

高等学校理工科参考丛书

• 尹祚湘编著 •



# 理论力学综合解题思路与方法

## 内 容 简 介

本书是按照静力学、运动学和动力学这样三大部分综合编著而成的。书中，除每一部分包括复习提要、综合解题思路与方法、综合解题范例和典型错误剖析外，还介绍了理论力学课程的特点及其学习方法。

本书在内容安排上，既注意了与现行理论力学教材的密切配合，又力求深入浅出，通俗易懂。它既可作为高等理工院校、电视大学、函授大学、职工业余大学等教学参考读物，也对有关教师、自学青年以及工程科技人员具有一定的参考价值。

本书承蒙李民庆副教授、王嘉新副教授的真诚帮助，谨表衷心感谢。

高等学校理工科参考丛书

### 理论力学综合解题思路与方法

尹作湘 编著

责任编辑：曾平安

\*

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行 湖南省新华印刷二厂印刷

\*

1985年9月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：11.625 字数：287,000

印数：1—16,000

统一书号：13204·112 定价：1.90元

# 前 言

理论力学是理工科大学学生的一门重要技术基础课。学习它，常常感到“理论好懂而解题困难”。因此，给学生提供一些学习这门课程的参考读物，帮助他们理解定理的真谛，掌握解题的要领，学会思考问题的方法，乃是一件有意义的事。

为了这个目的，本书作者在几年前即开始搜集、整理资料，并结合个人多年讲授这门课程的经验，着手编写学习辅导读物。他的这一工作，得到了所在院、系领导的赞许。他编的辅导读物曾以《理论力学一题多解》（下称《多解》）的形式在院内试用，受到学生好评。本书就是作者在《多解》的基础上修改、充实而成的。

统观全书，我认为作者在布局谋篇上并没有去全面包罗题目。他的重点是放在一些有代表性的例题上。作者力求通过对同一道题的多方面分析思考、各式各样的解法、简要地讨论或说明，以达到帮助学生理解诸定理的内在联系，搞清诸解题方法所依据的原理，开阔眼界，增强能力的目的。对于许多问题，作者也不是正面地去讲述“该做什么”和“怎么去做”，而是列举了大量的常见错误概念和解题中常出现的一些错误，进行层层分析、综合、对比，使学生弄清楚错误的症结所在，从而有利于学生牢固地掌握基本概念，深刻认识理论的实用性，增长综合解题的实际能力。此外，作者本着要言不繁的原则，在内容叙述上，有的长篇而论，有的略加启发，有的则要学生自行练习。这种作法有利于学生边读、边想、边动手。看来，只要

肯一道题一道题地细心领悟，吸取经验，是能够收到举一反三、融会贯通之效的。

以上数点，只是个人浅见，书出之后，尚待读者指正。

**王嘉新**



封面设计：姜铁山

统一书号：13204·112

定 价， 1.90 元

# 目 录

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| 理论力学课程的特点及其学习方法 ..... | ( 1 ) |
|-----------------------|-------|

## 第一部分 静力学

|                     |        |
|---------------------|--------|
| § 1 复习提要 .....      | ( 12 ) |
| 一、静力学基础 .....       | ( 12 ) |
| 二、力系的简化 .....       | ( 17 ) |
| 三、力系的平衡 .....       | ( 20 ) |
| 四、应用 .....          | ( 21 ) |
| § 2 综合解题思路与方法 ..... | ( 23 ) |
| 一、解题要点 .....        | ( 23 ) |
| 二、解题思路 .....        | ( 26 ) |
| 三、综合解题范例 .....      | ( 27 ) |
| § 3 典型错误剖析 .....    | ( 69 ) |
| 一、受力分析方面的错误 .....   | ( 69 ) |
| 二、方法与技巧方面的错误 .....  | ( 76 ) |

