

高等学校教材

电力系统过电压

武汉水利电力学院 解广润 主编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书内容分为四部分：理论基础、雷电过电压、内部过电压以及电力系统绝缘配合。书中着重介绍集中参数和分布参数电路的暂态分析方法；各种过电压的发生与发展机理；过电压保护装置的原理及其应用；电力系统过电压保护及绝缘配合的原理及措施。本书还扼要介绍了过电压的计算机计算方法和处理随机变量的有关知识。

本书系高等学校“高电压技术及设备”专业教材，也可供电力系统以及各方面从事防雷工作的技术人员参考。

高等学校教材

电力系统过电压

武汉水利电力学院 解广润 主编

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 22.625印张 511千字

1985年6月第一版 1985年6月北京第一次印刷

印数0001—7970册 定价4.65元

书号 15143·5659

序 言

本书是根据1982年12月全国“高电压技术及设备”专业教学计划及教材编审规划会议所通过的“电力系统过电压”课程的教学大纲编写的。

编者力图使学生在学完本书后能掌握集中参数及分布参数电路的暂态及稳态分析方法，以及产生过电压的机理；掌握过电压保护装置的原理及其应用；掌握电力系统过电压保护的基本方法，使学生有分析和解决工程问题的能力，并对有关规程有一定的理解。

在目录中打有*号的部分，其内容较深，一般可不讲授，只作为基础较好的学生自学之用。该部分也可以满足工程技术界的参考需要。

本书第一部分（理论基础）包括第一章到第三章，是由陈慈萱编写的；第二部分（雷电过电压）包括第四章到第八章，是由解广润编写的；第三部分（内部过电压）包括第九章到第十一章及第四部分（电力系统绝缘配合——第十二章）是由方瑜编写的。全书由解广润主编。王秉钧同志主审本书书稿。

本书内容参考了陈维贤同志编的《内部过电压基础》和吴维韩同志编的《输电线路暂态计算》（讲义）。在编写时还吸收了各兄弟院校及本院的多年教学经验和资料。王秉钧同志陈维贤同志和程启武同志对本书稿提出了很多宝贵意见。编者在此对他们表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限，书中不妥及错误之处在所难免，恳切希望读者批评指正。

编 者

1983年8月

目 录

序 言

第一部分 理 论 基 础

第一章 线性集中参数回路的过渡过程	1
第一节 具有 R 、 L 、 C 元件的电路在直流电压作用下的过渡过程	1
一、直流电压作用在 LC 串联回路上的过渡过程	1
二、电阻对振荡的阻尼作用	4
第二节 任意电压作用在 LC 串联电路上的过渡过程	8
一、波长为 S 的矩形波电压作用于 LC 振荡回路	8
二、波头时间为 S 、幅值为 E 的斜角波头电压作用于 LC 振荡回路	9
三、指数波电压作用于 LC 振荡回路	11
四、交流电源作用于 LC 振荡回路	12
第三节 参数突变时的过渡过程	15
一、用等值电源定理化三相交流电路为单相等值电路	17
二、用叠加原理计算参数突变时的过渡过程	20
三、用对称分量法求参数突变时的过渡过程	22
第四节 多网孔振荡回路的过渡过程	27
一、用拉氏变换法计算双网孔振荡回路的过渡过程	27
*二、用状态变量法计算多网孔振荡回路的过渡过程	29
三、 n 级 LC 链形回路的过渡过程	33
第一章 习题	36
第二章 分布参数回路的过渡过程	36
第一节 均匀无损导线的波过程	37
一、波过程的物理概念	37
二、波过程计算的基本方程	39
第二节 波的折射与反射	43
一、折射波和反射波的计算	43
二、直流电压合闸于有限长线路时的流动波图案	46
第三节 等值集中参数定理(彼得逊规则)	52
一、波通过电感和旁过电容	53
二、用图解法求结点电压	56
三、等值波规则	58
第四节 波的多次折、反射	60
一、用网格法计算波的多次折、反射	60

二、网格法的数值计算	64
三、集中参数 L 、 C 的等值线段	68
第五节 用特性线法(白日朗法)进行波过程计算	69
一、用特性线法进行简单回路波过程计算及实例	69
二、白日朗数值计算法	75
第六节 多导体系统的波过程	84
一、波在平行多导体系统中的传播(大地为理想导体)	84
二、平行多导线的等值波阻	86
三、平行多导线的耦合系数	87
四、平行多导线系统的波动方程	89
第七节 用模量变换法计算平行多导线系统的波过程	90
一、矩阵的对角线变换	90
二、平行多导体系统的模量变换	92
三、用模量变换法计算完全均匀换位的三相架空线的波过程	94
第八节 线路损耗对波过程的影响	100
一、波的衰减和变形	101
二、电晕对导线上波过程的影响	102
第二章 习题	105
第三章 绕组内的波过程	106
第一节 无穷长直角波作用于 $L-C-K$ 分布参数回路时的过渡过程	106
一、物理过程	106
二、数学分析	111
第二节 任意波形的电压源作用于 $L-C-K$ 分布参数回路时的过渡过程	114
一、长度一定的矩形波电压	114
二、斜角波头的电压	115
三、指数波电压	116
第三节 三相变压器绕组内的波过程及其内部保护	117
一、变压器 Y_0 接线的情况	117
二、变压器 Y 接线的情况	119
三、变压器 Δ 接线的情况	120
四、变压器的内部保护	120
第四节 波在变压器绕组间的传播	122
一、变压器绕组间的静电感应	122
二、变压器绕组间的电磁感应	123
*第五节 变压器绕组中电磁过程的定量分析	125
一、用电磁模拟法进行实测	126
二、用网络拓扑和状态变量法进行计算	127
第六节 旋转电机绕组内的波过程	132
一、电机绕组的波阻以及波在绕组中的传播速度	132

