-1 基矢 | 531 |
| § 30-2 产生算符和消灭算符 | 535 |
| § 30-3 占有数算符 | 537 |
| § 30-4 算符的二次量子化形式 | 539 |
| § 30-5 例：反对称的自旋态 | 541 |
| § 31 例：电子气 | 544 |
| § 31-1 模型 | 544 |
| § 31-2 整个系统的哈密顿 | 544 |
| § 31-3 系统的基本 | 548 |
| § 31-4 基态能量 | 549 |
| § 32 哈特利-福克方法 | 553 |
| § 32-1 概述 | 553 |
| § 32-2 哈密顿的期望值 | 554 |
| § 32-3 哈特利-福克方程 | 555 |
| § 32-4 位置表象中的哈特利-福克方程 | 558 |
| § 32-5 例：电子气 | 560 |
| § 33 占有数表象 | 565 |
| § 33-1 态函数 | 565 |
| § 33-2 产生算符和消灭算符 | 567 |
| § 33-3 算符两种形式的比较 | 570 |
| § 34 全同粒子系统的运动方程 | 573 |
| § 34-1 巨希尔伯特空间中的运动方程 | 573 |
| § 34-2 算符随时间的变化 | 574 |
| § 34-3 “二次量子化”一词的来源 | 577 |
| § 34-4 波粒二象性与场的量子化 | 580 |
| 第六章参考文献 | 581 |
| 第七章 辐射的量子理论 | 583 |
| § 35 自由电磁场的量子化 | 583 |

| | |
|-------------------------|-----|
| § 35-1 概述 | 583 |
| § 35-2 自由电磁场 | 584 |
| § 35-3 量子化 | 587 |
| § 35-4薛定谔绘景 | 591 |
| § 36 辐射场和电子的相互作用 | 592 |
| § 36-1 系统和哈密顿 | 592 |
| § 36-2 跃迁概率 | 594 |
| § 36-3 原子对光的发射和吸收 | 598 |
| § 36-4 普朗克的黑体辐射公式 | 601 |
| § 36-5 康普顿散射 | 603 |
| 第七章参考文献 | 617 |
| 一般参考书目 | 619 |
| 索引 | 620 |