## 第二部分 运动学

|                     |        |
|---------------------|--------|
| § 1 复习提要 .....      | ( 79 ) |
| 一、运动学基础 .....       | ( 79 ) |
| 二、点的合成运动 .....      | ( 84 ) |
| 三、刚体平面运动 .....      | ( 87 ) |
| 四、刚体定点转动 .....      | ( 90 ) |
| § 2 综合解题思路与方法 ..... | ( 94 ) |

|                    |       |
|--------------------|-------|
| 一、解题要点 .....       | (94)  |
| 二、解题思路 .....       | (97)  |
| 三、综合解题范例 .....     | (98)  |
| § 3 典型错误剖析 .....   | (197) |
| 一、运动分析方面的错误 .....  | (197) |
| 二、方法与技巧方面的错误 ..... | (205) |

### 第三部分 动力学

|                     |       |
|---------------------|-------|
| § 1 复习提要 .....      | (211) |
| 一、动力学基础 .....       | (212) |
| 二、动力学基本方程 .....     | (213) |
| 三、动力学普遍定理 .....     | (214) |
| 四、动力学普遍原理 .....     | (219) |
| 五、碰撞与振动 .....       | (222) |
| § 2 综合解题思路与方法 ..... | (225) |
| 一、解题要点 .....        | (225) |
| 二、解题思路 .....        | (231) |
| 三、综合解题范例 .....      | (232) |
| § 3 典型错误剖析 .....    | (356) |
| 一、概念方面的错误 .....     | (356) |
| 二、方法方面的错误 .....     | (363) |

# 理论力学课程的特点 及其学习方法

## 一

理论力学是理工科院校开设的一门重要的技术基础课。它是由基础理论课过渡到专业课的桥梁，具有理论的系统性，应用的广泛性和研究方法的严谨性等特点。

**理论的系统性** 理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科，分为静力学、运动学和动力学三大部分。静力学是研究物体在力系的作用下处于平衡状态的规律。它主要解决：(1) 作用在刚体上力系的等效代替和力系的简化；(2) 刚体在各种力系作用下的平衡条件及其应用。运动学是从几何的角度来研究物体的运动特性（如轨迹、速度和加速度等），而不追究引起物体运动的物理原因。它主要解决点和刚体的运动规律问题。动力学则研究作用于物体上的力及其运动规律之间的关系，以建立物体机械运动的普遍规律，目的在于解决质点和质点系（含刚体）的两类问题：已知质点或质点系的运动规律求作用其上的力，已知作用在质点或质点系上的力求其运动规律。

**应用的广泛性** 在理论力学的学习过程中，我们将接触到大量的工程问题，例如建筑、机械、宇航和生物工程，等等。这些都需要我们应用理论力学中所揭示的机械运动规律去进行静力分析、运动分析和动力计算；同时还需要我们运用理论力学分析问题的方法，将复杂的实际结构进行简化，以建立工程计算的力学模型。所以，理论力学所研究的机械运动的普遍规律，



是我们用以解决现代工程技术问题的一个有力工具。从这个意义上讲，理论力学又具有工程技术的启蒙性质而成为工程教育中的启蒙课。

**方法的严谨性** 理论力学的研究方法和其它学科一样，遵循着辩证唯物主义的认识规律：“实践——理论——实践”。即从实践出发，经过抽象、综合、归纳建立公理，再通过数学演绎和逻辑推理而得到定理与结论，然后再用于实践并验证理论的正确性。

理论力学为后继的技术基础课和专业课打下了必要的基础，提供了研究方法。它的受力分析和计算为机械零件和结构构件的强度设计提供了理论依据；它的运动分析将是机构运动分析的理论基础；而动力学知识也是专业课中有关动力计算的重要基础。同时，就力学系统本身而言，它也是材料力学、弹性力学、流体力学以及诸如物理力学、生物力学，工程控制等这样新的边缘学科的理论基础。

