



研究生教材

往复式压缩机 数学模型及应用

吴业正

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书是西安交通大学低温工程专业研究生教材。书中系统地叙述了往复式压缩机的数学模型并介绍了数学模型在压缩机设计、研究中的应用。内容包括压缩机热力学过程、气阀、吸排气腔内的压力脉动、压缩机的优化设计、小型压缩曲轴转速的波动等。

本书也可供本科生及工程技术人员参考。

往复式压缩机数学模型及应用

吴业正

责任编辑 潘瑞麟

*

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 10 字数: 251 千字

1989年1月第1版 1989年3月第1次印刷

印数: 1—2000

ISBN 7-5605-0170-2/TK·22 定价: 2.50 元

《研究生教材》总序

研究生教育是我国高等教育的最高层次，是为国家培养高层次人才的人才。他们必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识，以及从事科学研究工作或担负专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是研究生培养中的重要环节。为此，我们组织出版这套《研究生教材》，以满足当前研究生教学，主要是公共课和一批新型的学位课程的教学需要。教材作者都是多年从事研究生教学工作，有着丰富教学和科学研究经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要，充分反映国内外的最新学术动态，使研究生学习之后，能迅速接近当代科技发展的前沿，以适应“四化”建设的要求；其次，也注意到研究生公共课程和学位课程应有它最稳定、最基本的内容，是研究生掌握坚实的基础理论和系统的专门知识所必要的，因此在研究生教材中仍应强调突出重点，突出基本原理和基本内容，以保持学位课程的相对稳定性和系统性，内容有足够的深度，而且对本门课程有较大的覆盖面。

这套《研究生教材》虽然从选题、大纲、组织编写到编辑出版，都经过了认真的调查论证和细致的定稿工作，但毕竟是第一次编辑这样的高层次教材系列，水平和经验都感不足，缺点与错误在所难免。希望通过反复的教学实践，广泛听取校内外专家学者和使用者的意见，使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院

西安交通大学出版社

1986年12月

前 言

国际上对压缩机数学模型的研究虽然已有长久的历史，但研究工作取得突飞猛进的发展则始于1967年。为了推动压缩机技术更快的发展，从1972年开始，每两年在美国普度大学举办一次国际压缩机工程学术会议。会上集各国研究工作之新成就、新思想，进行交流，并出版论文集，对压缩机技术的发展起了十分有益的作用。

为了系统的总结、介绍压缩机数学模型的研究成果，作者从1983年开始，对本校低温工程专业研究生讲授“往复式压缩机数学模型及其应用”。讲授内容以历届普度国际会议发表的论文、西安交通大学及美国普度大学海立克实验室的教学科研成果为主体，并吸收了国内的部分研究成果和国际杂志上发表的有关内容。本书就是在整理、充实讲稿内容后写成的。

全书分两部分：数学模型部分和应用部分。数学模型部分以压缩机的热物理过程为对象，对压缩机运转时的热力学过程、传热过程、气阀运动规律以及吸、排气腔内的压力脉动作了较详细的分析，并列出了相应的数学公式。应用部分介绍了这些数学模型的应用。应用数学模型时需要一些辅助知识，例如：应用数学模型于优化设计时需要的优化设计知识；求解数学模型时应用的龙格-库塔法。为便于读者将数学模型应用于科研及生产，书中包含了少量必要的辅助知识，以正文或附录的形式出现。

作者于1984年底获得了国家自然科学基金会的资助，开展了“活塞式制冷压缩机数学模型及计算机仿真”的课题研究，在本校

低温工程专业研究生的参与下，完成了课题规定的内容，取得了一些成果。读者从书中内容及书后所附参考文献可知，书中部分内容直接取材于他们的学位论文及科研成果。作者愿借此机会，对国家自然科学基金会，表示衷心的感谢，并对参与基金会课题的研究生致谢。

本书请缪道平教授主审，缪教授在主审时提出的宝贵意见对作者很有启发和帮助。西安交通大学出版社潘瑞麟副教授对本书作了细致、认真的编辑工作，谨此向他们表示衷心的感谢。

作者水平有限，书中不足之处，敬请读者指正。

作 者

1988年4月于西安交通大学

目 录

第一章 概论

第二章 热力学过程

- 2.1 工作过程的热力学分析 (27)
- 2.2 热交换方程式 (35)
- 2.3 气体流经狭窄通道时质量流量的计算 (48)
- 2.4 实际气体状态方程式 (51)

