



# 齿轮变位

〔日〕仙波正莊 著

张范孚译

上海科学技术出版社

## 内 容 提 要

本书是一本介绍齿轮变位的专著，理论与实际结合，采撷资料十分广泛，富于启示引导。书中共分19章，较详尽地介绍了直齿、斜齿的外啮合齿轮和内啮合齿轮的变位原理，变位作用，齿轮能否实际能够选用的变位系数封闭图，变位齿轮的标准、测量以及包含变位齿轮的少齿差行星轮系。

本书可供从事齿轮的研究、设计、制造的技术人员使用，也可供大专院校机械零件课、机械制造刀具课教师及研究生使用。

歯車の転位（修订本）

仙波正莊著

日本開發社 昭和53年發行

齿 轮 变 位

〔日〕仙波正莊著

张范孚译

上海科学技术出版社出版

（上海瑞金二路 450号）

新华书店上海发行所发行 浙江湖州印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.75 字数 215,000

1984年3月第1版 1984年3月第1次印刷

印数：1~12,000

统一书号：15119·2300 定价：(科五)1.30元



## 译 者 序

齿轮的变位是机械制造行业经常碰到的问题。标准齿轮磨损后，一经修配，就成了变位齿轮。把标准齿轮换成变位齿轮后，部件中的其他零件仍可原封不动，这是变位齿轮应用日益广泛的原因之一，插齿刀实际上也是一个变位系数随着磨损或修磨而变化的变位齿轮；在齿轮设计中，常通过齿轮的变位来凑配中心距、避免根切、改善啮合性能等。

但是，怎样合理选择变位系数？怎样正确认识齿轮变位对齿根弯曲强度（齿根强度）、齿面接触强度（齿面强度）、动载荷及噪声等影响呢？通过阅读本书，了解各个国家关于圆柱变位齿轮的理论研究和实验结果之后就可作出回答。

众所周知，适用于任何尺寸和材料、适用于所有使用条件的变位方式是不存在的。例如，对于抗点蚀来说某一变位系数值可能是最理想的，但对于抗胶合来说却不一定。为了直观而集中地比较变位的全部可能性，了解变位对各几何参数及啮合质量指标的影响，针对最有可能产生的失效形式，选择最佳变位系数，作者详细地介绍了变位系数封闭图的选择，并把用插齿刀切制的齿轮的封闭图与用滚刀切制的齿轮的封闭图作了比较，在此基础上，以一定篇幅叙述了节点位于两对齿啮合区的齿轮，推荐了 05 齿轮、06 齿轮及其他特殊参数齿轮副等。

齿轮的传动质量和寿命是齿轮制造行业的重要课题之一。关于这个问题，日本人士认为：“质量要在研制过程中渗

透进去，在产品中体现出来。”如果在产品设计中没有把住关，生产部门即使再努力，效果也不会好，因此对齿轮的一些基本理论进行探讨是十分必要的。我们正是本着这个精神翻译了这本书。

仙波正莊先生对齿轮深有研究，著有《齿轮》10卷、《小型齿轮》、《齿轮的误差与强度》等。

本书译出后，由陕西汽车齿轮厂吕作民、李汉忠进行了技术校阅，技术负责人及技术科领导给了大力支持及具体帮助，四川省农业机械研究所金公望为本稿加译了原书1978年版的增补部分（第十九章关于变位齿轮的新研究）。上海水工机械厂张展按原书1978年的版本作了校阅，统一了一些名词术语，特此致谢。

本书脚注甚多，有的已并入正文；有的属无关紧要，或为我国读者熟悉的则作了删节或删除。

由于水平所限，错误在所难免，恳请读者指正。

## 符 号 表

$a$	中心距
$a_0$	标准齿轮无侧隙啮合时的中心距
$b$	齿宽
$c_n$	侧隙
$c_k$	顶隙
$c_0, c$	顶隙系数
$d$	直径
$d_0$	分度圆直径
$d_r$	齿根圆直径
$d_g$	基圆直径
$d_b$	啮合节圆直径
$d_k$	齿顶圆直径
$f_0$	齿顶高系数
$h$	齿全高
$h_k$	齿顶高
$h_f$	齿根高
$i$	齿数比 $z_2/z_1$
$K$	应力集中系数
$m$	模数
$m_s$	端面模数
$m_n$	法向模数
$P$	载荷, 作用力
$P_n$	法向力
$P_u$	周向力

