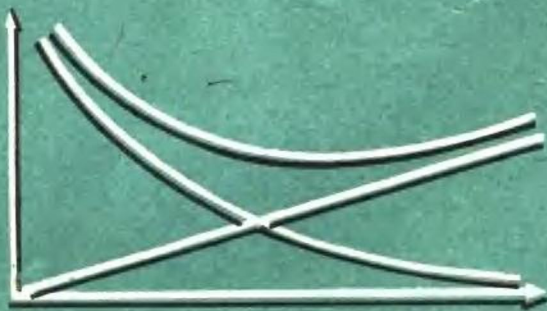


# 会计数学

郭立伟 刘进良 刘 银 编著



黑龙江教育出版社

92  
F230.9  
3  
2

# 会 计 数 学

郭立伟 刘进良 刘 锟 编著

黑龙江教育出版社

1991年·哈尔滨

(黑)新登字第 5 号

会 计 数 学

郭立伟 刘进良 刘 锟 编著

责任编辑:王晓明 韩殿发

封面设计:何 卓

---

黑龙江教育出版社出版发行(哈尔滨市道里区九站街 1 号)

黑龙江新华印刷二厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32·印张 11.875·字数 230 千

1991 年 10 月第 1 版·1991 年 10 月第 1 次印刷

印数:1—2,000

---

ISBN 7-5316-1517-7/G·1128

定价:5.00 元

## 序

会计之产生,开始于计量和记录,而计量和记录又是最早的数学行为。故曰:会计与数学同宗。在人类历史上,无论是东方国家,还是西方国家,数码和计量单位都是数学运算和会计核算的共同基础。世界上保留至今的那些史前时期的“帐单”,既是人类最早的会计文献,也是人类最早的数学文献。

会计与数学这对孪生兄弟,自诞生之日起便互相影响着。在其最初成长、发展过程中,他们始终保持着十分亲密的关系,正所谓相辅相成,相得益彰。某些数学问题是受到会计方法的启发而产生的,而某些会计方法又是受到一些数学运算的影响而加以运用和改善的。一四九四年,意大利数学家、会计学家卢卡·帕养利的数学专著《数学大全》问世,使当时的数学和会计学大放光彩。这部数学巨著的第九编第十论是《计算与记录要论》,作者根据数学原理建立了借贷复式记帐的第一方程式,阐明了借方和贷方必然平衡的理论,奠定了会计学理论的初步基础,开创了会计领域的新时代。

随着科学技术的发展,数学具有更为广阔的天地和更大适用范围,并逐步成为其他多门学科发展的基础和先导。正如马克思所说:“一门科学只有在成功地运用了数学之后,才算达到了真正完善的地步。”会计作为一门科学,对于数学方法的运用,经历了由少到多,由浅入深,由简单到复杂的过程。时

至今日,数学已成为现代会计学的一大支柱。传统的财务会计一般只用初等数学方法,而现代管理会计则广泛应用各种高等数学方法。此外,在会计学科体系中,企业财务、企业经济活动分析和企业管理等分支学科,也不同程度地运用各种数学方法,乃至数学最新研究成果。数学方法在会计学科的广泛应用,标志着会计科学的精密化、成熟化、完善化。

目前,财经类高等院校会计专业都相应地开设了高等数学(或曰:经济数学、管理数学)这门课程,但可用的教材大多偏重纯数学理论或拘泥于纯数学的那种抽象且严格的定义、定理和证明,选材和论述很少联系会计、经济和管理学实际,对数学概念与经济问题加以比较更显不足。

这本《会计数学》是编著者根据多年研究工作的成果和教学工作的实际经验,并在全面通读会计学、统计学和管理学的基础上,针对专业需要,经多次编写、修改、评议和试教后完成的。它弥补了现行应用数学教材的缺陷,将数学方法与会计、经济和管理学巧妙地融为一体。取材新颖、丰富,全篇脉络清晰。是一部财会及其它经济管理专业的良好数学教材,也是实际工作者学习、掌握专业知识、钻研现代经济管理方法的难得参考书。本书的付梓,将对数学应用和会计管理发挥重大作用。