第三章 气阀动力学

- 3.1 吸、排气过程的流动微分方程式 (66)
- 3.2 环状阀运动规律的计算 (82)
- 3.3 簧片阀运动微分方程式 (100)
- 3.4 簧片阀阀片弯曲时应变的计算 (122)

第四章 压缩机吸、排气腔内气体的压力脉动

- 4.1 按实测指示图及阀片位移曲线确定吸、排气腔内的压力变化 (139)
- 4.2 用质量流量公式计算腔内气体压力变化 ... (141)
- 4.3 用亥姆霍兹共鸣器模型计算腔内压力的变化 (145)
- 4.4 气腔按极短管处理时, 压力脉动的计算 ... (152)

第五章 数学模型的应用

- 5.1 数学模型用于优化设计 (172)

5.2	解无约束优化问题的直接法	(182)
5.3	有约束问题最优化方法	(201)
5.4	压缩机最优化设计举例	(217)
5.5	吸、排气腔压力脉动计算举例	(240)
5.6	实际气体性质对压缩机性能的影响	(255)
5.7	曲轴转速波动的计算	(262)

附录一 解常微分方程组的龙格-库塔法

附录二 马丁-侯状态方程式中的常数

第一章 概 论

往复式压缩机广泛应用于国防、机械、冶金、化工等部门。按其用途可分为三大类，第一类用于“制冷及低温技术”，称为“往复式制冷压缩机”；第二类用于“气动设备”，称为“空气动力用压缩机”；第三类用于化工工艺流程中，称为“工艺流程用压缩机。”往复式制冷压缩机是制冷及低温系统中的关键设备之一，单机制冷量已超过 1000 kW，用于冷冻、冷藏、空调以及气体液化与分离等方面。空气动力用压缩机是风动工具的动力源，如：风镐、风钻、风动砂轮、风动敲击器的动力源。它不仅在易燃易爆的场合下使用安全可靠，而且能大幅度地提高劳动生产率，因此大量应用于筑路工程、水利工程、矿山、造船厂以及机械制造厂等处。工艺流程用压缩机用于化工流程中，其特点是产生很高的压力，例如：用于氮肥生产的压力达 10~100 MPa 的压缩机；在合成聚乙烯时，压缩机的排气压力高达 360 MPa。

往复式压缩机应用很广，保证其可靠运转及高效率，极为重要。最早的往复式压缩机全凭经验制造。18 世纪初开始的产业革命促进了热力学的建立和应用，从此压缩机的设计和研制有了牢固的热力学基础。利用简化的热力学关系式对压缩机工作过程进行分析，得到了许多基本计算公式，如：工作过程中各点热力学参数计算式；功率计算式；排气量计算式；确定压缩机级数的计算式……等等。这个阶段研制工作的特点是积累大量的数据，并用简化的热力学关系式予以解释。但由于对压缩机工作过程的了解仍然是很肤浅的，不可能对压缩机的工作过程作精细的数学分析。

生产和科学技术的发展对往复式压缩机的性能提出了更高的要求,也提供了更加充分的研究条件。人们在实践中发现,简化的热力学关系式未能清楚地解释压缩机工作过程中一些令人困惑的现象。例如:用同样方法设计的气阀,其寿命有高有低,且相差悬殊。又如:有些压缩机运转时会产生强烈的管道振动,而另一些压缩机运转时无明显的振动。针对上述问题进行的大量试验研究,虽然找到了一些问题产生的原因,并在一定程度上使问题得到解决,但却化费了大量的时间和资金。在这种情况下,提出描写压缩机工作过程的精确数学模型,并用现代的计算工具将这些数学模型实际应用于分析研究压缩机的工作过程,是我们面临的重要任务。

压缩机数学模型,是压缩机工作过程的数学描述。数学模型的形式不仅取决于实际对象的性质,还取决于待解决的任务以及求解数学模型的条件。数学模型太简单,不足以充分反映问题的物理本质,使问题不能很好地解决。但过分复杂的数学模型将超越现有的求解手段,这样的模型又不能用于解决实际问题,因此数学模型的发展与模型的求解方法及计算工具的水平紧密相连。