• i •

$p$	单位齿宽上的平均载荷
$q$	考虑应力集中系数的应力系数
$r$	半径
$r_0$	分度圆半径
$r_b$	啮合节圆半径
$r_k$	齿顶圆半径
$r_r$	齿根圆半径
$r_g$	基圆半径
$s$	齿厚
$s_0$	分度圆上的齿厚
$s_n$	齿顶厚
$s_{n\prime}$	齿顶法向齿厚
$t$	周节
$t_0$	分度圆周节
$t_e$	法节
$v$	线速度
$v_g$	齿顶滑移速度
$w$	角速度
$x$	变位系数、斜齿轮法向变位系数
$x_s$	端面变位系数
$x_c$	变位系数和( $x_1+x_2$ )
$y$	齿形系数、中心距变动系数
$Y$	考虑应力集中系数的齿形系数( $y/k$ )
$Y_w$	载荷加在一对齿啮合区外侧最大载荷点的齿形系数
$y_0$	考虑摩擦系数的齿形系数( $y/\mu$ )
$z$	齿数

$z_e$	当量直齿圆柱齿轮的齿数
$z_0$	插齿刀齿数
$\alpha$	压力角
$\alpha_0$	分度圆压力角
$\alpha_{0s}$	分度圆端面压力角
$\alpha_{0n}$	分度圆法向压力角
$\alpha_b$	啮合角
$\alpha_{bv}$	端面啮合角
$\alpha_{bc}$	切齿啮合角
$\alpha_k$	齿顶压力角
$\alpha_u$	齿根压力角
$\alpha_a$	齿顶与共轭齿根相啮合的点的压力角
$\alpha_g$	齿根过渡曲线起点的压力角
$\alpha_{ac}$	插齿刀的 $\alpha_a$
$\alpha_{gc}$	插齿刀的 $\alpha_g$
$\beta$	螺旋角
$\beta_0$	分度圆柱上的螺旋角
$\beta_b$	节圆柱上的螺旋角
$\beta_g$	基圆柱上的螺旋角
$\delta_m$	模数比 ( $m_2/m_1$ )
$\delta$	节点在两对齿啮合区上的位置系数
$\delta_e$	太阳齿轮与行星齿轮在其啮合节点对称侧上两者齿顶的间隙
$\varepsilon$	重合度
$\varepsilon_s$	端面重合度
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	齿顶重合度 ( $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$ )
$\eta$	滑动系数

$\eta_1, \eta_2$  齿面滑动系数

$\rho$  摩擦角

$\rho$  曲率半径, 齿根过渡曲线半径

$\sigma$  应力

$\tau$  剪切应力

$\tau$  喷合点温升公式中的系数

$\psi$  反变位系数, 也称齿顶高变动系数

角码:

0 分度圆

1 小齿轮

2 大齿轮, 内齿轮

# 目 录

第一章 变位齿轮的定义 .....	1
第二章 变位齿轮的尺寸 .....	3
2.1 中心距与啮合角 .....	3
2.2 齿顶圆直径与齿根圆直径.....	19
2.3 齿厚.....	23
2.4 重合度.....	25
第三章 滚齿外齿轮副的变位系数封闭图.....	32
3.1 界限线.....	33
3.2 特性曲线.....	39
3.3 根据封闭图选择变位系数的方法.....	41
3.4 特殊封闭图.....	45
3.5 喷合角的界限.....	46
3.6 滚刀长度对变位系数的限制.....	48
第四章 插齿外齿轮副的变位系数封闭图.....	51
4.1 插齿刀的尺寸.....	51
4.2 插齿齿轮副的特征.....	52
4.3 界限线.....	56
4.4 特性曲线.....	63
4.5 切齿方法、计算方式不同的封闭图的比较.....	65
4.6 苏联研究的外齿轮副封闭图.....	67
4.7 根据封闭图选择变位系数的方法.....	68
第五章 插齿内齿轮副的变位系数封闭图.....	74
5.1 内齿轮副的尺寸.....	74
5.2 内齿轮副的特征.....	75