二、波在电机绕组中的传播	133
第三章 习题	135
第二部分 雷电过电压	
第四章 雷电过电压的产生	136
第一节 雷电放电过程	136
第二节 雷电参数	139
第三节 雷电过电压的形成	142
第四章 习题	145
第五章 防雷保护装置	146
第一节 避雷针与避雷线	146
第二节 保护间隙和管式避雷器	148
第三节 阀式避雷器	150
第四节 磁吹避雷器及复合避雷器	155
第五节 金属氧化物避雷器(压敏避雷器)	158
第六节 消弧线圈	160
第七节 防雷接地和线路接地装置	162
第八节 发、变电站的接地	165
第五章 习题	178
第六章 送电线路防雷	178
第一节 架空线路上的感应过电压	178
第二节 架空线路上的直击雷过电压	183
第三节 架空线路耐雷水平及跳闸率的计算实例	187
一、雷击杆塔时的耐雷水平及跳闸率	187
二、雷击档距中央的情况	189
三、雷绕击于导线的情况	189
第四节 架空线路防雷的基本原则及措施	192
第五节 绕击的几何分析模型	194
第六节 特高塔直击雷计算	199
第六章 习题	205
第七章 变电站防雷	206
第一节 发、变电站直击雷保护	206
第二节 发、变电站的侵入波过电压	208
第三节 变电站的进线保护	214
第四节 变电站防雷的几个具体问题	218
一、变压器中性点保护	218
二、自耦变压器保护及三绕组变压器保护	220
三、配电变压器的保护	222
四、电缆护层保护	223

第七章 习题	226
第八章 旋转电机防雷	226
第一节 旋转电机防雷的特点	226
第二节 直配电机的防雷	228
一、电容器 C 的作用	228
二、电抗器 L 的作用	229
三、电缆段的作用	231
四、用独立避雷针保护的直配线进线段	233
第三节 非直配电机的防雷	234
一、变压器采用 $Y-\Delta$ 的接线方式	235
二、变压器采用 $Y_0-\Delta$ 的接线方式	238
第八章 习题	240

第三部分 内部过电压

第九章 工频电压升高(工频过电压)	241
第一节 空载线路电容效应引起的工频电压升高	242
一、无限大电源与空载长线相连	244
二、有限大电源与空载长线相连	246
三、有限大电源与带有并联电抗器的长线相连	246
第二节 不对称短路引起的工频电压升高	249
一、中性点不接地系统	251
二、中性点经消弧线圈接地	251
三、中性点直接接地或经低阻抗接地	251
第三节 突然甩负荷引起的工频电压升高	251
第九章 习题	253
第十章 谐振过电压	253
第一节 概述	253
第二节 线性谐振过电压	254
一、消弧线圈补偿网络的线性谐振	256
二、传递过电压	259
第三节 含有非线性电感的电路	263
一、分次谐波磁通幅值	266
二、分次谐波的相位	267
三、分次谐波谐振的稳定性	268
第四节 断线引起的铁磁谐振过电压	273
第五节 电磁式电压互感器饱和引起的过电压	278
一、工频位移过电压	279
二、谐波谐振过电压	280
三、限制措施	282
第六节 超高压电网中的谐振过电压	284

一、工频传递谐振	285
二、分频谐振	289
三、高频谐振	289
第七节 参数谐振过电压	290
第十章 习题	294
第十一章 操作过电压	295
第一节 间歇电弧接地过电压	296
一、物理过程及数学分析	297
二、电弧接地过电压的危害性及其防止	299
三、消弧线圈对电弧接地过电压的作用	299
第二节 开断电感性负载时的过电压	301
一、开断空载变压器(简称切空变)过电压	301
二、开断电动机过电压	306
第三节 开断电容性负载时的过电压	309
一、开断空载线路(简称切空线)过电压	309
二、开断电容器组过电压	316
第四节 电力系统解列过电压	318
第五节 空载线路合闸过电压	320
一、合闸过电压计算	321
二、影响过电压的因素	325
三、限制合闸过电压的措施	328
第六节 限制操作过电压的主要措施	329
一、断路器并联电阻的选择	329
二、磁吹避雷器限制操作过电压	332
第十一章 习题	333
第四部分 电力系统绝缘配合	
第十二章 电力系统绝缘配合	335
第一节 中性点接地方式对绝缘水平的影响	335
第二节 绝缘配合的原则和方法	335
第三节 线路和变电站架空导线绝缘的选择	337
一、线路绝缘子串中绝缘子个数的选择	337
二、导线对杆塔(或构架)的空气间隙的选择	340
第四节 电气设备试验电压的确定	341
一、内绝缘的冲击试验电压	342
二、外绝缘的冲击试验电压	344
三、内绝缘的工频试验电压	344
四、外绝缘的工频试验电压	344
第五节 绝缘配合的统计方法	348
第十二章 习题	353