在设计和研究工作中应用数学模型,有下列优点:

1. 在设计阶段可进行大量方案的比较,以及主要零部件的计算,为新样机的研制提供坚实的基础。

2. 在试验阶段,可使试验工作量减少。由于预先用数学模型对各种参数的影响进行充分的分析计算,使试验工作只限于一些最必需的项目。在有些场合,例如:当试验测定氧气压缩机气阀运动规律有引起爆炸危险时,或因机器尺寸过小难以安装传感器时,往往用数学模型的分析代替试验。

3. 降低对试验环境的要求。例如:为研究在高温和低温条件下压缩机的性能,曾建造了专用的空调空间。当试验的温度条件很特殊时,对空调空间的性能要求很高,且试验费用昂贵。利

用数学模型分析压缩机的性能，将省略在特别高的温度或特别低的温度下的试验，节省大量时间和资金。

4. 为压缩机优化设计提供基础。由于影响压缩机性能的因素很多，压缩机的优化设计几乎难以通过试验而完成。有了描述压缩机工作过程的数学模型，就可以借助数学上的各种优化方法，比较方便地求得各种最佳参数，在此基础上，再辅以少量的试验，即可得到性能良好的产品。

应当说明，以往设计计算中应用的许多计算公式，就其本质而言，也是数学模型。但本书中所提的压缩机数学模型，以应用电子计算机求解数学模型为前提，因此是一些比较复杂的数学模型。复杂数学模型的开发起源于计算气阀的运动规律。往复式压缩机的气阀，其工作原理虽简单，但用数学模型描写其运动规律并非容易。阀片位移是气缸与气腔内气体压差与气阀弹簧力的函数，因而与压缩机转速、阀片质量、阀弹簧刚度……等参数有关。用数学模型描写气阀运动规律，至少需应用两个微分方程式，一个是流动微分方程式，用以描写气体流经气阀的流动情况；另一个是运动微分方程式，用以描写阀片在各种力作用下的运动。方程式中各变量均随时间而变化，因此与曲轴转角有一定的联系。最早提出气阀数学模型者，当推苏联的道列士^[1]和美国的考斯特列^[2]。在他们提出的数学模型中，包括了大约50个变量，微分方程组是非线性的。由于只能用简单的计算工具或图解法求解，不但十分枯燥，也不能保证计算的精度，因而当时的压缩机设计者对这些模型不感兴趣。电子计算机的进步惊人地改变了这种状况。用电子计算机求解上述非线性方程组时，既快又精确。取得这一突破性进展的时间为1967年，当年有四篇论文在马德里举行的第十二届国际制冷大会上发表^[3~6]。这四篇论文均以考斯特列提出的数学模型为基础，用电子计算机求解。与会者注意到这四篇论文均来自学术研究中心，反映了学术研究中心比工厂、企业更早

地应用电子计算机于科学研究。

四篇论文的作者均声称，用他们的数学模型求得的压缩机特性和气阀特性均与压缩机运转时实测的结果相符，因而有信心将他们的模型和计算机软件用于研究和设计工作，并能预计对机器修改时可能产生的结果。图 1.1 表示了一台小型制冷压缩机的理论计算和试验结果。工质为 R 12，转速为 3600 r/min。图中的虚线表示实测结果，实线表示计算求得的气缸内气体压力以及吸、排气阀阀片的位移。计算时假定吸、排气腔内的压力是恒定的，并假定压缩和膨胀过程可用多变过程方程式计算。

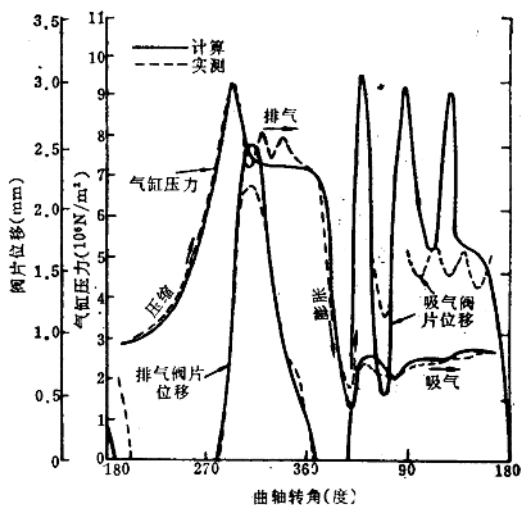


图 1.1 缸内气体压力和阀片位移的实测与计算结果

马德里会议后，对往复式压缩机数学模型的研究有了更快的发展。研究目标之一，是减少建立数学模型时所作的一些假定，以获得更精确的数学模型。以往的数学模型中，假定气体流经气