## 二

学好理论力学是每个学习者的共同愿望。那么，怎样才能学好它呢？这除了正确的学习目的和学习态度之外，还需要有个适合本门课程特点的良好学习方法。好的学习方法，不仅可以有效地利用时间，收到事半功倍之效，而且还有助于突破难点，培养学习兴趣和激发求知欲望。同时，科学的学习方法也是培养智能的一个重要环节。这里仅就学习理论力学的一般方法提出几点意见，以供读者参考。

### 1. 抓住问题的关键和线索

在自学或课堂学习时，对于每个章、节都应该抓住整个内

容的线索，如

问题是怎样提出的？要解决什么问题？

问题是如何解决的？解决问题的依据或出发点是什么？解决问题的方法和关键以及推证的过程怎样？

结论或定理揭示了什么？它提供了哪些方法？用它解决实际问题（如解题）的前提或条件是什么？它们的应用范围及步骤又是什么？等等。

再者，要掌握本课程每一部分中的定义、定律（公理）和定理。要确切理解其中每一个词的确切含意。在定理的证明中，要明确需要证明的是什么？前提是什么？要抓住整个证明过程的关键和方法上的特点，不要单纯重视数学推导而忽视了物理意义。

现以力线平移定理为例，说明之。

问题的提出：

由力的可传性原理已知，作用在刚体上的力，可沿其作用线移至刚体上任一点，而不改变它对刚体的作用效应。但是，作用在图1所示刚体上A点的力 $F_A$ 可否平移呢？

问题的解决：

显然，如果将作用在A点的力 $F_A$ 平移到刚体上的B点，此时刚体的原有状态一定会发生改变；假若在B点加上一对平衡力，

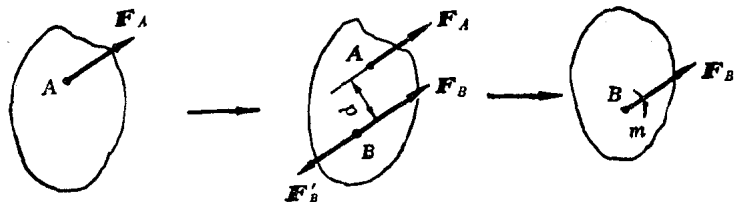


图1

$$\mathbf{F}_B = -\mathbf{F}'_B = \mathbf{F}_A \quad .$$

那么, 根据加减平衡力系公理可知, 刚体原有状态不会发生改变。这样, 就等于将作用在A点的力 $\mathbf{F}_A$ 平移到了B点, 同时在刚体上增加了一个由 $\mathbf{F}'_B$ ,  $\mathbf{F}_A$ 组成的力偶 $(\mathbf{F}_A, \mathbf{F}'_B)$ , 其力偶矩值 $m = Fd$ 。这就给出了推证力线平移定理的思路和方法。

定理的意义和适用范围: 力线平移定理不仅是平面力系和空间力系向任意点简化的理论基础, 而且可以用来对刚体进行受力分析。同时, 该定理不仅表明力和力偶对刚体的作用效应不同, 而且揭示了力、力偶和力矩三者之间的联系:

$$\text{力 } \mathbf{F}_A \xrightarrow{\text{平移}} \begin{cases} \mathbf{F}_B \\ m = m_B(\mathbf{F}_A) \end{cases}$$

这样, 它又深化了力对点之矩的概念, 使力对点之矩从矩心是约束点的概念中解脱出来, 得出力对点之矩的更一般的概念。

但须指出, 力线平移定理和力的可传性原理的限制条件是一样的, 只能在同一刚体上进行。

## 2. 搞懂“三基”内容

任何一门学科, 不论其内容如何更新, 所涉及的知识面如何广博, 一般都是以“三基”内容为纲而贯穿始终, 这些内容就是一门学科的主干。只要抓住它, 搞懂它, 就能进一步把握该学科研究内容的实质, 系统地掌握该学科的理论知识。