在《会计数学》即将出版之际,特写数语,是以为序。

嵇 忠

一九九一年四月

## 前 言

有史以来,科学和技术的进步均依赖于数量方法的运用。数学提供了一个逻辑的、能够研究数量关系,并适合计算机程序的系统体系。几乎对每一门学科来说,数学不仅有用,而且是描述和分析数量关系所必不可缺少的。

从本质上看,经济上所涉及的概念基本上都带有数量性的含义,如价格、成本、产量、收入和利润等。所以,许多经济分析实质上必然导致数量上的分析。事实上,以数学模型为基本分析工具的一门新兴科学——管理科学(或称决策科学),正在从经济学、数学和其他几种社会科学的基础上逐渐形成。受其影响,现代会计的重点开始由经济过程的反映、监督和事后分析,逐渐过渡到经济过程的规划、控制和事前预测、决策,并由此产生了管理会计这一新的独立的会计学科。这些发展,使微积分、线性代数、线性规划、概率与数理统计等数学方法,日益广泛地深入到会计领域。例如,微分法用于边际分析、成本和财务预测;线性规划用于最优产品组合的选择和资源的合理分配等。同时,与其他专业一样,数量方法已越来越多地被引进各层次的会计教育之中。

本书既是为财会及其他经济管理专业的学生和研修这些专业又缺乏数学知识的实际工作者而编写的。因此,除注意到数学学科的内在体系外,更注重理论联系实际,着眼于普及与

应用。数学概念和方法的引入尽可能从实际问题出发,由具体到抽象,叙述结合经济意义,并配以图表解释。对于一些晦涩艰深的理论,主要介绍基本概念、基本思路和基本方法。内容循序渐进,论述通俗易懂,适合不同层次读者的需要。

本书在编写过程中,得到嵇忠教授的大力支持和悉心指导,并为之作序;李天民教授给予了热情的关注与鼓励,并对最后的编写、修改提出许多宝贵意见;高市同志参加了初稿部分章节的编写工作,在此谨表衷心的感谢。由于作者水平所限,疏漏、不妥和错误之处难免,欢迎读者批评指正。批评信件,请寄:长春东北师范大学经济管理系郭立伟。

编著者

一九九一年四月

# 目 录

|                      |        |
|----------------------|--------|
| 序 .....              | 嵇 忠(1) |
| 前言 .....             | (1)    |
| 第一章 初等代数与价值数学 .....  | (1)    |
| § 1.1 数的近似计算 .....   | (1)    |
| 一、数的近似表示 .....       | (1)    |
| 二、近似数的误差估计 .....     | (2)    |
| 三、近似数的四则运算 .....     | (4)    |
| § 1.2 比率与比例 .....    | (5)    |
| 一、几个基本概念 .....       | (5)    |
| 二、比与比例的性质 .....      | (6)    |
| 三、比率与比例的应用 .....     | (6)    |
| § 1.3 根式、指数与对数 ..... | (8)    |
| 一、几个基本概念 .....       | (8)    |
| 二、指数与对数的运算法则 .....   | (9)    |
| 三、应用举例 .....         | (10)   |
| § 1.4 数列及其应用 .....   | (12)   |
| 一、等差数列 .....         | (12)   |
| 二、等比数列 .....         | (19)   |
| 三、连加和的表示方法 .....     | (23)   |
| § 1.5 利息 .....       | (27)   |