阀的流动可用一维稳定流动理论计算，流量系数和推力系数均在稳定流动试验台上测定。实际上，气阀开启和关闭时气流是不稳定的，因此需要进一步测定不稳定流动时的流量系数和气体推力系数。文献[7]报导了用热丝传感器进行不稳定流动的试验研究，但由于传感器对气流的干扰，影响了测量结果。采用计算机控制的激光测速仪可能避免对气流的干扰。文献[8]中仍以稳定流动为前提，确定流量系数和推力系数，但着眼于寻找计算这些系数的公式，俾使设计者预计气阀的流量系数和推力系数，进而用数学模型设计气阀。

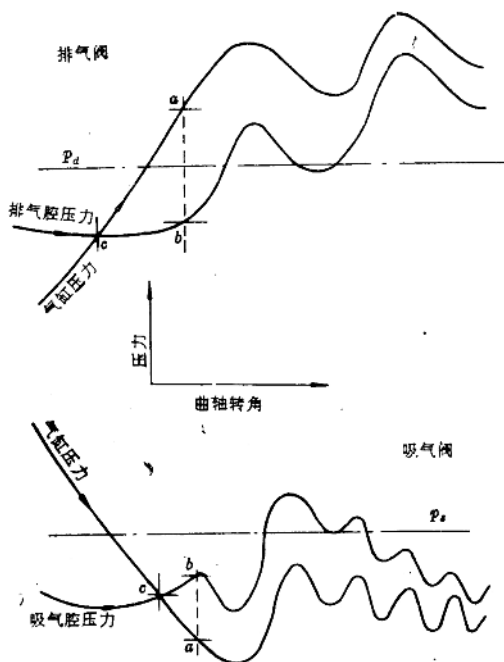


图 1.2 气缸内气体压力及吸、排气腔内气体压力随时间的变化

在以往的数学模型中,另一个假定是吸、排气腔压力为常数。实际上,流入和流出压缩机的气流是间歇性的。由于吸、排气腔及其连接管道内的空间有限,腔内和管道内的气体压力是脉动的。压力脉动值受吸、排气过程中活塞速度变化的影响,以及阀隙通流面积变化的影响,它随时间变化的规律是很复杂的,见图 1.2。

文献 [9] 报导了考虑压力脉动效应后的研究成果。研究时假定压力脉动的幅度较小,因而可用声学公式计算。文献 [10] 提出了考虑有限压力脉动幅度的数学模型。建立模型时假定气流为匀焓流,并用特征线法求解描写管内一维不稳定流动的双曲型偏微分方程式。文献 [11] 取消了气流匀焓的假定,并考虑了级间中冷器内的传热。用数值法求解流动方程式,得到了更加精确的结果。文献 [12] 考虑了吸、排气腔、缓冲器、管道截面的变化、管道间的连接等因素以及应用此模型时,边界条件的处理。带管系和不带管系的压缩机示意图如图 1.3 所示。

