茹季札　著

实用符号逻辑

$\neg$ $\exists$

$\square$

$\diamond$

西北大学出版社

F1.2

实用符号逻辑

茹季札 著

西北大学出版社

新登(陕)字第 011 号

实 用 符 号 逻 辑

茹季札 著

西北大学出版社出版发行

(西安市太白路)

新华书店经销　　西安电子科技大学印刷厂印刷

850×1168　1/32 开本　9 印张　234 千字

1991 年 10 月第 1 版　　1991 年 10 月第 1 次印刷

印数：　1—2 000

ISBN 7-5604-0275-5/O·18　　定价：4.70元

内 容 简 介

本书是通俗读物.主要对象是中学数学教师、大专文理科学生以及对现代逻辑有兴趣的读者.文、法、经济、管理专业也可用本书作为《现代逻辑导论》的教材.全书共五章四十节，书后有总复习题和参考文献.

本书对概念外延作了具体的分析，讨论了集合的基本运算.在命题逻辑部分,对实质蕴涵作了较多的讨论,舍弃了某些烦琐哲学的观点和方法.对三段论方法作了特殊的处理并介绍了卢伽西维兹的研究.对谓词逻辑中的关系逻辑作了较多的讨论，然后集中讨论了量词.在介绍了带常谓词＝及＜和≤以及常函词＋和·的一阶逻辑及其表现力之后，以量词逻辑的基本定理和基本推理规则为导引广泛地讨论了量词逻辑的应用.对于模态逻辑，摒弃了某些含糊不明确的理论，结合断言逻辑作了试探性的、结合实际的讨论.结合初等数学实际，对于猜想和合情推理作了具体的阐述.利用断言逻辑对悖论作了深入浅出的研究.在总复习题中介绍了对偶原则并通过证题、解题又对读者开拓了某些新的领域

本书不拘泥于形式上的严谨，以通俗易懂为根本要求，语言生动，引人入胜，论述富于启发性.

本书因为内容包括概念外延分析和直接推理与三段论推理，基本上包括了传统逻辑的主要内容并对传统逻辑的现代化作了些探索工作.在论述命题逻辑和谓词逻辑的内容时，有意地打破西方著作中已有的框框，因而在通俗化方面有新的开拓.

编者茹季札同志系陕西省逻辑研究会顾问，曾与人合作翻译哈密尔顿的《数学家的逻辑》,1989年已在商务印书馆出版.

引　言

以布尔和福雷格的贡献为里程碑的现代符号逻辑（数理逻辑）晚近的发展主流是三个大方向：逻辑的方向，数学的方向和哲学的方向。在这三个大方面都获得了十分丰富的成果，以至整个现代（符号）逻辑如今已经成为内容相当博大精湛，和其他许多学科有广泛、密切关联的重要学科。关于符号逻辑的十分复杂渊博的内容以及它和有关学科十分重要而且密切的联系我现在不准备去说了。因为，在一开始，这些问题是不可能说清楚的。我只撮要作一个十分简单的介绍，本书只是一个通俗讲话。

在逻辑这个大方向上，主要有命题逻辑，量词逻辑（谓词逻辑），以及模态逻辑，多值逻辑，直觉主义命题逻辑等非标准逻辑；进而研究元逻辑理论的有逻辑语形学，逻辑语义学，逻辑语用学，逻辑语言学等。在数学这个大方向方面，主要有算法论，布尔代数，递归函数论，组合逻辑，模型论，公理化理论，证明论，形式化公理集合论，数学基础论，概率逻辑等。在物理学、控制论、生物学以及社会科学方面的应用就不提了．在哲学这个大的方向上，主要是在认识论研究上的应用和伦理学研究上的应用，有人也把它用在本体论的研究上。上面只不过举其荦荦大端而已。

就我这本通俗读物的宗旨来说，我仅仅想多结合实际（特别是日常生活实际），用粗浅的语言对符号逻辑的初等部分作一些十分简单扼要的介绍。写这本通俗小册子的主要意图是想引起广大青年学生（以及青年教师）钻研现代逻辑的兴趣。

关于逻辑和现代逻辑已经有许多定义了。要想作出一个完全令人满意的定义乃是一件十分艰难的事。看一看上面说的现代逻辑在三个大方向上的发展就会有此体会。这里不妨这样说：符号