第一部分 理论 基础

第一章 线性集中参数回路的过渡过程

电力系统是各种电气设备，诸如电机、变压器、互感器、避雷器、断路器、电抗器和电容器等经线路连接成的一个保证安全发供电的整体。从电路的观点看，电力系统除电源外，可以用由 R 、 L 、 C 三个典型元件的不同组合来表示。其中 L 、 C 为储能元件，它是过电压形成的条件； R 为耗能元件，一般可抑制过电压的发展^①。当电路中的最大实际线性尺寸 l 比起我们所感兴趣的谐波的波长 λ 小得多时，可以作为集中参数处理，否则应作为分布参数分析。本章先讨论集中参数电路的过渡过程问题，有关分布参数电路的过渡过程问题将在下一章讨论。

第一节 具有 R 、 L 、 C 元件的电路在直流电压作用下的过渡过程

一、直流电压作用在 LC 串联回路上的过渡过程

在电力系统中，过电压可在回路中有串联的 LC 元件时出现。作为分析复杂状态下过渡过程的基础，我们先来研究直流电压作用在 LC 回路上的过渡过程以及由之而产生的过电压，并且着重讨论它的物理概念。

参看图1-1，在未合闸时， $i=0$ ， $u_C=0$ ，根据电路第二定理，可写出

$$E = u_L + u_C \quad (1-1-1)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad (1-1-2)$$

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int idt \quad (1-1-3)$$

因此，电路方程可写成为

$$E = L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt$$

或
$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = E \quad (1-1-4)$$

大家知道，(1-1-4)的解为

$$u_C = E(1 - \cos \omega_0 t) \quad (1-1-5)$$

式中 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 。

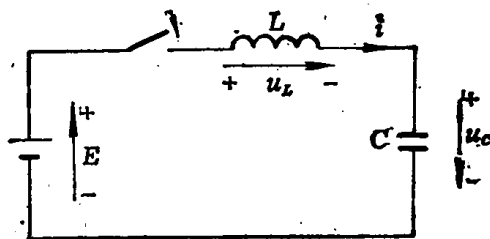


图 1-1 直流电压作用在 L 、 C 回路上

^① 在个别情况下，在电路中不适当地加入电阻，也可能导致过电压出现，参看本章第一节(1-1-19)式。

将(1-1-5)式代入(1-1-3)式, 并将(1-1-3)式改写为 $i = C \frac{du_c}{dt}$, 则得

$$i = \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \sin \omega_0 t \quad (1-1-6)$$

我们现在用物理概念来说明数学解的意义。由于电感中电流不能突变, 因此在 $t = t_1 = 0^+$ 时(参看图1-2), $i_L = 0$ 。又由于 $t = t_1 = 0^+$ 时 C 上的电荷 q 为零, 即 $u_c = 0$, 故有 $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}$, 即 $t = t_1 = 0^+$ 时 i 曲线将自零向上增长, 且在整个过渡过程中, 此时电流增长最快。

到时刻 t_2 时, 由于 $q = \int_0^{t_2} i dt$ 已有一定的数值, 即 $u_c = \frac{1}{C} \int_0^{t_2} i dt$ 已上升到一定的数值, 此

时, $u_L = E - u_c$ 的值必然下降, 因之 $\frac{di}{dt} = \frac{U_L}{L}$ 也随之下降, 即 i 曲线向上增长的势头已

渐趋平缓。到某一时刻 t_3 , 当 u_c 上升到电源电压 E 时, 将有 $u_L = E - E = 0$, 即 $\frac{di}{dt} = 0$,

此时 i 的曲线变平, 即 i 达到最大值。由于电感中电流不能突变, 所以尽管电容上的电压

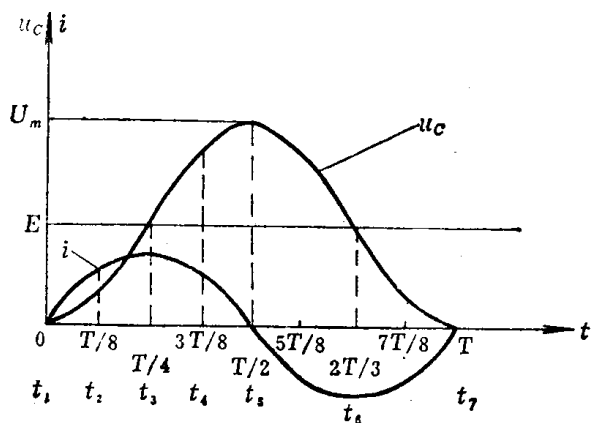


图 1-2 图1-1回路中 i 和 u_c 随时间的变化

已充至电源电压, i 将继续经 L 向 C 流通, 继续对电容充电。当 $t_3 < t \leq t_5$ 时, u_c 值就会越来越大。但应注意到此时 $u_L = E - u_c$ 已变为负值, 即