5.3 界限线	78
5.4 特性曲线	82
5.5 切齿方法、计算方式不同的封闭图的比较	84
5.6 苏联研究的内齿轮副封闭图	88
5.7 根据封闭图选择变位系数	89
<b>第六章 变位对齿根强度的影响</b>	<b>97</b>
6.1 变位对齿形系数和应力集中系数的影响	97
6.2 实验结果	119
6.3 等齿根强度变位系数的确定	132
<b>第七章 变位对齿面接触强度的影响</b>	<b>135</b>
7.1 理论性探讨	135
7.2 实验结果	145
7.3 提高齿面接触强度的变位系数的确定	165
<b>第八章 变位对胶合的影响</b>	<b>168</b>
8.1 变位对摩擦损失的影响	168
8.2 变位对胶合载荷的影响	171
8.3 确定抗胶合的变位系数	174
<b>第九章 变位对动载荷与噪声的影响</b>	<b>179</b>
9.1 变位对刚度和啮合误差的影响	179
9.2 变位对动载荷的影响	182
9.3 变位对噪声的影响	185
<b>第十章 变位系数的选择</b>	<b>189</b>
10.1 变位系数的选择依据	189
10.2 根切与变位	191
10.3 滑动系数与变位	192
10.4 相对滑动速度系数	194
10.5 互换性齿轮	200
<b>第十一章 变位系数相等的齿轮副</b>	<b>204</b>
11.1 05 齿轮副	204

11.2 06 齿轮副 .....	266
<b>第十二章 根据瑞士标准和西德标准确定的变位系数 .....</b>	<b>209</b>
<b>第十三章 节点位于两对齿啮合区内的齿轮副 .....</b>	<b>245</b>
13.1 A型齿轮副与B型齿轮副 .....	215
13.2 分度圆压力角与齿顶高的影响 .....	224
13.3 分度圆压力角与齿顶高的选择 .....	226
<b>第十四章 顶隙不是标准值的齿轮副 .....</b>	<b>236</b>
<b>第十五章 基本齿条不同的齿轮副 .....</b>	<b>244</b>
15.1 分度圆压力角不相等的齿轮副 .....	244
15.2 用齿顶高系数不同的刀具切制的齿轮副 .....	250
<b>第十六章 采用少齿差内齿轮副的行星齿轮传动 .....</b>	<b>255</b>
<b>第十七章 变位齿轮的测量 .....</b>	<b>262</b>
17.1 齿形的测量 .....	262
17.2 周节的测量 .....	263
17.3 齿圈径向跳动的测量 .....	264
17.4 齿厚的测量 .....	265
<b>第十八章 锥齿轮的变位 .....</b>	<b>269</b>
<b>第十九章 变位齿轮的新研究 .....</b>	<b>271</b>
19.1 插齿齿轮的齿高 .....	271
19.2 变位对强度的影响 .....	276
19.3 变位系数的选择 .....	277

# 第一章 变位齿轮的定义

国际标准化组织(ISO)制定了“齿轮术语”标准<sup>187)</sup>,变位量被称为齿顶的高度修正(addendum modification)。

与某齿形制的齿轮有相同模数、压力角、全齿高、齿顶高和齿厚的齿条叫做基本齿条。在基本齿条与齿轮重合(supereimpose,不是啮合),齿面彼此相切时,基本齿条的基准平面与齿轮分度圆之间的垂直距离叫做变位量。基准平面离开分度圆柱时变位量为正,相交时为负。这个定义对外齿轮和内齿轮均为适合。

