

考研数学题库

概率论与数理统计 习题集

(提高篇)

姚孟臣 编著



机械工业出版社
China Machine Press

本书由机械工业出版社出版,未经出版者书面许可,本书的任何部分不得以任何方式抄袭、复制。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题集(提高篇)/姚孟臣编著. —北京:机械工业出版社,2002.4

(考研数学题库)

ISBN 7-111-09881-1

I. 概… II. 姚… III. ①概率论-研究生-入学考试-解题 ②数理统计-研究生-入学考
试-解题 IV. 021-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 008241 号

机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:石会敏

北京昌平奔腾印刷厂印刷 · 新华书店北京发行所发行

2002 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16·19.5 印张

定 价:30.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

出版前言

由机械工业出版社华章教育会同北京大学数学学院等几所高校的名师策划、出版的考试数学系列丛书“考研题库”、“考研历年真题详解与考点分析”、“本科生题库”、“考研复习指导与典型例题分析”等共 16 本将陆续面世。这是为了帮助在校生的有志于攻读硕士研究生的广大考生全面、系统地复习有关课程的内容,了解考研的最新信息而编写的一套题量较大、题型齐全、覆盖面广、难度及认知层次分布合理的系列丛书。本书的总体设计是在北京大学著名的命题专家指导下,根据教育部最新制定的“全国硕士研究生入学考试数学大纲”的有关要求,并结合作者多年来参加有关考试的命题、阅卷及辅导的经验而进行的。

本套丛书作者阵容强大

作者皆为北京大学、中国人民大学、北京理工大学、北方交通大学等多年从事数学基础教学以及参加过全国各地考研辅导的名师,具有丰富的教学经验,多次被评为各级优秀教师。他们所编写的教材、辅导书和讲授的课程在各校及历年参加研究生入学考试的考生中都有相当大的影响。

本套丛书体系明晰、内容精练

在“考研题库”中,包括《高等数学习题集(提高篇)》、《微积分习题集(提高篇)》、《线性代数学习题集(提高篇)》、《概率论与数理统计习题集(提高篇)》四本。该系列题型丰富、数量充足、解析精辟,体现了作者们的专业素质,您不妨看看、练练。

在“考研历年真题详解与考点分析”中,也分为高等数学、微积分、线性代数、概率论与数理统计四本。该系列汇集考研的历年真题并有考点分析,使考生看后能紧密结合实战,安排复习详略。特色之处是没有按年代顺序,而是分门别类娓娓道来。

“复习指导与典型例题分析”同样分为四本。该系列注重基本概念、基本技能,是考试大纲的教材而非教学大纲的教材,为考生节省了时间。

“本科生题库”包括《高等数学习题集(基础篇)》、《微积分习题集(基础篇)》、《线性代数学习题集(基础篇)》、《概率论与数理统计习题集(基础篇)》。该系列紧密结合教材,是本科生掌握基础知识、提高应用技巧的最佳工具书。

为了使学生通过一定数量题目的练习,便掌握解题方法与精髓,本书所选的题目打破过去习题集的形式,将题目分为填空题、多项选择题、解答题和证明题。

本系列丛书适合文、理科各个专业,特别是参加全国硕士研究生入学考试、自学考试及其他各类考试的需要,也适合各高等院校及成人高等专科学校教育各个专业教学辅导的需要。

我们相信,本系列丛书的出版,必将有助于广大在校生的有志于攻读硕士研究生的考生开

拓思路,更好地理解 and 掌握有关的基本概念和基本的解题方法,培养逻辑推理能力及运用所学知识分析、解决实际问题的能力,并使得自己在这个过程中不断增强对考试的适应能力和通过考试的自信心,以便考出好成绩。

本系列丛书的出版要感谢为丛书提供资料的名师们,感谢他们付出的辛勤劳动。同时,欢迎广大师生就书中的问题提出不同见解。

机械工业出版社华章教育

2002年3月



目 录

第一章 随机事件和概率	(1)
一、考试大纲要求	(1)
二、考研内容简介	(1)
1.1 样本空间与随机事件	(1)
1.2 事件之间的关系与运算	(2)
1.3 概率的定义与性质	(3)
1.4 古典概型	(4)
1.5 几何概型	(4)
1.6 概率基本性质的应用	(5)
1.7 条件概率与概率的乘法公式	(5)
1.8 全概公式与贝叶斯公式	(6)
1.9 事件的独立性	(6)
1.10 二项概型	(7)
三、习题	(7)
(一) 填空题	(7)
(二) 选择题	(10)
(三) 解答题	(12)
四、习题的解答与分析	(14)
第二章 随机变量及其概率分布	(39)
一、考试大纲要求	(39)
二、考研内容简介	(39)
2.1 随机变量的概念及分类	(39)
2.2 随机变量分布函数及其性质	(39)
2.3 离散型随机变量概率分布及其性质	(40)
2.4 连续型随机变量概率密度及其性质	(40)
2.5 常见分布	(41)