|                          |      |
|--------------------------|------|
| 一、单利 .....               | (27) |
| 二、银行贴现 .....             | (32) |
| 三、复利 .....               | (33) |
| 四、实际利率与名义利率 .....        | (38) |
| § 1.6 年金 .....           | (41) |
| 一、普通年金的终值和现值 .....       | (41) |
| 二、预付年金的终值和现值 .....       | (46) |
| 三、偿债基金 .....             | (49) |
| § 1.7 几种资本成本的计算 .....    | (51) |
| 一、债券的成本 .....            | (52) |
| 二、优先股的成本 .....           | (54) |
| 三、普通股的成本 .....           | (55) |
| § 1.8 投资决策的几种效益指标 .....  | (56) |
| 一、净现值 .....              | (56) |
| 二、投资收益率 .....            | (58) |
| 三、设备的平均年使用成本 .....       | (60) |
| <b>第二章 一元函数微分学</b> ..... | (70) |
| § 2.1 函数 .....           | (70) |
| 一、常量与变量 .....            | (70) |
| 二、函数的概念 .....            | (71) |
| 三、函数公式表示法 .....          | (74) |
| 四、函数图象 .....             | (78) |
| 五、几种常用函数及其图象 .....       | (80) |
| § 2.2 函数的极限与连续 .....     | (83) |
| 一、极限概念 .....             | (83) |
| 二、极限的四则运算法则 .....        | (86) |
| 三、函数的连续性 .....           | (90) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| § 2.3 导数 .....           | (93)  |
| 一、实例 .....               | (93)  |
| 二、导数的概念 .....            | (96)  |
| 三、导数的几何意义 .....          | (98)  |
| § 2.4 导数的计算法 .....       | (99)  |
| 一、几个基本函数的导数公式 .....      | (100) |
| 二、导数的四则运算法则 .....        | (101) |
| 三、链式法则 .....             | (103) |
| 四、反函数的导数法则 .....         | (105) |
| § 2.5 函数的极值与最大(小)值 ..... | (107) |
| 一、函数的单调性 .....           | (107) |
| 二、极值与判别方法 .....          | (108) |
| 三、极值的第二判别法 .....         | (111) |
| 四、最大值与最小值 .....          | (113) |
| § 2.6 导数与极值的应用 .....     | (115) |
| 一、边际概念 .....             | (115) |
| 二、利润最大化原理 .....          | (118) |
| 三、平均成本最小原理 .....         | (121) |
| 四、经济生产批量(EPQ)模型 .....    | (122) |
| 五、经济订货量(EOQ)模型 .....     | (128) |
| 六、固定资产的经济寿命模型 .....      | (131) |
| § 2.7 微分 .....           | (133) |
| 一、微分的概念 .....            | (134) |
| 二、微分的计算和形式不变性 .....      | (136) |
| 三、微分在近似计算上的应用 .....      | (137) |
| § 2.8 弹性 .....           | (139) |
| 一、点弹性与弧弹性 .....          | (140) |

|                          |              |
|--------------------------|--------------|
| 二、需求的价格弹性 .....          | (144)        |
| 三、总收入、边际收入和价格弹性 .....    | (147)        |
| <b>第三章 多元函数微分学 .....</b> | <b>(155)</b> |
| § 3.1 偏导数与全微分 .....      | (155)        |
| 一、多元函数的基本概念 .....        | (155)        |
| 二、偏导数 .....              | (157)        |
| 三、全微分 .....              | (160)        |
| § 3.2 偏导数的应用 .....       | (161)        |
| 一、联合成本函数的边际成本 .....      | (161)        |
| 二、边际生产率 .....            | (162)        |
| 三、等产量曲线与边际技术替代率 .....    | (163)        |
| 四、相关商品的边际需求 .....        | (166)        |
| 五、需求的偏弹性与交叉弹性 .....      | (168)        |
| § 3.3 多元函数的极值 .....      | (172)        |
| 一、极值与判别方法 .....          | (172)        |
| 二、极值的应用 .....            | (176)        |
| § 3.4 最小平方经验公式 .....     | (180)        |
| 一、线性经验公式 .....           | (181)        |
| 二、非线性经验公式 .....          | (185)        |
| 三、多元经验公式 .....           | (190)        |
| § 3.5 约束条件下的极值 .....     | (191)        |
| 一、拉格朗日乘子法 .....          | (192)        |
| 二、修正的拉格朗日乘子法 .....       | (197)        |
| 三、最佳投入结合比例的测定 .....      | (199)        |
| <b>第四章 矩阵代数 .....</b>    | <b>(204)</b> |
| § 4.1 矩阵的概念 .....        | (204)        |
| § 4.2 矩阵的运算 .....        | (207)        |