由定义可知,内齿轮变位量的符号,与在它内侧相啮合的外齿轮相同<sup>278)</sup>。变位量用模数来除所得的值为变位系数 $x_b$ ,对于斜齿圆柱齿轮,用法向模数 $m_n$ 来除所得的值叫法向变位系数 $x_n$ (为了简便,以后均将 $x_n$ 表示成 $x$ ),用端面模数 $m_s$ 来除所得的值叫端面变位系数 $x_s$ 。对于变位系数为0的齿轮,其齿厚等于周节的一半,通常叫做标准齿轮(ISO称X-zero齿轮,西德称0齿轮)。变位系数不等于0的齿轮称为变位齿轮。变位系数的绝对值相等,而符号相反的外啮合齿轮组合和变位系数相等的内啮合齿轮组合叫做V0齿轮,无此特点的变位齿轮叫做V齿轮。

用齿条型刀具(包括齿条刀和滚刀)\*切制变位齿轮时,从

\* 原书将齿条刀与滚刀统称为齿条型刀具,由于齿条刀(齿条形插齿刀的简称)已濒于淘汰,被齿轮滚刀取代。理论上只有渐开线滚刀在轴向截面上的齿廓(直线)同齿条。常用的阿基米德滚刀和法向直廓滚刀的轴向截形则与齿条刀近似。为了叙述简明、具体,全书中“齿条形刀具”一词均已改作滚刀。——译注

齿条型刀具的中线与齿轮分度圆相切的位置，向半径方向移动一个变位量就可切齿。而用插齿刀切齿时，刀具从其与齿轮分度圆相切的位置向半径方向的移动量，不仅与齿轮变位量有关，而且还与齿轮齿数、插齿刀齿数和变位量及分度圆压力角有关。

变位是渐开线齿形所特有的，以后仅对这种齿形加以说明。

## 第二章 变位齿轮的尺寸

### 2.1 中心距与啮合角

#### 2.1.1 直齿圆柱齿轮

图 2.1 所示的为两个直齿圆柱齿轮的齿形与基本齿条的齿形相切的情况。其模数为  $m$ , 分度圆压力角为  $\alpha_0$ , 齿数为  $z_1, z_2$ , 变位系数为  $x_1, x_2$ , 分度圆半径之和为