2.6 随机变量函数的分布	(42)
三、习题	(43)
(一) 填空题	(43)
(二) 选择题	(45)
(三) 解答题	(47)
四、习题的解答与分析	(51)
第三章 随机变量的联合概率分布	(82)
一、考试大纲要求	(82)
二、考研内容简介	(82)
3.1 多维随机变量的概念及分类	(82)
3.2 二维随机变量联合分布函数及其性质	(82)
3.3 二维离散型随机变量联合概率分布及其性质	(83)
3.4 二维连续型随机变量联合概率密度及其性质	(84)
3.5 随机变量的独立性	(85)
3.6 多个随机变量的简单函数的分布	(86)
三、习题	(86)
(一) 填空题	(86)
(二) 选择题	(87)
(三) 解答题	(89)
四、习题的解答与分析	(96)
第四章 随机变量的数字特征	(138)
一、考试大纲要求	(138)
二、考研内容简介	(138)
4.1 随机变量的数学期望的概念与性质	(138)
4.2 随机变量的方差的概念与性质	(139)
4.3 常见分布的数学期望与方差	(140)
4.4 随机变量矩、协方差和相关系数	(141)
三、习题	(142)
(一) 填空题	(142)
(二) 选择题	(145)
(三) 解答题	(146)
四、习题的解答与分析	(156)
第五章 大数定律和中心极限定理	(219)
一、考试大纲要求	(219)

二、考研内容简介	(219)
5.1 切比雪夫不等式	(219)
5.2 大数定律	(219)
5.3 中心极限定理	(220)
三、习题	(221)
(一) 填空题	(221)
(二) 选择题	(221)
(三) 解答题	(221)
四、习题的解答与分析	(223)
第六章 数理统计的基本概念	(231)
一、考试大纲要求	(231)
二、考研内容简介	(231)
6.1 总体与样本	(231)
6.2 样本函数与统计量	(232)
6.3 样本的均值、方差和矩	(234)
三、习题	(235)
(一) 填空题	(235)
(二) 选择题	(235)
(三) 解答题	(236)
四、习题的解答与分析	(238)
第七章 参数估计	(246)
一、考试大纲要求	(246)
二、考研内容简介	(246)
7.1 点估计	(246)
7.2 估计量的优良性	(247)
7.3 区间估计	(248)
三、习题	(249)
(一) 填空题	(249)
(二) 选择题	(250)
(三) 解答题	(250)
四、习题的解答与分析	(253)
第八章 假设检验	(273)
一、考试大纲要求	(273)
二、考研内容简介	(273)

VIII

8.1 两类错误	(273)
8.2 假设检验的基本思想	(274)
8.3 单正态总体的均值和方差的假设检验	(274)
8.4 双正态总体的均值和方差的假设检验	(277)
三、习题	(277)
(一) 填空题	(277)
(二) 解答题	(278)
四、习题的解答与分析	(280)
附表	(285)
附表 1 正态分布函数表	(285)
附表 2 正态分布分位数表	(287)
附表 3 χ^2 分布分位数表	(288)
附表 4 t 分布分位数表	(290)
附表 5 F 分布分位数表	(292)
附表 6 泊松分布表	(302)

第一章 随机事件和概率

◆一、考试大纲要求

1. 了解样本空间的概念,理解随机事件的概念,重点掌握事件的关系与运算;
2. 理解概率与条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会运用古典概型、几何概型计算有关的概率;
3. 掌握概率的加法公式、乘法公式、全概公式及贝叶斯公式;
4. 理解事件独立性的概念,掌握利用事件独立性计算有关概率的各种方法;理解独立重复试验的概念,掌握运用二项概型计算有关的概率的各种方法.

◆二、考研内容简介

◆1.1 样本空间与随机事件

1. 随机现象

在一定条件下,具有多种可能发生的结果的现象称为**随机现象**.这类现象的一个共同点是:事先不能预言多种可能结果中究竟出现哪一种.