$\frac{di}{dt}$ 是负的, 随着 t 的加大, 电流 i 将逐渐下降, 然而只要 i 未下降到零, 电容 C 就将继续得到充电, u_c 就会继续增大, 只不过增长速度逐渐变慢而已。而在 u_c 增长的同时, u_L 必然会愈来愈负, 即 $\frac{di}{dt}$ 负得愈来愈大,

这意味着 i 曲线下降得愈来愈快。到某一时刻 t_5 , 当 i 下降到零时, u_c 将上升到最大值 U_m 。由于电流由 t_1 到 t_3 以及 t_3 到 t_5 是对称的[由(1-1-6)式可以看出此点], 所以由 t_3 到 t_5 间 C 上电荷的增多必然等于由 t_1 到 t_3 间 C 上电荷的增多, 因之到 t_5 时 u_c 的值必为 t_3 时 u_c 值的两倍, 即 $U_m = 2E$ (当 C 上无初始电荷时)。

上述分析说明, C 上电压 u_c 的最大值之所以会比电源电压 E 高出一倍, 是因为当电源通过电感 L 向电容 C 充电时, 除使 C 获得静电场能量 $\frac{1}{2} C u_c^2$ 外, 电源所提供的电流同时使电感 L 中储有磁能 $\frac{1}{2} L i^2$ 。当 $t = t_3$ 时, C 上电压 u_c 到达 E , i 正好到达最大值, 即 L 中的磁

能最大, 为 $\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(E/\sqrt{\frac{L}{C}}\right)^2 = \frac{1}{2}CE^2$ 。此时电源供出的能量将为 CE^2 。当 $t_3 < t \leq t_5$ 时, 由于电流方向未变, 电源仍继续供给能量, 且又有磁场能量转变为静电场能量, 当 $t = t_5$ 时, 电源供出的总能量 $2CE^2 = \frac{1}{2}C(2E)^2$ 完全以静电场的形式储存于电容中, 所以 $u_{cm} = 2E$ 。

显然, 当 $t > t_5$ 时电容将开始经过 L 向电源放电, 此时电流 i 将为负值 (放电电流)。和前述充电过程一样, 初时放电电流很小, 随着时间的增长, 放电电流将不断增加, 同时随着电容上电压的不断下降, 放电电流的增加也将不断减慢。当电容上的电压下降到 $u_c = E$ 时 (图中时刻 t_6), 将有 $\frac{di}{dt} = 0$, 此时放电电流将不再增加, 也就是说电流到达负的最大值。同样由于电感中电流不能突变, 当 $t_6 \leq t < t_7$, $u_c \leq E$ 时, 电容还将继续经电感向电源放电, 直到放电电流减小到零, 电容上的电压也下降到零为止 (图中时刻 t_7)。

从 t_7 开始, 电流和电压的变化将重复上述过程。由于回路中没有电阻存在, 这一过程将一直重复下去。即回路中的电流 i 及电容上的电压 u_c 将发生周期性的振荡。实际上, 回路中不可避免地要存在电阻, 只要回路中有少量电阻 R ($R \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) 存在, 则经过若干周期后, 电容上的电压最终一定会衰减到它的稳定值——电源电压 E 。

我们再来讨论直流电源 E 通过电感 L 作用到初始电压为 $u_c(0)$ 的电容 C 上的情况 [图 1-3 (a)]。大家知道, 此时 u_c 的解为

$$u_c = E - [E - u_c(0)] \cos \omega_0 t \quad (1-1-7)$$

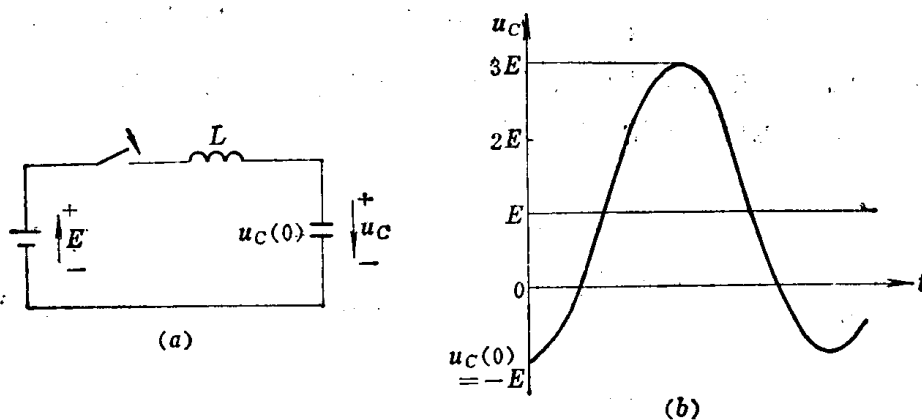


图 1-3 直流电源 E 通过电感 L 加到初始电压为 $-E$ 的电容 C 上

从上式可知, u_c 可以看作是由两部分叠加而成: 第一部分为稳态值 E , 第二部分为振荡部分, 后者是由于起始状态和稳定状态有差别而引起的。振荡部分的振幅为 (稳定值一起始值)。因此, 由于振荡而产生的过电压可以用下列更普遍的式子求出:

$$\begin{aligned} \text{过电压} &= \text{稳态值} + \text{振荡幅值} \\ &= \text{稳态值} + (\text{稳态值} - \text{一起始值}) \\ &= 2 \text{倍稳态值} - \text{一起始值} \end{aligned} \quad (1-1-8)$$