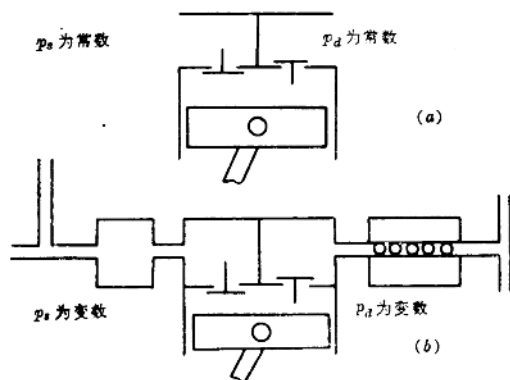


图 1.3 带管系和不带管系的压缩机示意图
(a) 不带管系 (b) 带管系

针对一台空压机,用数学模型计算得到的缸内气体压力,吸、

排气腔内气体压力以及吸、排气阀片的位移，如图 1.4 所示。

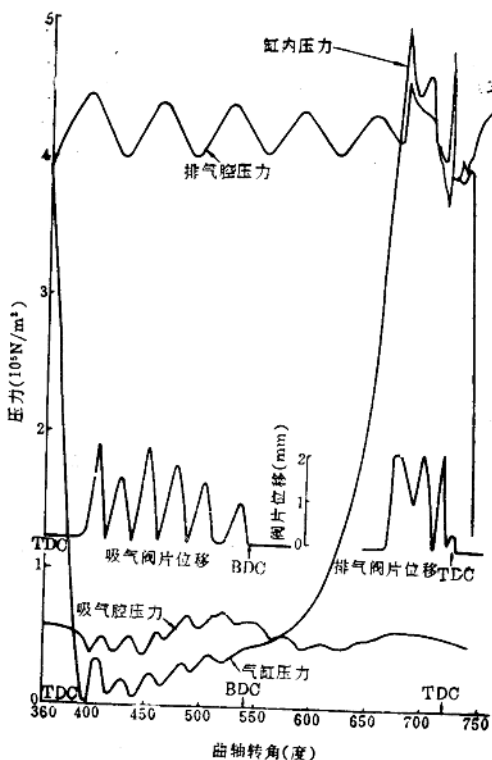


图 1.4 计算的缸内气体压力，吸、排气腔内气体压力以及吸、排气阀片的位移

图 1.5 表示了一台两级压缩、中间冷却空压机内的压力脉动，图中虚线为实测值，实线为计算值。中间冷却器受到低压级排气产生的压力脉动和高压级吸气产生的压力脉动的影响。中冷器中脉动流的幅度和相位以及压缩机低、高压级曲轴夹角对高压级吸

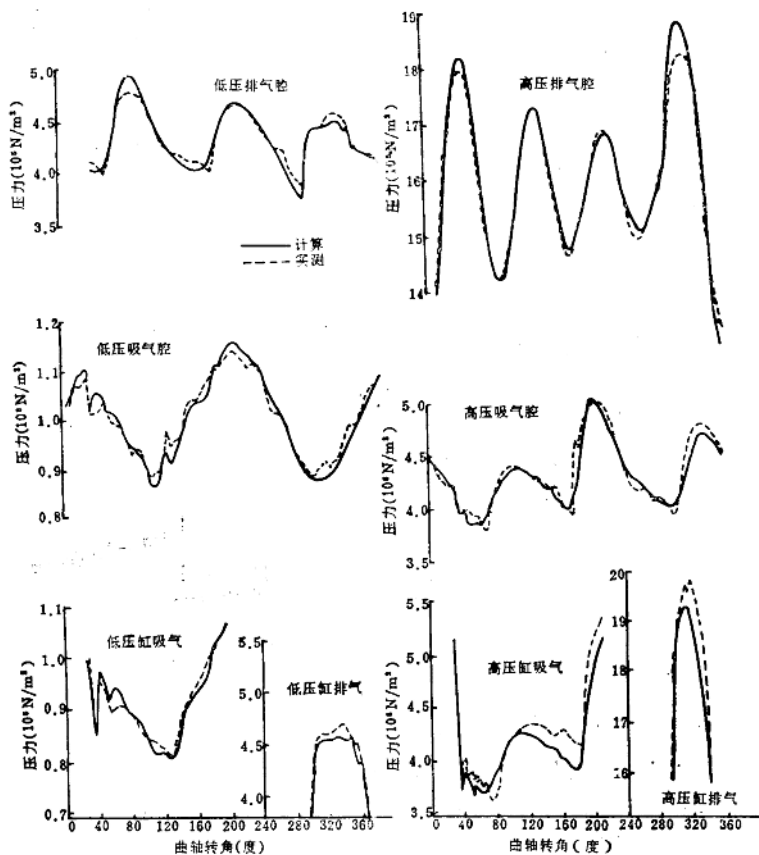


图 1.5 两级压缩、中间冷却空压机内的压力脉动

气过程及吸气阀片的位移产生重要的影响。

迄今在多数数学模型中，假定气缸内压力的分布是均匀的。随着计算机容量及运算速度的增加，这一假定将被取消。计算气缸内气体的速度场和压力场已成为研究工作的一个活跃的领域。气