逻辑是应用数学方法（主要是形式化方法）对人类思维（主要是推理）过程的规律性（主要是模式〈Pattern〉）进行研究的科学。根据这个定义，符号逻辑这门科学的对象是十分复杂的，它的任务是十分艰巨的，它要求绝对的形式上的严格性，要求严密的系统性，要求高度的科学性。因此，我这个通俗小册子就只能（也应该）粗浅地谈一谈初等部分了。可是，如上面说的，既然我想引起广大青年钻研现代逻辑几个大方向的兴趣，那么，我还得竭力做到态度严谨、循循善诱、论述清晰、深入浅出、语言明朗，这对我个人来说，仍然是一个很艰巨的任务啊。

可是，把逻辑，特别是现代逻辑交给广大青年（甚至少年）的这个愿望在我心里是不可泯灭的。

忆昔三十年代末学数学时，在恩师傅种孙的影响和熏陶下，曾有学习数理逻辑的念头。商请傅先生开选课，傅先生说："我也想研究研究，可惜目前没有什么参考资料啊。"盖因当时是1940年，正是抗战艰苦时期也。徒呼奈何而已。直至数学系毕业后，始觅得金岳霖先生《逻辑》（大学丛书）自学，其后又得汪奠基先生《现代逻辑》（大学丛书）钻研，但理解仅十之四五，事倍而功不及半，也是干着急没办法。当时想：要是能有几本通俗普及的读物来把我开导启发一下多好哟。解放后，特别是粉碎"四人帮"之后，数理逻辑方面陆续出版了一些名家的通俗普及读物，但，总的说，就我们这个伟大的国家来说，这方面的通俗读物不是多了而是少了。这是因为，我有这么一个基本看法：学逻辑的人不是多了，而是太少了，太少了。

生活在16、17世纪之交的我国著名启蒙思想家、科学家徐光启和利玛窦合译欧几里得《几何原本》前六卷完毕，曾作《几何原本杂议》若干则，其中说：

"下学功夫，有理有事。此书为益，能令学理者祛其浮气，练其精心；学事者考资其定法，发其巧思。故举世无一人不当学。"

又云：

“能精此书者无一书不可精；好学此书者无一事不可学。”

“人具上资而意理疏莽，即上资无用；人具中材而心思缜密，即中材有用。能通几何之学，缜密甚矣。故率天下之人而归于实用者，是或其所由之道也。”

这位热情的伟大思想家还抱着‘……百年之后，必人人习之（按：意思是“人人学几何”）’的希望。三百年以来的历史事实使我们不无遗憾地看到，他的热情希望落了空。这位伟大开拓者的话是值得20世纪80年代的中国人反省的。审思之，三百年前这位认识深刻、眼光远大的启蒙思想家关于学习几何的语重心长的话不是完完全全可以用在学习逻辑这个基础学科上吗？事实上，在古希腊哲学家中，特别是柏拉图及其学派，就特别重视学习几何，并且以坚决的态度劝告人们学习几何。传奇式的故事中说：在柏拉图所设的学院入口，他写了一句标语：‘别让不懂几何的人入门’.柏拉图学派认为，预先熟习几何是研究哲学的必要条件，因为几何正是训练人们思想、提高人们演绎推理能力的极有效的工具。古希腊哲学家多数同时也是逻辑学家或数学家。学几何就是学逻辑[注].

我国近代以介绍西方资产阶级上升时期进步思想而著名的严复（几道）是值得一提的。

不必讳言，严复本人的思想在他的晚年有很大的变化，但，本世纪初叶他积极译著介绍西方逻辑，在上海系统讲学，并创设我国第一个逻辑学术组织《名学会》，这个时期的这些活动的功绩是不可低估的。从当时我国的实际情况出发，严氏倾向提倡归纳逻辑，也是未可厚非的。他推崇归纳逻辑是希望人们掌握新的科

[注] 请参阅科士青著 苏步青译 《几何学基础》，商务印书馆1954年版，第一章第1节。

学理论和政治理论。何况，严氏也并没有因强调归纳法而贬低演绎法。严氏重视准确地使用概念，曾说："科学入手，第一层工夫便是正名"，"用一名义，必先界释明白"（见严复：《政治讲义》，转引自中国社会科学出版社出版的《中国逻辑史研究》）。严氏大力提倡"于学术则黜伪而崇真，于刑政则屈私以为公."严氏崇信西方学者培根的观点，认为逻辑"是学为一切法之法，一切学之学."这些都是十分深刻的思想，正是自进步启蒙思想家徐光启以来有识有志之士的共识和奋斗目标。