所谓“三基”内容, 简而言之, 就是该学科中带纲领性的起主干作用的内容。例如: 运动学的基本内容是点的运动和刚体的运动。基本概念是位移、速度和加速度等; 基本理论是点的矢径、速度和加速度之间的微分关系, 点的速度和加速度合成定理(包括平面运动刚体内点的速度和加速度的合成)。基本方法是建立运动方程的方法和将运动分解与合成的方法等等。

兹将整个学科的“三基”内容列于表1。

表1 理论力学“三基”内容

|      |                                                                                                            |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 基本概念 | 力*、刚体*、平衡、力矩、力偶，位移*、速度、加速度、质点、质量*、冲量、功、动量、动量矩、动能，惯性力等。                                                     |
| 基本理论 | 五个公理、三个定理（合力投影定理、合力矩定理、力线平移定理）；矢径、速度和加速度之间的微分关系；速度和加速度的合成定理；动力学基本方程，动力学普遍定理，达朗伯原理，虚位移原理等。                  |
| 基本方法 | 受力分析的方法、力系向一点简化的方法、分解与合成的方法（包括力和运动、速度和加速度的分解与合成）、建立点的运动方程式的方法、虚拟法（惯性力和虚位移），特殊——一般的方法和由基本方程出发建立动力学普遍定理的方法等。 |

在“三基”内容中对一些概念进行层层剖析或运用比较的方法，常常可以加深对它们的理解。

例如点的牵连速度，是指某瞬时与动点相重合的动参考系上一点的速度。这时，必须对“相重合”“某瞬时”进行剖析。首先，它必须是动参考系上一点的速度，其次，由于动参考系的运动是刚体的运动，除了平动以外，其上各点的运动情况都不相同，故这一点又不是任意的，而是与动点相重合的一点。再者，除了动参考系作匀速直线平动外，动坐标系上的同一点在不同瞬时的运动也不同，所以这个速度又是指定瞬时的。于是，动点的牵连速度可剖析为：动参考系上的一点——动参考系上与动点相重合的一点——某一瞬时动参考系上与动点相重合的一点的速度。

再如：刚体平面运动的概念，可以通过它与刚体平动和绕定轴转动的特点相比较而得以深化。因为刚体平动时，其内任

一直线的方位始终保持不变；刚体定轴转动时，其内有一条直线始终保持不动，和转轴平行的直线方位始终保持不变；而刚体作平面运动时，其内垂直于某一固定平面的直线的方位保持不变，从而归纳出刚体的这三种运动的共性：它们在运动过程中，其内都存在着方位不变的直线。显然，通过这样的比较与归纳，不仅可以加深对这三种运动概念的理解，而且可以进一步揭示它们之间的关系，即刚体平面运动是刚体平动和定轴转动的合成运动。

### 3. 掌握学科各部分的内在联系

理论力学是一门理论严密、系统性很强的学科，各部分内容之间存在着必然的内在联系。在复习时认真抓住这种联系，不仅有助于系统消化这门课程的内容，而且还能掌握该学科理论系统的建立方法。

图2所示为一曲柄连杆机构，由曲柄 $OA$ ，连杆 $AB$ 和滑块 $B$ 组成。若机构上作用着一个矩为 $m$ 的力偶和一个力 $F$ ，那么，当机构平衡，力偶矩 $m$ 和力 $F$ 之间应满足什么条件？若机构不平衡，则组成机构的各个部件又怎样运动呢？其运动状态的改变与作用力之间有何关系？等等。这些问题前后衔接，紧密相连。通过上述例题，从一个侧面反映了理论力学这门学科的完整理论系统。