2. 随机试验与随机事件

如果一个试验满足下面的三个条件:

- (1) 在相同的条件下可以重复进行;
- (2) 试验都有哪些可能的结果是明确的;
- (3) 每次试验的具体结果在试验前是无法得知的.

那么我们就称它是一个**随机试验**,以后简称为**试验**.一般用字母 E 表示.

在随机试验中,每一个可能出现的不可分解的最简单的结果称为随机试验的**基本事件**或**样本点**,用 ω 表示;而由全体基本事件构成的集合称为**基本事件空间**或**样本空间**,记为 Ω .

所谓**随机事件**是样本空间 Ω 的一个子集,随机事件简称为**事件**,用字母 A, B, C 等表示.

因此, 某个事件 A 发生当且仅当这个子集中的一个样本点 ω 发生, 记为 $\omega \in A$.

◆ 1.2 事件之间的关系与运算

1. 事件的包含关系与等价关系

设 A, B 为两个事件. 如果 A 中的每一个样本点都属于 B , 那么称事件 B 包含事件 A , 或称事件 A 包含于事件 B , 记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

如果 $A \supset B$ 与 $B \supset A$ 同时成立, 那么称事件 A 与事件 B 等价或相等, 记为 $A = B$.

2. 事件的并与交

设 A, B 为两个事件. 我们把至少属于 A 或 B 中一个的所有样本点构成的集合称为事件 A 与 B 的**并或和**, 记为 $A \cup B$ 或 $A + B$.

设 A, B 为两个事件. 我们把同时属于 A 及 B 的所有样本点构成的集合称为事件 A 与 B 的**交或积**, 记为 $A \cap B$ 或 $A \cdot B$, 有时也简记为 B .

3. 事件的互不相容关系与事件的逆

设 A, B 为两个事件. 如果 $A \cdot B = \emptyset$, 那么称事件 A 与 B 是**互不相容的**(或**互斥的**).

事件的互不相容关系也可以推广到多于两个事件的情形. 即, 如果 $A_i \cdot A_j = \emptyset (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, n)$, 这时我们称事件 A_1, A_2, \dots, A_n 是**互不相容的**(或**互斥的**).

对于事件 A , 我们把不包含在 A 中的所有样本点构成的集合称为事件 A 的**逆**(或 A 的**对立事件**), 记为 \bar{A} . 我们规定它是事件的基本运算之一.

在一次试验中, 事件 A 与 \bar{A} 不会同时发生(即 $A \cdot \bar{A} = \emptyset$, 称它们具有**互斥性**), 而且 A 与 \bar{A} 至少有一个发生(即 $A + \bar{A} = \Omega$, 称它们具有**完全性**). 这就是说, 事件 A 与 \bar{A} 满足:

$$\begin{cases} A \cdot \bar{A} = \emptyset, \\ A + \bar{A} = \Omega. \end{cases}$$

有了事件的三种基本运算我们就可以定义事件的其他一些运算. 例如, 我们称事件 $A\bar{B}$ 为事件 A 与 B 的**差**, 记为 $A - B$. 可见, 事件 $A - B$ 是由包含于 A 而不包含于 B 的所有样本点构成的集合.

事件的关系和运算如图 1-1 所示.

事件的运算主要满足下列规则:

(1) 交换律: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$;

(2) 结合律: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

(3) 分配律: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$

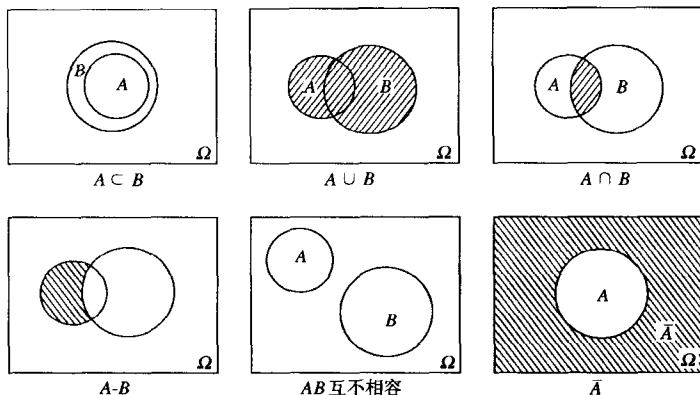


图 1-1

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

(4) 德摩根律: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}.$

德摩根律可以推广到任意多个事件的场合.

1.3 概率的定义与性质

1. 概率的公理化定义

定义 设 E 是一个随机试验, Ω 为它的样本空间, 以 E 中所有的随机事件组成的集合为定义域, 定义一个函数 $P(A)$ (其中 A 为任一随机事件), 且 $P(A)$ 满足以下三条公理. 则称函数 $P(A)$ 为事件 A 的概率.