(1-1-8)式是最大过电压估算的基础,利用这个关系式,可以很方便地估算出由振荡而产生的过电压的值。例如当电容 C 上的起始电压 $u_c(0)=-E$ 时,由于稳态电压为 E ,电容上出现的最大过电压将为 $3E$ 。 u_c 的波形如图1-3(b)所示。

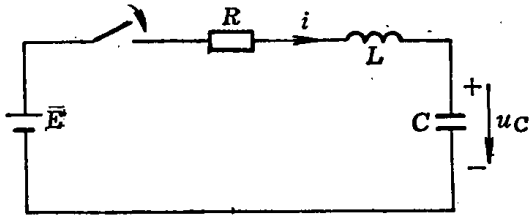


图 1-4 串联阻尼

二、电阻对振荡的阻尼作用

为了抑制过电压的发展,可采用串联阻尼——在 LC 回路中串入电阻(图1-4),或并联阻尼——在 L 或 C 上并联电阻(图1-5)的方式。定量的分析要借助于回路的特征方程和特征根。

仿照(1-1-4)式列出图1-4回路的微分方程

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

其特征方程为

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0 \quad (1-1-9)$$

其特征根为

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

取 $R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$, 上式可改写为

$$p_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R}{2R_0} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} \left(\frac{R}{2R_0}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

由上式可见,当 $R \geq 2R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, $p_{1,2}$ 均为实数根。此时振荡将完全被阻尼,在电容上不会出现高出于电源电压的过电压,因此我们就不进一步讨论这种情况了。以下在讨论电阻对 u_c 的影响时,均假设初始条件为零。

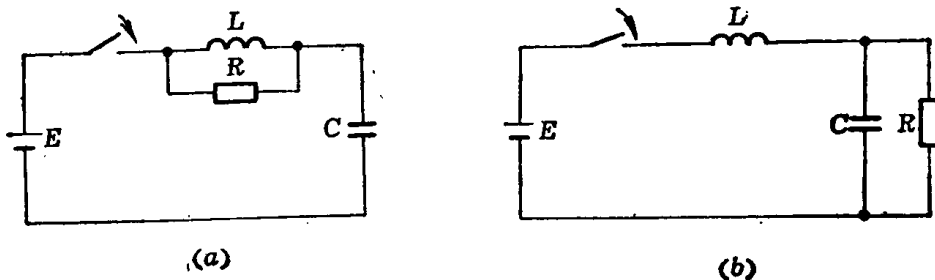


图 1-5 并联阻尼

当 $R < 2R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, u_c 将由下式所表示的衰减振荡

$$u_c = E \left[1 - \frac{e^{-\alpha t}}{\cos \varphi} \cos(\omega t - \varphi) \right] \quad (1-1-10)$$

式中 $\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R}{2R_0}$; $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} \left[1 - \left(\frac{R}{2R_0}\right)^2 \right]} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$; $\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\alpha}{\omega}$ 。

为求电容上电压最大值出现的时间, 可将(1-1-10)式对 t 求导, 得

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\cos\varphi} \left[\omega e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \varphi) + \alpha e^{-\alpha t} \cos(\omega t - \varphi) \right] \quad (1-1-11)$$

令 $\frac{du_C}{dt} = 0$, 得 $\frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\cos(\omega t - \varphi)} = -\frac{\alpha}{\omega}$, 即

$$\operatorname{tg}(\omega t - \varphi) = -\operatorname{tg}\varphi$$

由此可见电容上的电压最大值将出现在 $\omega t = \pi$ 时, 其值为

$$(u_C)_m = E \left(1 + e^{-\frac{\alpha}{\omega} \pi} \right) \quad (1-1-12)$$

同样, 根据图1-5可得并联阻尼时回路的特征方程为

$$LCRp^2 + Lp + R = 0 \quad (1-1-13)$$

其特征根为

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R_0}{2R} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R_0}{2R}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \end{aligned} \quad (1-1-14)$$

由此可知, 在并联阻尼的情况下, 当 $R \leq \frac{1}{2}R_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, $p_{1,2}$ 均为实根, 电容上将

不会出现过电压, 而当 $R > \frac{1}{2}R_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, 电容上的最大过电压仍可用(1-1-12)

式表示, 只要取 $\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R_0}{2R}$, $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} \left[1 - \left(\frac{R_0}{2R}\right)^2 \right]}$ 即可。

在这里, 串联电阻的作用是使电感中的磁能和电容中的电能在相互转换的过程中不断被消耗, 显然它愈大愈好。并联电阻的作用是直接消耗掉 L (或 C) 中的能量使之不能全部转送到 C (或 L) 中去, 因此它愈小愈好。