|                    |       |
|--------------------|-------|
| 一、矩阵的加法和减法         | (207) |
| 二、数乘矩阵             | (209) |
| 三、矩阵的乘法            | (210) |
| § 4.3 逆矩阵          | (215) |
| 一、逆矩阵的概念           | (215) |
| 二、逆矩阵的求法           | (216) |
| § 4.4 矩阵行列式        | (221) |
| 一、行列式的定义           | (221) |
| 二、行列式的性质           | (226) |
| 三、逆矩阵的求法之二——公式法    | (230) |
| § 4.5 线性方程组        | (233) |
| 一、线性方程组的有关概念       | (233) |
| 二、线性方程组的矩阵解法       | (235) |
| 三、克莱姆(Cramer)法则    | (241) |
| 四、应用举例             | (244) |
| § 4.6 价值型投入产出模型    | (249) |
| 一、综合平衡表与平衡方程组      | (249) |
| 二、直接消耗系数           | (254) |
| 三、完全消耗系数           | (258) |
| § 4.7 投入产出模型的应用    | (262) |
| 一、根据总产值计算最终供销      | (262) |
| 二、根据最终需求确定总产值      | (264) |
| 三、最终产品变动对劳动力需要量的影响 | (267) |
| 四、投入产出价格分析         | (269) |
| <b>第五章 线性规划</b>    | (276) |
| § 5.1 线性规划问题       | (276) |
| 一、线性规划问题的数学模型      | (276) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| 二、线性规划问题的几个基本概念 .....    | (280) |
| § 5.2 图解法 .....          | (281) |
| § 5.3 单纯形法 .....         | (286) |
| 一、线性规划模型的标准型 .....       | (286) |
| 二、单纯形算法 .....            | (288) |
| § 5.4 单纯形法的进一步讨论 .....   | (298) |
| § 5.5 最佳分配模型 .....       | (303) |
| 一、分配问题的数学模型 .....        | (303) |
| 二、分配问题的解法 .....          | (306) |
| <b>第六章 概率与数理统计</b> ..... | (314) |
| § 6.1 事件与概率 .....        | (314) |
| 一、基本概念 .....             | (314) |
| 二、古典概型 .....             | (315) |
| 三、客观概率与主观概率 .....        | (317) |
| § 6.2 概率的运算性质 .....      | (319) |
| 一、几种常用事件 .....           | (319) |
| 二、概率的加法法则 .....          | (319) |
| 三、条件概率与乘法法则 .....        | (320) |
| § 6.3 随机变量及其数字特征 .....   | (323) |
| 一、随机变量及其概率分布 .....       | (323) |
| 二、均值 .....               | (325) |
| 三、方差 .....               | (332) |
| § 6.4 正态分布 .....         | (333) |
| 一、正态分布及其特征 .....         | (334) |
| 二、概率的计算 .....            | (336) |
| § 6.5 统计估值 .....         | (340) |

|                    |              |
|--------------------|--------------|
| 一、几个基本概念.....      | (340)        |
| 二、样本统计量.....       | (341)        |
| 三、总体数字特征的点估计.....  | (342)        |
| 四、总体数字特征的区间估计..... | (345)        |
| <b>附 表 .....</b>   | <b>(352)</b> |

# 第一章 初等代数与价值数学

## § 1 · 1 数的近似计算

### 一、数的近似表示

#### 1. 由四舍五入得到的近似数

我们看由四舍五入得到的近似数 38.57, 如果准确数是: 38.5649, 38.5650, 38.5651, …… , 38.5749, 38.575, 它们精确到 0.01 的近似数分别是: 38.56, 38.57, 38.57, …… , 38.57, 38.58。