可是，历史毕竟不能走笔直的道路，新的科学思想和革命思想的传播和深入人心的确需要一个坎坷而曲折的过程。人们用困惑而悲伤的眼光看到，在中国共产党建立了政权15年以后，党内还是出现了"四人帮"，他们居然能在不短的时期中横行霸道、穷凶极恶、暴戾恣睢到那一种地步。他们使整个社会陷入无理性状态。他们不承认客观的逻辑规律，只有"强盗的逻辑"。'以非为是，以是为非，是非无度，而可与不可日变。所欲胜因胜，所欲罪因罪'（《吕氏春秋》，卷十八，离谓篇）；'修辞必立诚'之风不得张，'莫须有'之罪名满天飞；'慎思明辨'者身危，'指鹿为马'者腾达；直如矢者遭殃，曲如钩者封侯；权强者以不讲理为荣，势卑者以'发拉屎'[注]偷生，如此等等。静而观之，胆战心惊；默而思之，不寒而慄。

任重而道远的我们这两三代人有责任认真学一学逻辑，认真学一学科学的思想方法；我们有责任把理性主义的精华再研讨一下。这是历史的使命！我们不学，谁学？

两千余年以前，伟大的思想家和诗人屈子高歌咏怀：

'亦余心之所善兮，

〔注〕'发拉屎'是'伪论'（即'谬论'）英文字 fallacy 的几道先生的音译。

虽九死其犹未悔！’
‘路漫漫其修远兮，
吾将上下而求索。’

我把我的通俗小册子奉献给我国亿万有远大前程的青少年们，连同我敬爱的诗人的诗句。

目　录

第Ⅰ章　概念和类演算

因为我这个通俗读物的中心任务是初步讨论一下人类推理思维的某些模式(形式)，所以，概念不作为我们讨论的对象。关于概念的特征、概念的内涵和外延以及概念的种类和概念之间的关系等问题，读者可以参阅传统逻辑的有关部分。

可是，由于概念终究是思维的起点，由于概念外延间的关系也是形式方面的问题，我觉得有必要在一开始对概念外延间的关系作一个初步的探讨。

每一个概念的外延决定了对应于这个概念的一个**“聚合”**(或集合、类、属、种，以后只用**类**这个词)，所以，为了探讨概念外延间的关系，我们要对类和类演算作一些朴素的初步研究。

Ⅰ.1. 集合与类

数理逻辑把那些作为一个整体来考察的确定的彼此不同的事物称为**集合**(简称**集**)。对于集合进行考察直接有助于对于概念外延的研究。

要说明的是，我们并不是从数学基础的角度来严格地研究集合，就我们目前的要求来说，没有这个必要。关于这个问题，这里不能详细说明。因为，要详细说明，就得说明集合和数学基础间的内在关系，就得说明为什么必须用十分严格的数学方法以及逻辑方法来探讨集合，那又不符合我们目前的要求了。

我们目前的具体要求是应用朴素的集合理论以及初等集合运算来对概念的外延及其关系作一些研究。

在朴素的集合论中，一些客观对象只要作为一个整体来考察，它就形成一个集合，只要这些对象是确定了的而且是不同的。这些对象叫做这个集合中的**元素**。例如：从1到9且包括1

和 9 在内的所有奇数是一个集合；在电影院看下午八点半这一场电影的所有观众也是一个集合。所谓“确定”，就是属于或不属于这个集合是十分明确的，不是模糊的。例如：“从 1 到 115 间的10个奇数”,就不是确定的对象.因为 1 到 115 之间有多于 10 个的奇数，于是就要问 1 和 115 包含在内否？是 1,3,5,7,9,11,13，15，17,19 这十个奇数呢，还是 1,5,7,13,17,19，23，25，99，101这十个呢，还是 3,5,17,23,41,53,79,81,93,115 呢？不确定。没有法子确定。所以“从 1 到 115 之间的 10 个奇数”就不可能形成一个集。又比如,“上海大学二十岁左右的大学生”也不能形成一个集，因为对象不确定。又比如,“排球队里面那些比较高的队员”也不能形成一个集。可是“1988 年 2 月 1 日北京时间上午 8 时正中国境内不满实足年龄 18 岁的男青少年儿童”,虽然不能确切地说出他们的姓名，但客观上这些男青少年儿童是完全确定的，因之，上面说的那些青少年儿童形成一个集合。另外，我们规定集合内的对象《元素》必须彼此不同，这是一个合理的规定，否则一个集合就不可能确定地、唯一地写出来了。