$$\alpha_0 = 0.5m(z_1 + z_2) \quad (2.1)$$

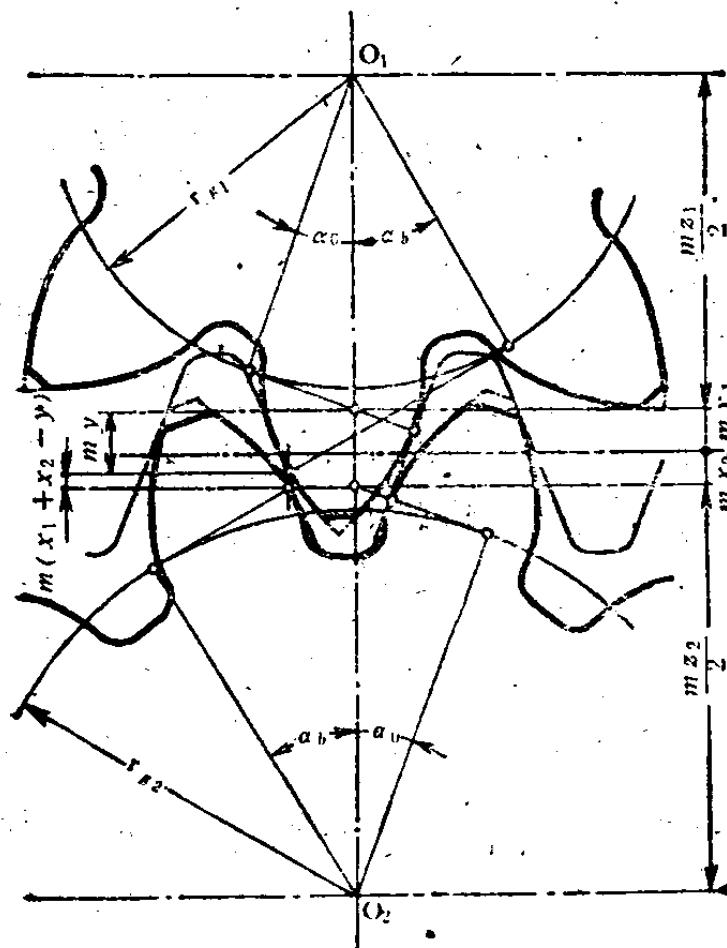


图 2.1 齿轮与基本齿条的齿形相切的情况

当中心距为  $a_0 + m(x_1 + x_2)$  时，在两啮合齿面之间产生了侧隙。要求作无隙啮合，就得减小中心距  $a$ ，设

$$a = a_0 + my \quad (2.2)$$

中心距应从图示位置缩短  $m(x_1 + x_2 - y)$ 。设此值为  $\psi m$ ，

$$\psi = x_1 + x_2 - y$$

$y$  称为中心距变动系数， $\psi$  称为反变位系数\*，在苏联用得较多。图中所示  $\alpha_0$  为无侧隙啮合时的啮合角。对于一般有侧隙啮合时的啮合角  $\alpha_b$ ，为任意中心距  $a$  可由下式确定：

$$a = a_0 \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_b} = \frac{r_{g1} + r_{g2}}{\cos \alpha_b} \quad (2.3)$$

式中  $r_{g1}, r_{g2}$  为两齿轮的基圆半径。在侧隙  $c_n$  与啮合角  $\alpha_b$  之间，从贝洛格斯特雷塞 (Bergogsträsser)<sup>104)</sup> 以来，很多人<sup>12)131)</sup> 导出了下列的关系式：

$$\operatorname{inv} \alpha_b = \operatorname{inv} \alpha_0 + 2 \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \frac{x_1 + x_2 + \frac{c_n}{2m \sin \alpha_0}}{z_1 + z_2} \quad (2.4)$$

侧隙  $c_n$  为 0 时，

$$\operatorname{inv} \alpha_b = \operatorname{inv} \alpha_0 + 2 \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \quad (2.5)$$

对于内齿轮，把小齿轮的齿数  $z_1$ 、变位系数  $x_1$  及侧隙  $c_n$  取负号，公式(2.1)与(2.4)就变成

$$a_0 = 0.5m(z_2 - z_1) \quad (2.6)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_b = \operatorname{inv} \alpha_0 + 2 \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \frac{z_2 - z_1 - \frac{c_n}{2m \sin \alpha_0}}{z_2 - z_1} \quad (2.7)$$

以上公式是变位齿轮最基本的公式，根据这些公式可知：

(i) 给定变位系数  $x_1 \pm x_2$  与侧隙  $c_n$ ，可求得中心距  $a$ ；

\* 也称为齿顶高变动系数。——译注

(ii) 给定中心距  $a$  与侧隙  $c_n$ , 可求得变位系数  $x_1 \pm x_2$ 。但是, 这样的计算有点麻烦, 为使计算简便, 很多人发表了线图和表。

在旧德国标准<sup>29)</sup>里, 在侧隙为 0 时的公式(2.5)与(2.3)中, 设代号

$$B = \frac{\operatorname{inv} \alpha_b - \operatorname{inv} \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha_0} \quad (2.8)$$

$$B_v = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_b} - 1 \quad (2.9)$$

于是

$$B = 2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \quad (2.10)$$

$$a = a_0 (1 + B_v) \quad (2.11)$$

而且, 在旧德国标准里, 对于  $\alpha_0 = 20^\circ$  时, 可推导出如下近似式:

$$\frac{B}{B_v} = \sqrt[4]{1 + 13B}; \quad \frac{B}{B_v} = \sqrt{1 + 7B_v} \quad (2.12)$$