公理 1 $0 \leq P(A) \leq 1.$

公理 2 $P(\Omega) = 1.$

公理 3 若 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 两两互斥, 则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

2. 概率的统计定义

定义 在一组不变的条件 S 下, 独立地重复作 n 次试验. 设 μ 是 n 次试验中事件 A 发生的次数, 当试验次数 n 很大时, 如果 A 的频率 $f_n(A)$ 稳定地在某一数值 p 附近摆动; 而且一般说来随着试验次数增多, 这种摆动的幅度会越来越小, 则称数值 p 为事件 A 在条件组 S 下发生的概率. 记作

$$P(A) = p.$$

◆ 1.4 古典概型

如果随机试验具有特性:

- (1) 试验的结果是有限个;
- (2) 每个结果出现的可能性是相同的.

则称此随机试验为**古典概型随机试验**.

定义 设古典概型随机试验的基本事件空间由 n 个基本事件组成, 即 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$. 如果事件 A 是由上述 n 个事件中的 m 个组成, 则称事件 A 发生的概率为

$$P(A) = \frac{m}{n}. \quad (1-1)$$

所谓**古典概型**就是利用关系式(1-1)来讨论事件发生的概率的数学模型.

◆ 1.5 几何概型

如果随机试验具有特性:

- (1) 试验的结果是无限且不可列的;
- (2) 每个结果出现的可能性是均匀的.

则称此随机试验为**几何型随机试验**. 在几何型随机试验中, 我们是通过几何度量(长度、面积、体积等)来计算事件出现的可能性.

定义 设 E 为几何型的随机试验, 其基本事件空间中的所有基本事件可以用一个有界区域来描述, 而其中一部分区域可以表示事件 A 所包含的基本事件, 则称事件 A 发生的概率为

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(\Omega)}, \quad (1-2)$$

其中 $L(\Omega)$ 与 $L(A)$ 分别为 Ω 与 A 的**几何度量**.

所谓**几何概型**就是利用关系式(1-2)来讨论事件发生的概率的数学模型.

注意, 上述事件 A 的概率 $P(A)$ 只与 $L(A)$ 有关, 而与 $L(A)$ 对应区域的位置及形状无关.

◆ 1.6 概率基本性质的应用

由概率公理化定义中的三条公理可以推导出概率的一些基本性质

性质 1(有限可加性) 设 A_1, A_2, \dots, A_n 两两互斥, 则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

性质 2(加法公式) 设 A, B 为任意两个随机事件, 则

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

上面的加法公式可以推广到有限多个事件的情况, 例如对于三个事件 A_1, A_2, A_3 , 我们有

$$\begin{aligned} P(A_1 + A_2 + A_3) &= P(A_1) + P(A_2) \\ &\quad + P(A_3) - P(A_1A_2) - P(A_2A_3) - P(A_3A_1) \\ &\quad + P(A_1A_2A_3). \end{aligned}$$

性质 3 设 A 为任意随机事件, 则

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

性质 4 设 A, B 为两个任意的随机事件, 若 $A \subset B$, 则

$$P(B - A) = P(B) - P(A).$$

由于 $P(B - A) \geq 0$, 根据性质 4 可以推得, 当 $A \subset B$ 时,

$$P(A) \leq P(B).$$

◆ 1.7 条件概率与概率的乘法公式

1. 条件概率

前面我们所讨论的事件 B 的概率 $P_S(B)$, 都是指在一组不变条件 S 下事件 B 发生的概率, 为了叙述简练, 一般不再提及条件组 S , 而把 $P_S(B)$ 简记为 $P(B)$. 在实际问题中, 除了考虑概率 $P_S(B)$ 外, 有时还需要考虑“在事件 A 已发生”这一附加条件下, 事件 B 发生的概率. 与前者相区别, 称后者为**条件概率**, 记作 $P(B|A)$, 读作在 A 发生的条件下事件 B 的概率.