采用阻尼电阻后, 电容上的过电压值应按(1-1-12)式进行计算, 即过电压的值将由 $\frac{\alpha}{\omega}$ 决定。由(1-1-12)式不难算出, 在不满足临界阻尼的条件下, 在串联阻尼时只要满

足 $R \geq 1.4R_0$, 在并联阻尼时只要满足 $R \leq \frac{1}{1.4}R_0$ 就有 $e^{-\frac{\alpha}{\omega} \pi} \leq 0.05$, 即 $(u_C)_m$ 只为 $1.05E$ 。

下面我们再来讨论既存在串联电阻 R 又存在并联电阻 R_0 的情况(图1-6)。

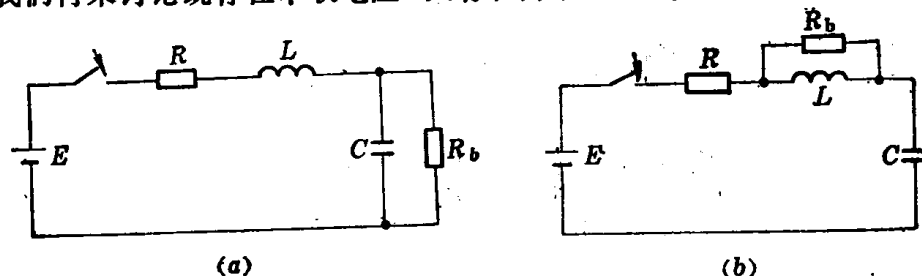


图 1-6 同时存在串联和并联电阻时

图1-6(a)为 R_0 和电容并联的情况, 其特征方程及特征根为

$$LCR_0 p^2 + (CRR_0 + L)p + R + R_0 = 0 \quad (1-1-15)$$

$$p_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{LC}} \left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right) \pm \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right)^2 - \left(1 + \frac{R}{R_b} \right)}$$

(1-1-16)

图1-6(b)为 R_b 和电感并联的情况,其特征方程及特征根为

$$LC(R+R_b)p^2 + (CRR_b+L)p + R_b = 0$$

(1-1-17)

$$p_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{LC}} \left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right) \left(\frac{R_b}{R+R_b} \right) \pm \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R_b}{R+R_b} \sqrt{\left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right)^2 - \left(1 + \frac{R}{R_b} \right)}$$

(1-1-18)

可见无论 R_b 和电容并联还是和电感并联,其不振荡的条件均为

$$R_b^2 R^2 - 2R_b^2 R_0 R + (R_0^2 - 4R_b^2 R_0^2) \geq 0$$

(1-1-19)

如取 R 为串联阻尼的临界值 $2R_0$,即 $R=2R_0$,则(1-1-19)式可改写为

$$R_0 - 4R_b \geq 0$$

这一结果说明,在已被串联电阻 $2R_0$ 完全阻尼的 LC 串联回路($R_b = \infty$)中,加并联电阻 R_b 后,有时反而会引起振荡,只有当 $R_b \leq \frac{1}{4}R_0$ 时,振荡才能消除。

如在(1-1-19)式中取 $R_b = \frac{1}{2}R_0$,则该式可改写为

$$\frac{1}{4}R - R_0 \geq 0$$

即在已被并联电阻 $\frac{1}{2}R_0$ 完全阻尼的 LC 回路($R=0$)中,加串联电阻后也可能引起振荡。

而只有当 $R \geq 4R_0$ 时,振荡才会消除。

可见,电阻不是在任何情况下都可起到阻尼振荡的作用,不正确地使用电阻有时反而可导致振荡。还需说明的是,在已实现串联阻尼的条件下,由于在电容上并联电阻或在电感上并联电阻而促使电容上电压重新振荡的机制是不同的。前者是由于并联电阻 R_b 和 R 的分压使电容上的稳态电压降低所造成的。振荡只是围绕稳态值 $\frac{R_b}{R+R_b}E$ 进行,其方程为

$$u_c = \frac{R_b}{R+R_b} E \left[1 - \frac{e^{-\alpha t}}{\cos \varphi} \cos(\omega t - \varphi) \right]$$

(1-1-20)

式中 $\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right);$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_b} \right) - \left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right)^2},$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\alpha}{\omega}.$$

此时电容上出现的最大电压值为

$$(u_c)_m = \frac{R_b}{R+R_b} E \left[1 + e^{-\frac{\alpha}{\omega} \pi} \right]$$

(1-1-21)

在 $R=2R_0$, 且 $R_b > \frac{1}{4}R_0$ 的情况下所算得的与不同的 R_b 所对应的 $\frac{(u_C)_m}{E}$ 值列于表 1-1。由表 1-1 显见, 当 $\frac{R_b}{R_0} \rightarrow \infty$ 时, 振荡将因幅值趋于零而消失, 当 $\frac{R_b}{R_0} \rightarrow \frac{1}{4}$ 时, 振荡的幅值也将趋于零, 而当 $R_b=R_0$ 时, 振荡发展最充分。然而, 虽然当 $R=2R_0$ 时, 在 $R_b > \frac{1}{4}R_0$ 的所有范围内, 回路都有振荡, 但由于其稳态值低且衰减又强, 所以根本不会出现任何过电压。可见, 振荡虽然常常会产生过电压, 但它并不是形成过电压的充分条件。