理论力学的三大部分内容，既能连成一个整体，又有各自

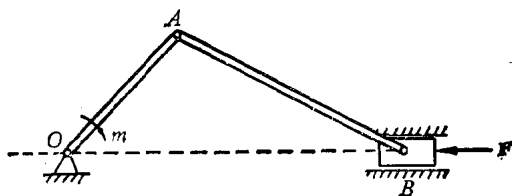
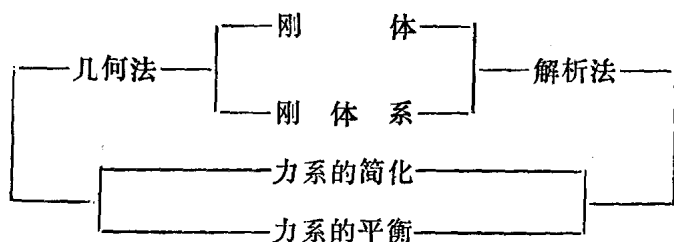


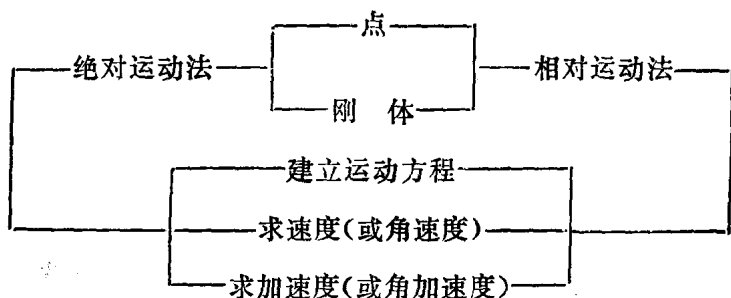
图2

的独立性。只有在掌握该学科内在联系的同时，又注意归纳各部分内容的特殊规律性，才能融会贯通整个课程的理论知识。

静力学是从平衡的角度来研究物体机械运动的特殊规律，其内容归结为两个问题：力系的简化和平衡；两种方法：几何法和解析法。其主要轮廓可归纳为

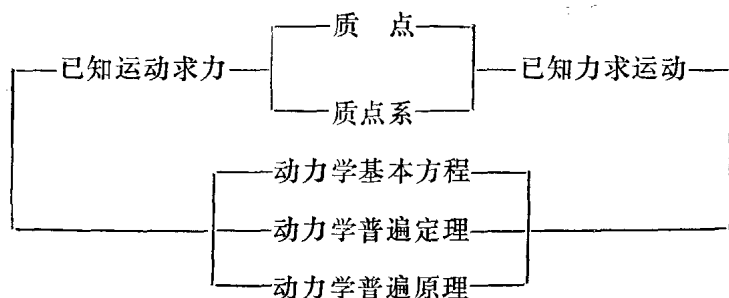


运动学是从几何观点来研究物体机械运动的规律，它不涉及影响运动的物理因素(力和质量)，其内容分为两部分：点的运动和刚体运动；其研究方法有两种：绝对运动法和相对运动法（将运动分解与合成的方法）。它的主要轮廓为



动力学的整个内容可以归纳为两大部分：质点动力学和质点系（含刚体）动力学；两类问题：已知质点（或质点系）的运动规律求作用于其上的力和已知作用在质点（或质点系）上的力求其运动规律；解决问题的途径有三个：动力学基本方程、

动力学普遍定理（动量定理、动量矩定理与动能定理）和动力学普遍原理（达朗伯原理、虚位移原理和拉格朗日方程）以及由普遍定理派生的质心运动定理、刚体定轴转动微分方程、平面运动微分方程和相应的守恒定律等等，它的主要轮廓为



动力学基本方程、动力学普遍定理和动力学普遍原理，都反映了质点（质点系）的运动变化和作用其上的力之间的关系。但是，基本方程表达了它们之间的基本规律，揭示了它们的共性；而普遍定理是在此基础上演绎而得的。它们从不同的角度分别表达了物体运动特征量（动量、动量矩和动能）与机械作用量（冲量、力矩和功）之间的关系，揭示了它们各自的特征。至于动力学普遍原理则从达朗伯原理与虚位移原理相结合建立作用于质点（质点系）上的力与运动之间的关系。正因为这样，在求解同一问题时，可能用不同的方法来求解，但其解法却有繁有简。同时，针对不同的问题，应选择不同的解法，会显得特别有效。