这就是说, 由四舍五入得到的近似数 38.57, 它的准确数  $A$  适合不等式:

$$38.565 \leq A \leq 38.575$$

一般地, 一个近似数  $a$  是由四舍五入到某一数位而得到的, 我们虽然不一定知道它的准确数是多少, 但是可以知道这个准确数一定大于或等于  $a$  减去它的最末一位数字的半个单位, 而小于  $a$  加上它的最末一位数字的半个单位。例如, 精确到 0.1 的近似数 38.6, 它的准确数  $A$  适合不等式  $38.6 - 0.05 \leq A \leq 38.6 + 0.05$ , 即  $38.55 \leq A \leq 38.65$ 。

#### 2. 注意两种近似数的写法

(1) 例如, 把 3.6024 四舍五入到 0.01, 得 3.60。这时不能

把 3.60 的末尾的 0 去掉,而写成 3.6,这是因为,近似数 3.60 的准确数  $A$  适合不等式  $3.595 \leq A \leq 3.605$ ,而近似数 3.6 适合不等式  $3.55 \leq A \leq 3.65$ ,它只精确到 0.1。由此可知,3.60 和 3.6 的精确度不一样,3.60 的精确度高;3.6 的精确度低。

(2)例如,把 86704 四舍五入精确到 100,得 86700;精确到 10,也得 86700。这样就不能区别这两个近似数的精确度。在这种情况下,可以把它们写成带一位整数的小数与 10 的整数次幂的积的形式。这个带一位整数的小数的末位上的数字是由四舍五入得到的。例如,把 86704 四舍五入精确到 100,就写成  $8.67 \times 10^4$ ;把 86704 四舍五入精确到 10,就写成  $8.670 \times 10^4$ 。

### 3. 选取近似数的其他方法

选取近似数常用的方法是四舍五入,但不是唯一的,有的要根据问题的实际情况而定。例如火车站的退票费的收取是按票价的 10%,但票价不足 10 元的按 1 元收取。会计计算中常用的还有四舍六入法,即四以下舍,六以上入,而五保留,等等。

若近似数的尾数是由入而得到的,称其为准确数的过剩近似值;若尾数是由舍而得到的,称其为不足近似值。例如, $\pi = 3.1415926\cdots$ ,则  $\pi \approx 3.14$  为不足近似值; $\pi \approx 3.142$  过剩近似值。我们选取的近似数通常都采用四舍五入法。

## 二、近似数的误差估计

### 1. 绝对误差

一个近似数  $a$  和它的准确数  $A$  的差的绝对值,叫做这个近似数  $a$  的绝对误差:

$$|a - A|。$$

例如,用 0.33 做为  $\frac{1}{3}$  的近似值,那么绝对误差是:  $|0.33 - \frac{1}{3}| = \frac{1}{300}。$

在准确数不知道的情况下,通常把这个近似数最末一位的半个单位做为它的绝对误差。例如,由四舍五入得到的近似数 2.34,它的绝对误差取作 0.005;又如,由四舍五入得到的近似数  $6.32 \times 10^6$ ,它的绝对误差取作  $0.005 \times 10^6 = 5000。$

## 2. 相对误差

一个近似数  $a$  的绝对误差对于它的准确数  $A$  所占的百分数,叫做近似数  $a$  的相对误差:

$$\frac{|a - A|}{A} \times 100\%$$

在准确数不知道的情况下,用绝对值占近似数的百分数做为近似数的相对误差。

在计算相对误差时,通常是求出一位或两位不等于零的数,以后就四舍五入。

**例 1** 把准确数 38.76 改写成近似数 39,求相对误差。

**解:** 相对误差为  $\frac{|39 - 38.76|}{38.76} \times 100\% \approx 0.6\%。$

**例 2** 某乡的粮食产量是 142.3 万公斤,这个数是由四舍五入得到的,求其相对误差。

**解:** 相对误差为  $\frac{0.05}{142.3} \times 100\% \approx 0.035\%$

## 3. 有效数字

一个近似数从左边第一个非零数字起,到最末一位数字(可为零)止,所有的数字都叫做这个近似数的有效数字。例