当  $\alpha_0 = 20^\circ$  时, 如表 2.1 中所列, 很多人发表了由给定的啮合角  $\alpha_b$  求  $B$  与  $B_v$  的表。小数点后面位数最多的是中田的表。一般来说, 计算时小数点后取五位已经足够。瑞士标准如表 2.2 中所列。

另外, 别列济娜(Борезина<sup>238)</sup>)、库德略采夫(Кудрявцев)<sup>79)</sup>、霍斯特(Horst)<sup>114)</sup>、库尔罗夫(Курлов)<sup>210</sup>、鲍罗托夫斯卡雅(Болотовская)<sup>14)</sup> 等人也提出了用线图来进行这些计算的方法, 后面所叙的斜齿轮的计算法, 作为螺旋角为  $0^\circ$  的特殊情况, 也适用于直齿圆柱齿轮。而霍斯特用图 2.2~图 2.5 来表示  $y/(z_2 \pm z_1)$  与  $\psi/y$  以及  $(x_2 \pm x_1)/(z_2 \pm z_1)$  之间的关系。正号用于外啮合, 负号用于内啮合。由图线中可看出, 这些量之间几乎呈线性关系, 所以采用表 2.3~2.6 能够得到相

表 2.1  $B$  与  $B_v$  的计算表及其计算位数

发表者	$\alpha_b$ 的范围与间隔	计算值
中田 <sup>12)</sup>	$14^\circ \sim 17^\circ : 0.05^\circ$ $17^\circ \sim 19^\circ : 0.02^\circ$ $19^\circ \sim 21^\circ : 0.01^\circ$ $21^\circ \sim 25^\circ : 0.02^\circ$ $25^\circ \sim 29^\circ : 0.05^\circ$	$B(8)$ $B_v(8)$
贝洛格斯雷塞 <sup>107)</sup>	$20^\circ \sim 28^\circ : 0.01^\circ$	$B(6)$ $1+B_v(6)$ $B-B_v(6)$ $P(6)$
鲍姆加特纳 <sup>289)</sup> 瑞士标准 <sup>68)</sup>	$16^\circ \sim 20^\circ : 10'$	$B(5)$ $B_v(5)$
鲍罗托夫斯卡雅等 <sup>14)</sup>	$10^\circ \sim 60^\circ : 1'$	$B(5)$ $B_v(5)$
捷日卡契等 <sup>271)</sup>	$0^\circ \sim 16^\circ : 0.05^\circ$ $16^\circ \sim 30^\circ : 0.01^\circ$ $30^\circ \sim 45^\circ : 0.02^\circ$ $45^\circ \sim 50^\circ : 0.05^\circ$	$1+B_v(5)$ $P(5)$
河岗 <sup>211)</sup>	$0^\circ \sim 25^\circ : 0.1^\circ$ $25^\circ \sim 40^\circ : 0.5^\circ$	$1+B_v(6)$ $P(6)$

注: ①  $P = (1+B_v) \sin \alpha_b$ ; ② 括号内是小数点后的位数; ③ 即使  $B_v$  有 0.000005 的误差, 当  $a_0=100\text{mm}$  时, 中心距也只产生  $0.5\mu\text{m}$  的误差, 侧隙也只发生  $2 \times 0.5 \sin 20^\circ = 0.3\mu\text{m}$  的变化。

当高的精度。当给定中心距  $a$  时, 用公式 (2.2) 可求得  $y$ , 根据这个  $y$  用表 2.3 或表 2.5 计算  $\psi/y$ , 从  $x_2 \pm x_1 = \psi + y$ , 就能够确定无侧隙啮合所必需的变位系数之和(差)  $x_2 \pm x_1$ 。当给定  $x_2 \pm x_1$  时, 从  $(x_2 \pm x_1)/(z_2 \pm z_1)$  用表 2.4 或表 2.6 求得  $\psi/(x_2 \pm x_1)$ , 再从  $y = x_2 \pm x - \psi$ , 就可确定无侧隙啮合时的