体流经气阀时，其压力随时间变化的规律，对于计算阀片的位移及其对升程限制器和阀座的撞击速度有重要影响，必须精确确定。只有做到这一点，才能可靠地计算阀片弯曲和撞击时的动应力。

由于开发并应用数学模型以计算压缩机管系内的压力脉动是十分费时且投资昂贵的，促使许多用户和制造厂开展联合研究。在美国南方气体协会的支持下成立了“压缩机及管道研究委员会”。位于圣地亚哥的西南研究院承担了“脉动计算方法”，课题的研究工作研究成果在文献 [13] 中作了报道。

建立可靠的数学模型后，设计人员便能快速地确定各种参数变化对压缩机的影响。他们的任务是在满足规定的要求下(例如：在额定工况下；在部分负荷的工况下；在使用不同工质的情况下)作出最佳设计。由于不可能对每个参数完全独立地进行实验研究，并由于参数间存在着相互影响而这些相互影响又难以直接测定，因而设计者常利用数学模型对一些彼此有关联的参数作综合研究，以获得参数间的最佳匹配。实践表明，缺乏科学的优化方法指导时，利用计算机寻求参数最佳匹配的工作并不轻松。只有采用科学的优化方法，才能有条不紊地处理许多参数，进而得到最佳设计。为此需确定优化时的“目标函数”，同时要定量地考虑实际设计中遇到的约束。有些约束是很容易确定的，如：对电机转速的约束，而有些参数的确定并非易事，如：确定允许的阀片撞击速度。为此，要求设计者有更多的经验和更好的技巧处理这些约束。

上述思想在美国普度大学首先得到应用。1974年有五篇论文报导了普度大学的工作。文献 [14] 在总结前人工作的基础上，提出了滑片式压缩机最优化设计。文献 [15] 报导了苏联的压缩机优化设计工作，通过优化，确定了两级压缩空压机中各级的最佳缸径和行程之比值。英国斯特列斯大学发表的最优化设计的论文^[16~19]，分别以气阀的效率和压缩机的热效率作为目标函数，采

用的数学模型中不包括气流脉动的计算,因此是较为简单的型。采用的优化方法为“修正的复合型法”。优化时允许变化的参数有12个(吸、排气阀各有6个参数),压缩机的工况只有一种,经210次迭代后,12个参数最终收敛至最佳值。优化后,计算的压缩机效率提高了10%。在大多数研究工作中,最好的压缩机意味着有最佳的热力学性能,这些研究着重于功率、制冷量、排气量等参数的改进。文献[20]中不仅考虑了热力学因素,且考虑了投资,以获得最优的设计,这是优化设计中颇有意义的进展。

建立数学模型时,为评价模型的正确性,必须解释计算值与实测值之间不可避免的差别。前面已提到,数学模型是对复杂的物理过程的近似描写。建立数学模型时,为使模型能够求解,必须作一些简化的假定,从而产生误差。为此,需用实验予以检验。实验时,所有的测量最好能在压缩机一个循环中完成,由于微机的应用,这个要求已能满足。实验过程中,计算机同时起控制、数据处理以及储存记忆的作用。然后用外部设备将测量结果绘制成图,或转换成数字后打印输出。

文献[21]介绍了一种高速数据采集系统,见图1.6。

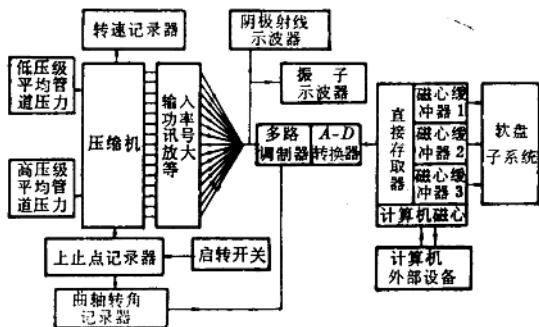


图 1.6 一种高速数据采集系统

传感器输出的讯号经调整后,在A/D转换器中转变为数字,