在电感上并联电阻而引起电容上电压振荡的机制是: R_b 与 L 的并联加速了电源对电容的充电过程, 它会使 C 上产生过电压。 L 上并联电阻后, 电容上的电压仍可用 (1-1-10) 式表示, 电容上出现的最大过电压值也可用 (1-1-12) 式表示。只是式中 α 、 ω 、 φ 应取为

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R_b}{R+R_b} \left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right);$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{R_b}{R+R_b} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_b} \right) - \left(\frac{R}{2R_0} + \frac{R_0}{2R_b} \right)^2};$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \left[\frac{\alpha}{\omega} - \frac{1}{\omega C(R+R_b)} \right].$$

表 1-2

R_b	$e^{-\frac{\alpha}{\omega}x}$	$\frac{(u_C)_m}{E}$
$\rightarrow \frac{1}{4}R_0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1.000000$
$\frac{1}{3}R_0$	0.000115	1.000115
$\frac{1}{2}R_0$	0.001867	1.001867
R_0	0.004334	1.004334
$2R_0$	0.002640	1.002640
$4R_0$	0.000675	1.000675
$6R_0$	0.000200	1.000200
$8R_0$	0.000068	1.000068
$10R_0$	0.000026	1.000026
$\rightarrow \infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1.000000$

表 1-1

R_b	$\frac{R_b}{2R_0+R_b}$	$e^{-\frac{\alpha}{\omega}x}$	$\frac{(u_C)_m}{E}$
$\rightarrow \frac{1}{4}R_0$	$\rightarrow \frac{1}{9}$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0.111$
$\frac{1}{3}R_0$	$\frac{1}{7}$	0.000115	0.143
$\frac{1}{2}R_0$	$\frac{1}{5}$	0.001867	0.200
R_0	$\frac{1}{3}$	0.004334	0.335
$2R_0$	$\frac{1}{2}$	0.002640	0.501
$4R_0$	$\frac{2}{3}$	0.000675	0.667
$6R_0$	$\frac{3}{4}$	0.000200	0.750
$8R_0$	$\frac{4}{5}$	0.000068	0.800
$10R_0$	$\frac{5}{6}$	0.000026	0.833
$\rightarrow \infty$	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1$

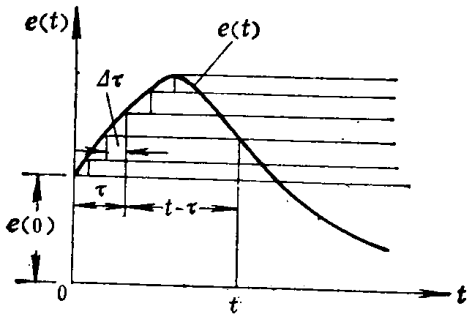
在 $R=2R_0$, 且 $R_b > \frac{1}{4}R_0$ 的情况下, 在 L 上并联不同的 R_b 时所求得的 $e^{-\frac{\alpha}{\omega}x}$ 及 $\frac{(u_C)_m}{E}$ 值列于表 1-2。计算结果同样说明当 $\frac{R_b}{R_0} \rightarrow \infty$ 和 $\frac{R_b}{R_0} \rightarrow \frac{1}{4}$ 时振荡将消失, 而且最严重的振荡发生在 $R_b=R_0$ 时。由于此时 R_b 是和电感并联的, 它不再能够使电容上的稳态电压得到降低, 所以振荡可以使电容上的电压高出电源电压。虽然如此, 由于振荡的衰

减极快，所呈现的过电压值是极为微小的，最大不超过 $1.005E$ ，在工程上完全可以忽略不计。

鉴于这种既有并联阻尼电阻，又有串联阻尼电阻的回路衰减极快，所以通常把这种回路称为“超衰减回路”。其衰减系数为 $\alpha = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \left(\frac{R_0}{R_0} + \frac{R}{R_0} \right)$ 。在这种回路中，只要其中一个电阻能满足临界阻尼的条件，虽然仍有产生振荡的可能，但已不必担心过电压的产生。