集合中元素的属性是没有限制的。在日常生活以及科学技术和工农业生产中所有可能的对象都可以是集合的元素。除了具体的对象以外，抽象的东西也可以。例如：$\sqrt{3}$，π,e 就可以形成一个集。“飞马”,“长着犄角的狮子”,“三头六臂的人”也可以形成一个集合.“飞马”等既不存在，这个集合就是空的，叫做**空集**.空集记为“$\varnothing$”,$\varnothing=\{\ \}$。

我们规定在目前的讨论中，集合中元素的个数为有穷数。哪怕是 10^{10000} 个也好，总是有限数。这个规定可以避免一些争论，有利于目前的探讨[注]。

［注］ 集合的元素本来可以是无穷多个，例如，所有自然数的集合或所有有理数的集合等.但就我们所讨论的范围来说,我们规定集合中元素个数有穷是适宜的.

关于集合的表示，我们用数学中的表示法。

(1) 列举法。用曲线括号把集中的元素一一列举出来。例如：集$_1$={牛，马，羊，鹿}；集$_2$={自来水笔，墨水，铅笔，月球，西湖}；集$_3$={1,2,3,4,……,1142379}；集$_4$={张三、李四、王五}.

(2) 特征法。用写出元素的特征性质来表示一个集合。例如：集$_5$=$\{x : x^7-3x^5+x^4-9x^3+2x-11=0\}$，集$_6$={x : x为整数并且$1\leqslant x\leqslant 1142379$}，集$_7$={x : x=张三或x=李四或x=王五}，集$_8$={x : $1\leqslant x\leqslant 100$并且x可以被3整除}。

事实上，集$_6$就是集$_3$，集$_7$就是集$_4$，而集$_8$就是$\{3,6,9,\cdots,99\}$.

集的元素也可以是集，例如集$\{1,2,3,5,\{2,4\}\}$。如果集A的所有元素同时又是集B的元素，而且集B有些元素不是A的元素，我们就说A **真包含于** B，B **真包含** A，记为$A\subset B$或$B\supset A$。当A真包含于B时，我们就说A为B的**真子集**。例如，集$_1$={x : x可以除尽12}，集$_2$={x : $1\leqslant x\leqslant 87$而且x是整数}，则集$_1\subset$集$_2$。

根据上述真子集的定义，易知**空集**$\varnothing$是任一非空集的子集。这是因为，空集$\varnothing$无元素，我们不可能在空集中找到一个元素，它不是另一非空集的元素。

x是集A的**元素**，我们记作$x\in A$，x不是A的元素，记作$x\notin A$。

也可以把$\{x : x^2-4=0\}$写成$\{x|x^2-4=0\}$。

可以用图来表示集合，按数学家欧拉的习惯，用圆来表示已给的集合。不同的圆表示不同的集合，画得不圆也无妨，画大画小也无关。

就我们目前讨论的具体内容来说，每个集合都代表一个概念的外延，而某个集合的特征性质则对应于这个集合的概念的内涵。例如：A={x : $1\leqslant x\leqslant 10\,000$并且x可以被2整除}，这里

的集合 A 实际上就是“大于等于 2，小于等于 10 000 的所有偶数”这个概念，其外延是：2，4，6，……，10 000 这些偶数。

B = {x : x 是男的并且在西安市属的中学里学习}，这里的集合 B 实际上就是“西安市的男中学生”这个概念，其外延就是所有西安市的男中学生。

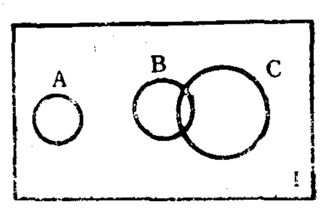
C = {x : x 占有土地，自己不劳动或者只有轻微的附带劳动，靠剥削长工、短工为生的人}，这个集合 D 就是概念“地主”。

D = {x : x≠x}，集合 D 是空的，因为每一个事物总是跟它自己同一的，所以，没有满足 x≠x 的x，所以集 D 中没有元素。空集对应的是虚假概念，其外延是那些在现实世界中不存在的事物，如：“方的圆”，“永动机”，“三头六臂的勇士”，“靠剥削别人生活的无产者”等等，这些虚概念我们将不予讨论。

集合{x : x = x}是什么样的集合呢？因为所有的 x 都和它自己同一，所以满足这个条件的 x 就是现实世界中的所有对象。如果不确定一个讨论的范围，这个包含所有对象的集合是说不清楚的。我们认为，以任何集合的元素为元素的集合是不存在的。