在一般情况下, 如果 A, B 是条件 S 下的两个随机事件, 且 $P(A) \neq 0$, 则在 A 发生的前提下 B 发生的概率(即条件概率)为

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

2. 概率的乘法公式

定理 两个事件 A 与 B 的积的概率等于事件 A 的概率乘以在 A 发生的前提下 B 发生的概率. 即

$$P(AB) = P(A)P(B | A) \quad (P(A) > 0).$$

同理有

$$P(AB) = P(B)P(A | B) \quad (P(B) > 0).$$

上述的计算公式可以推广到有限多个事件的情形, 例如对于三个事件 A_1, A_2, A_3 (若 $P(A_1) > 0, P(A_1A_2) > 0$) 有

$$P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | A_1A_2).$$

1.8 全概公式与贝叶斯公式

1. 全概率公式

定理 如果事件组 A_1, A_2, \dots, A_n 满足

$$(1) \sum_{i=1}^n A_i = \Omega \text{ 且 } P(A_i) > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

$$(2) A_i A_j = \emptyset \quad (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, n),$$

则对任一事件 B , 有

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B | A_i).$$

称之为全概率公式.

2. 贝叶斯(Bayes)公式

定理 设 A_1, A_2, \dots, A_n 是某一随机试验的一个完备事件组, 对任意事件 $B (P(B) > 0)$, 在事件 B 已发生的条件下事件 A_i 发生的概率为

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)P(B | A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)P(B | A_j)} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

称之为贝叶斯公式.

1.9 事件的独立性

定义 设 A, B 是某一随机试验的任意两个随机事件. 称 A 与 B 是相互独立的, 如果

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

这就是在 A 与 B 独立的情况下事件 A 与 B 乘积的概率公式. 可见事件 A 与 B 相互独立是建立在概率基础上事件之间的一种关系. 所谓事件 A 与 B 相互独立就是指其中一个事件发生与否不影响另一个事件发生的可能性.

由两个随机事件相互独立的定义, 我们可以得到: 若事件 A 与 B 相互独立, 则 \bar{A} 与 B , A 与 \bar{B} , \bar{A} 与 \bar{B} 也相互独立.

对于 n 个事件的独立性, 我们有

定义 设 A_1, A_2, \dots, A_n 为 n 个事件. 如果对于所有可能的组合 $1 \leq i < j < k < \dots \leq n$ 下列各式同时成立

$$\begin{cases} P(A_i A_j) = P(A_i)P(A_j), \\ P(A_i A_j A_k) = P(A_i)P(A_j)P(A_k), \\ \dots\dots \\ P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n), \end{cases}$$

那么称 A_1, A_2, \dots, A_n 是相互独立的.

◆ 1.10 二项概型

在实际问题中, 我们常常要做多次试验条件完全相同(即可以看成是一个试验的多次重复)并且都是相互独立(即每次试验中的随机事件的概率不依赖于其他各次试验的结果)的试验. 我们称这种类型的试验为**独立重复试验**.

定理 在单次试验中事件 A 发生的概率为 p ($0 < p < 1$), 则在 n 次独立重复试验中

$$\begin{aligned} P\{A \text{ 发生 } k \text{ 次}\} \\ = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (1-3)$$

所谓**伯努力概型**就是利用关系式(1-3)来讨论事件概率的数学模型. 伯努力概型又称为**独立试验序列概型**(或**二项概型**).

◆ 三、习 题

(一) 填空题

1. 设 A, B 是任意两个随机事件, 则 $P\{(\bar{A} + B)(A + B)(\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B})\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $P(A)=0.4, P(A+B)=0.7$, 若事件 A 与 B 互斥, 则 $P(B)=$ _____; 若事件 A 与 B 独立, 则 $P(B)=$ _____.

3. 已知随机事件 A 的概率 $P(A)=0.5$, 随机事件 B 的概率 $P(B)=0.6$ 及条件概率 $P(B|A)=0.8$, 则 $P(A \cup B)=$ _____.

4. 设随机事件 A, B 及其和事件 $A \cup B$ 的概率分别是 $0.4, 0.3$ 和 0.6 , 若 \bar{B} 表示 B 的对立事件, 那么积事件 $A\bar{B}$ 的概率 $P(A\bar{B})=$ _____.

5. 设 A, B 为随机事件, $P(A)=0.7, P(A-B)=0.3$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____.

6. 已知 A, B 两个事件满足条件 $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$, 且 $P(A)=p$, 则 $P(B)=$ _____.

7. 设三次独立试验中, 事件 A 出现的概率相等. 若已知 A 至少出现一次的概率等于 $19/27$, 则事件 A 在一次试验中出现的概率为 _____.

8. 设两两相互独立的三事件 A, B 和 C 满足条件: $ABC = \emptyset, P(A)=P(B)=P(C) < \frac{1}{2}$, 且已知 $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$, 则 $P(A)=$ _____.

9. 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等, 则 $P(A)=$ _____.