第二节 任意电压作用在LC串联电路上的过渡过程

在实际情况下，作用在LC振荡回路上的电源电压可以具有各种不同的波形。在已知LC振荡回路在直流电压作用下的解（或阶跃函数下的响应）时，任意波形电压作用下的解就可以利用丢阿莫尔（Duhamel）积分求出。即把任意电压波形分解成作用时间相隔 $d\tau$ 的无数阶跃函数（图1-7），分别求出各阶跃函数的解后叠加而得，其数学表达式为



$$u_o = e(0)y(t) + \int_0^t e'(\tau)y(t-\tau)d\tau \quad (1-2-1)$$

而 $e(t)$ 为任意电压波形， $y(t)$ 为单位阶跃函数的解。

图 1-7 把任意波形分解为阶跃函数

下面我们来讨论过电压计算中常遇到的几种电压波形作用于LC振荡回路时的过渡过程及电容上可能出现的过电压。

一、波长为S的矩形波电压作用于LC振荡回路

由于这种波形比较简单，可以直接分解为两个幅值相同、极性相反、作用时间相差S的直流电压，如图1-8(a)中虚线所示。因此，应用叠加原理很容易得出 u_o 上的电压为

$$\text{当 } t \leq S \text{ 时, } u_o = E(1 - \cos \omega_0 t) \quad (1-2-2 a)$$

$$\begin{aligned} \text{当 } t \geq S \text{ 时, } u_o &= E(1 - \cos \omega_0 t) - E[1 - \cos \omega_0 (t - S)] \\ &= 2E \sin \frac{\omega_0 S}{2} \sin \omega_0 \left(t - \frac{S}{2} \right) \end{aligned} \quad (1-2-2 b)$$

式中 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ， $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 。由(1-2-2 a)式可知，如 $S = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega_0}$ ，则在 $\omega_0 t = \pi$ ，

即 $t = \frac{\pi}{\omega_0} = S$ 时，振荡恰好能得到完全发展，电容上电压恰达其最大值 $2E$ 。显然，在

$S > \frac{T}{2}$ 的情况下，由于在 $t = \frac{\pi}{\omega_0} < S$ 时，振荡已得到完全发展，所以电容上的电压可

达最大值 $2E$ 。但如波长较短，即 $S < \frac{T}{2}$ ，则在 $t = S$ 时，电容上电压还来不及上升到其

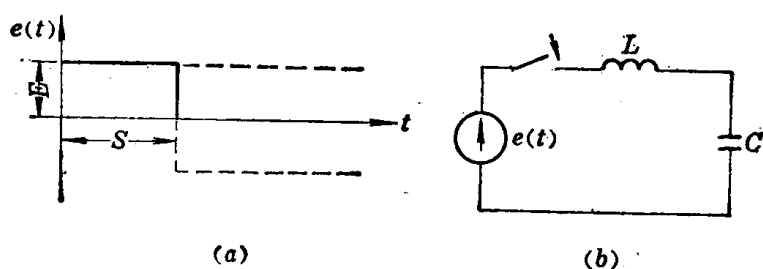


图 1-8 波长为 S 的矩形波电压作用于 LC 回路

最大值 $2E$ ，此时，电容上电压的最大值应根据 $t \geq S$ 时的 (1-2-2 b) 式进行判定，也就是说电容上电压的最大值将出现在 $\omega_0 \left(t - \frac{S}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$ 或 $t = \frac{\pi}{2\omega_0} + \frac{S}{2}$ 时，其值为

$$(u_c)_m = 2E \sin \frac{\omega_0 S}{2} \quad (1-2-3)$$

(1-2-3) 式说明，在 $S < \frac{T}{2}$ 时， $(u_c)_m$ 与 S 的关系式成正弦式。只有当 $\sin \frac{\omega_0 S}{2} \geq \frac{1}{2}$ 即 $S \geq \frac{T}{6}$ 时， u_c 上才会出现高于电源电压的过电压。而当 S 增至 $\frac{T}{2}$ 时， u_c 将达 $2E$ ，和由 (1-2-2 a) 所得的结果相同。

由以上分析可知，由于振荡的发展需要时间，因此并不是所有有限波长的矩形波作用在 LC 振荡回路上都可以使电容上出现过电压。只有当波长和回路的自振频率相比满足 $S \geq \frac{1}{3} \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{T}{6}$ 的条件时，才可能出现过电压。图 1-13 中的曲线 a 给出了有限长矩形波作用在 LC 振荡回路时波长和过电压的关系。

二、波头时间为 S 、幅值为 E 的斜角波头电压作用于 LC 振荡回路

波头时间为 S 、幅值为 E 的斜角波头电压可以分解成两个极性相反在时间上相差 S 的斜角波，如图 1-9 (a) 中虚线所示。

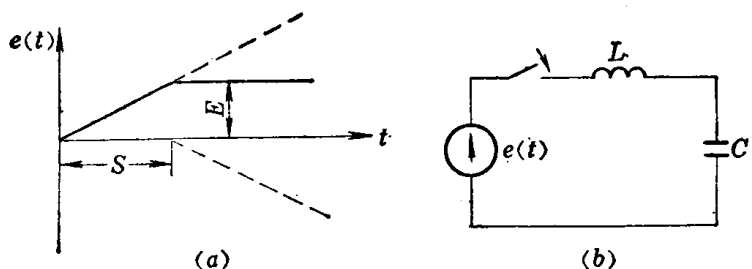


图 1-9 波头为 S 的斜角波电压作用于 LC 回路

首先，我们用丢阿莫尔积分由 (1-1-5) 及 (1-2-1) 式求出当一个陡度为 $\frac{E}{S}$ 的斜角波作用在 LC 振荡回路时，电容上的电压为

$$u_c = \int_0^t \frac{E}{S} [1 - \cos \omega_0 (t - \tau)] d\tau$$