在我们讨论某个确定范围的对象的时候，有时候有必要说到**这个确定范围的所有对象**的集合。这个集合我们称为**全集**。全集一般用 I 表示。

例如，在这个地球上有白种人，黑种人，黄种人，……；有老年人，中年人，青年人，少年儿童；有工人，农民，教师，工程师，资本家，庄园主，商店经理，总统，将军，强盗，……各种人。这许多种类的人作为一个整体，就形成了一个全集，即所有人，所有民族，所有阶级，所有阶层的集合。又例如，鸡，鸭，乌鸦，喜鹊，雁，鹰，鹦鹉，八哥等等，形成了“鸟”这个全集。



既然我们讨论的全集是在一定论域中的有限集，我们可用图形来表示全集和其他Ⅰ的真子集：
在前页的图中，Ⅰ就是全集。A,B,C是Ⅰ的真子集。

为了不使我们的讨论产生不必要的混乱，我们要缩小讨论范围。我们不讨论一般的集合，仅仅讨论那些由一个概念的外延的所有分子组成的集合，就是说，一个集合的元素与一个概念的外延的所有分子对应。我们仅仅讨论这一种集合。为了区别，甚至可以专门称这一种以不同的概念来决定的集合为**类**。

这里我们要作一个声明。

我们的类仍然是集合。我们在这里特别提出类这个词儿，不过是强调我们主要着眼于概念的外延来进行考察，集合论中其他许多重要问题我们根本不涉及。这里讲的是初等类演算。我们根本不提冯·诺意曼和贝尔奈斯的理论，换言之，我们根本不说那种不是集合的类(所谓**真类**)，请读者不要误会。

我们的类是有限的(但可以尽量大)，就是说，我们的概念的外延的分子是有穷的，即，类的元素是有穷的。在实际生活中，有限类(有穷类)已经够用了，而且，这样可以避免许多麻烦。

Ⅰ.2 关于集合的基本运算

(i) 设已知两个集合 A、B，我们定义第三个集合 C 如下：

C＝{x：x 属于 A 或 x 属于 B}，这里的 C 就叫做 A 与 B的**并集**，记为 C＝A∪B，读作 A 联 B，或 A 并 B。

例。设 A＝{x：1⩽x⩽100 并且可以被 2 整除}＝{2，4，6，8，…，100}，设 B＝{x：1⩽x⩽100 并且可以被 4 整除}＝{4,8,12,16,…,100}，则 C＝{2,4,6,8,…,100}。

易知，如果集 A 真包含集 B，则 A∪B 就等于 A。

又设 A＝{x：1⩽x⩽20 并且 x 可以被 2 除尽}＝{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20}，B＝{x：1⩽x⩽20 并且 x 可以被 3 除尽}

$=\{3,6,9,12,15,18\}$，则 $C=\{2,3,4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20\}$。

又设 A＝{男学生}，B＝{学生}，则 C＝{学生}。

又设 A＝{红牡丹花}，B＝{黄牡丹花}，则 C＝{红牡丹花加上黄牡丹花}。

又设 A＝{共青团员}，B＝{中学生}，C＝{共青团员加中学生再减去既是团员又是中学生的那些中学生}。（如果没有一身兼二的人，当然不用减去了。原则是一个人不能算两次。）

又设 A＝{工人}，B＝{共产党员}，则 C＝{工人加共产党员再减去既是工人又是党员的那些人}。（如果有人既是工人，又是党员，则他只能出现一次。）

又设 $A=\{x: -5\leqslant x<1\}$，$B=\{x: 0\leqslant x\leqslant 7\}$，则 $C=\{x: -5\leqslant x\leqslant 7\}$。

（ii）设已给集合 A、B，我们定义第三个集合如下：

$C=\{x: x\in A$ 并且 $x\in B\}$，这里的 C 叫做 A 与 B 的**交集**，记为

$C=A\cap B$，读作 A 交 B。

例。设 $A=\{x: 1\leqslant x\leqslant 20$ 并且 x 可以被 2 整除$\}=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$，

$B=\{x: 1\leqslant x\leqslant 20$ 并且 x 可以被 4 除尽$\}=\{4,8,12,16,20\}$，

则 $C=\{x: x\in A$ 并且 $x\in B\}=\{4,8,12,16,20\}$。

又设 $A=\{x: 1\leqslant x\leqslant 20$ 并且 x 可以被 2 整除$\}=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$。

$B=\{x: 1\leqslant x\leqslant 20$ 并且 x 可以被 3 整除$\}=\{3,6,9,12,15,18\}$，

则 $C=\{6,12,18\}$。

又设 A＝{男学生}，B＝{学生}，

则 C＝{男学生}。