10. 设随机事件 A 与 B 互不相容. 已知 $P(A)=P(B)=a$ ($0 < a < 1$), $P(A|\bar{B})=P(\bar{A}|B)$. 则 $a=$ _____, $P(A+B)=$ _____.

11. 设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A|B)=0.3, P(B|A)=0.4, P(\bar{A}|\bar{B})=0.7$, 则 $P(A+B)=$ _____.

12. 一射手对同一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$, 则该射手的命中率为 _____.

13. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=\frac{1}{8}$, 则事件 A, B, C 全不发生的概率为 _____.

14. 设 A, B 是两个随机事件, $0 < P(B) < 1$, 且 $AB = \bar{A}\bar{B}$, 则 $P(A|\bar{B}) + P(\bar{A}|B) =$ _____.

15. 设 A, B 是两个随机事件, $P(A) + P(B) = 0.9, P(AB) = 0.2$, 则 $P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) =$ _____.

16. 设 A, B 是两个随机事件, $P(A)=0.4, P(AB)=0.2, P(A|B) + P(\bar{A}|\bar{B}) = 1$, 则 $P(A+B)=$ _____.

17. 一批产品共有 10 个正品和 2 个次品, 任意抽取两次, 每次抽一个, 抽出后不再放回, 则第二次抽出的是次品的概率为 _____.

18. 袋中有 50 个乒乓球, 其中 20 个是黄球, 30 个是白球, 今有两人依次随机地从袋中各

取一球,取后不放回,则第二个人取得黄球的概率是_____.

19. 若在区间 $(0, 1)$ 内任取两个数,则事件“两数之和小于 $\frac{6}{5}$ ”的概率为_____.

20. 将 C、C、E、E、I、N、S 等 7 个字母随机地排成一行,那么,恰好排成英文单词 SCIENCE 的概率为_____.

21. 设工厂 A 和工厂 B 的产品的次品率分别为 1% 和 2%,现从由 A 和 B 的产品分别占 60% 和 40% 的一批产品中随机抽取一件,发现是次品,则该次品属 A 生产的概率是_____.

22. 设 10 件产品中有 4 件不合格品,从中任取两件,已知所取两件产品中有一件是不合格品,则另一件也是不合格品的概率为_____.

23. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次,其命中率分别为 0.6 和 0.5. 现已知目标被命中,则它是甲射中的概率为_____.

24. 假设一批产品中一、二、三等品各占 60%, 30%, 10%, 从中随意取出一件,结果不是三等品,则取到的是一等品的概率为_____.

25. 袋内有 5 张卡片,每张卡片上分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5, 从中不放回地随机抽取 3 张卡片. 则取到的两张卡片中最大的数与最小的数之差等于 3 的概率是_____.

26. 在 n 阶行列式的展开式中任取一项,此项不含第一行、第一列元素 a_{11} 的概率为 $\frac{8}{9}$, 则此行列式的阶数 $n =$ _____.

27. 从数集 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任意取出一数(取后放回),用 b_i 表示第 i 次取出的数($i = 1, 2, 3$). 记 $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)^\top$, 如果三阶矩阵 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, 则线性方程组 $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ 有解的概率为_____.

28. 掷 3 颗均匀骰子,已知所得的 3 个数成等差数列,则其中含有 2 点的概率为_____.

29. 已知随机事件 A 与 B 相互独立, $P(A) = a$, $P(B) = b$, 如果事件 C 发生必然导致事件 A 与 B 同时发生,则事件 A、B、C 都不发生的概率为_____.

30. 有 k 个袋子,每个袋内均装有 n 张卡片,分别编有号码 $1, 2, \dots, n$. 现在从每个袋内各取一张卡片. 则取到卡片上的最大编号不超过 $m + 2$ 且不小于 m 的概率 p 是_____.

31. 甲、乙两名射手对同一目标进行射击,甲射手的命中率为 p_1 ,乙射手的命中率为 p_2 ($0 < p_1, p_2 < 1$). 规定甲先开始,每人一次轮流进行,直至目标被击中为止. 要使甲先命中的概率比乙大,则 p_1 与 p_2 应满足的关系式是_____.

32. 有两个箱子,第 1 个箱子有 3 个白球,2 个红球,第 2 个箱子有 4 个白球,4 个红球. 现从第 1 个箱子中随机地取 1 个球放到第 2 个箱子里,再从第 2 个箱子中取出 1 个球,此球是白球的概率为_____. 已知上述从第 2 个箱子中取出的球是白球,则从第一个箱子中取出的球