例如，在理想约束情况下，不能用动能定理求系统的约束反力，而用达朗伯原理却十分方便。但对图3所示系统因其约束反力很多，用动能定理求其主动力与运动之间的关系就显得十分简捷。再者，在求解流体动力学问题及碰撞问题时，动量

定理就十分有效；当水流经过涡轮转子时，求水流对转子的转动力矩和碰撞中的转动问题时，用动量矩定理最为简便；对于求解在复杂系统平衡时主动力之间的关系，则用虚位移原理，可使运算大为简化。而在研究复杂系统的动力学问题时，如用动力学普遍方程求解，就显得十分方便，等等。

#### 4. 综合应用理论，提高解题能力

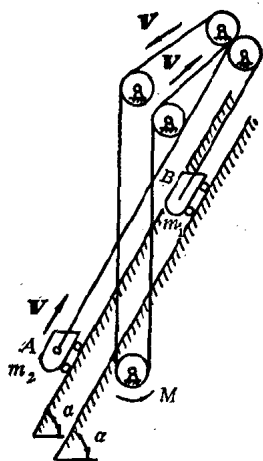


图3

理论力学学科的形成和发展，来源于社会的生产实践；该学科的理论又为生产实际服务。显然，联系工程实际，不仅有助于搞清物理概念，深化对理论的理解；而且综合应用所学理论知识去求解实际问题，又可以融会贯通各种解题的基本方法，并从中寻求解题的一般规律与用各个方法解题的特殊规律，培养灵活解决实际问题的能力。

理论力学中的每一道例题和习题，都是对实际问题通过抽象化而得到的一种力学模型。它既近似而又真实地反映了工程实际的本质。因此，通过对每道习题的解算，可以培养对实际事物进行科学抽象的能力。

同时，在求解每道习题时，不能仅仅满足于一般地得出解答，而应特别重视解题的思路和方法，并对所得的结果进行分析。因为正确的解题思路反映了科学的思维方法；而一个简捷而有效的解题方法又来源于对所学理论知识的融会贯通和综合运用能力。对所得结果的分析，不仅可以检验其正误，而且



可以通过分析来揭示事物的本质，培养发现新问题，提出新方法，建立新理论的能力。这正是本书试图解决的问题所在。

### 三

高等教育的任务，不仅要求学生掌握所开设课程的理论知识，而且要求学生在学习过程中逐步学会获取这些知识的科学方法。因此，在学习理论力学时，应认真学会理论力学的研究方法。这不仅有助于学习本学科和其他学科的理论，而且有助于培养辩证唯物主义世界观，培养正确的分析问题和解决问题的能力。

理论力学的研究方法，遵循着辩证唯物主义认识论的规律。归纳起来主要有

#### 1. 抽象化方法

理论力学研究的出发点是观察和实验。根据所研究问题的内容和范围，在观察和实验的基础上，抓住复杂现象中主要的、本质的因素，略去次要的、非本质的因素，从而得出不同于实际现象，但又最能反映现象本质的和特定规律的抽象化了的概念和理想模型。这种方法叫做科学的抽象。理论力学中的概念和理想模型就是通过这种科学的抽象化而建立起来的。譬如，在研究物体之间的相互作用时，抓住这种作用的机械本质而忽略其它多种多样的物理和化学性质，就抽象形成力的概念；在研究地球的公转规律时，忽略地球的几何尺寸和自身的转动，而得到质点这一理想模型；在研究物体机械运动规律时，忽略物体的变形而得到刚体这一理想模型；忽略摩擦对运动的影响得到理想约束的模型等等。

抽象化是从简单到复杂的研究方法的必由之路。譬如，在