

中等专业学校试用教材

电力类专业适用

电工基础

下册

张洪让 主编

赠阅

人民教育出版社

人民教育出版社

内 容 提 要

本书分上、下两册出版,内容包括电工理论基础和电工测量两部分。

下册内容为非正弦交流电路、线性电路中的过渡过程、恒定磁通的磁路、交流铁芯线圈、分布参数电路的稳定状态及机电型常用电工仪表的基本结构、工作原理及使用方法。各章后附有较多习题,有助于读者自习和思考。

本书为中等专业学校发电厂及电力系统专业及电力系统继电保护专业电工基础课程的试用教材,也可供有关工程技术人员参考。

中等专业学校试用教材

电 工 基 础

下 册

张洪让主编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 15.5 字数 262,000

1979年5月第1版 1979年12月第1次印刷

印数 00,001—33,000册

书号 15012.0169 定价 1.15元

下册目录

第九章 非正弦交流电路1	
9-1 电路中非正弦量的来源及分析方法.....1	
9-2 周期性非正弦函数分解为傅立叶级数.....2	
9-3 周期性交流量的有效值、平均值及表示波形的一些系数.....8	
9-4 非正弦交流电路的分析计算.....11	
9-5 非正弦交流电路的功率.....14	
9-6 对称三相电路中的高次谐波.....16	
小结.....22	
习题.....22	
第十章 线性电路中的过渡过程25	
10-1 电路中过渡过程的产生原因及分析方法.....25	
10-2 换路定律及过渡过程的初始值的确定.....27	
10-3 经典法概述.....29	
10-4 电阻、电容串联电路的过渡过程.....31	
10-5 电阻、电感串联电路的过渡过程.....41	
10-6 只有一个储能元件的电路的过渡过程.....47	
10-7 电容通过串联的电阻、电感放电.....48	
10-8 运算法的数学基础——拉普拉斯变换.....55	
10-9 用运算法计算电路的过渡过程.....61	
小结.....65	
习题.....66	
第十一章 恒定磁通的磁路71	
11-1 磁场强度·全电流定律.....71	

11-2 铁磁物质的磁化.....73	
11-3 磁路及磁路定律.....78	
11-4 恒定磁通的磁路的计算.....82	
11-5 电磁铁的电磁吸力.....86	
小结.....88	
习题.....89	
第十二章 交流铁芯线圈92	
12-1 交流铁芯线圈中的电压、电流和磁通.....92	
12-2 铁芯的损耗.....96	
12-3 正弦交流磁路的计算.....98	
12-4 交流铁芯线圈的等效电路.....100	
12-5 铁芯线圈的等效电感.....102	
12-6 交流电磁铁.....105	
12-7 交、直流励磁的磁路.....106	
小结.....108	
习题.....108	
第十三章 分布参数电路的稳定状态111	
13-1 均匀线方程式.....111	
13-2 均匀线方程式在正弦稳态下的解.....112	
13-3 均匀线上的行波.....117	
13-4 均匀线的副参数.....120	
13-5 无反射线.....122	
13-6 均匀线的等效电路.....123	
小结.....126	
习题.....127	

第二篇 电工测量

引言129	
第十四章 电工测量指示仪表的一般知识130	
14-1 测量机构中的力矩.....130	
14-2 仪表的误差和准确度等级.....133	
14-3 对仪表的主要技术要求.....136	
14-4 仪表的分类和表面标记.....138	
习题.....139	
第十五章 电流和电压的测量140	
15-1 关于电流和电压的测量.....140	
15-2 磁电系测量机构.....141	
15-3 磁电系电流表和电压表.....143	
15-4 电磁系测量机构.....150	

15-5 电磁系电流表和电压表.....152	
15-6 整流系电流表和电压表.....156	
15-7 钳表.....159	
习题.....160	
第十六章 功率和能量的测量162	
16-1 电动系测量机构.....162	
16-2 电动系功率表.....167	
16-3 低功率因数功率表.....171	
16-4 三相电路有功功率的测量.....173	
16-5 三相电路无功功率的测量.....177	
16-6 感应系电度表.....181	
16-7 三相电路有功电能和无功电能的测量.....190	

习题.....	193	18-5 直流双臂电桥.....	223
第十七章 功率因数和频率的测量	195	18-6 兆欧表.....	225
17-1 功率因数的间接测量.....	195	18-7 关于交流电桥.....	228
17-2 电动系功率因数表.....	196	18-8 电感的测量.....	229
17-3 电磁系整步表.....	204	18-9 电容的测量.....	230
17-4 电动系频率表.....	210	习题.....	232
习题.....	215	附录一 电磁学的单位制.....	234
第十八章 电阻、电感及电容的测量	216	附录二 用计算尺进行复数运算.....	237
18-1 关于电阻的测量.....	216	附录三 开关板指示电表形状特征代号表.....	239
18-2 电阻的间接测量.....	216	附录四 电工仪表产品型号类组表.....	240
18-3 欧姆表.....	217	附录五 电工仪表和附件的符号.....	241
18-4 直流单臂电桥.....	221	部分习题答案.....	242

第九章 非正弦交流电路

以上三章介绍的都是正弦交流电路。实际电路中, 也会出现周期性的随时间按非正弦函数规律变化的电势、电压或电流等。周期性非正弦量简称非正弦量或非正弦波。在介绍了正弦交流电路的性质和分析计算的基础上, 本章介绍周期性非正弦量作用下的线性电路, 先逐步介绍分析计算这样电路的谐波分析法, 最后介绍对称三相非正弦交流电路的情况。

9-1 电路中非正弦量的来源及分析方法

电路中非正弦量的来源有三种:

(1) 电源的电势不是正弦量 在制造发电机时, 总是尽量使它产生的电势是正弦量。但电机的电枢表面有槽、有齿, 以致沿电枢表面的磁感应强度大小做不到按真正的正弦函数规律分布, 所以感应电势不是理想的正弦量。在非正弦电势的作用下, 电路中就会产生非正弦电流和非正弦电压。

(2) 电路中有几个不同频率的电源共同作用 电路中有两个以上不同频率电源同时作用时, 即使这些电源的电势都是正弦量, 电路中的总电势也不是正弦量, 因而电路中的电流、电压也不是正弦量。例如将角频率为 ω 的正弦电势 $e_1 = E_{1m} \sin \omega t$ 与另一个角频率为 3ω 的正弦电势 $e_3 = E_{3m} \sin 3\omega t$ 串联, 如图 9-1 a 所示, 则总电势 $e_{\Sigma} = e_1 + e_3$ 是图 9-1 b 中虚线所示的非正弦量。

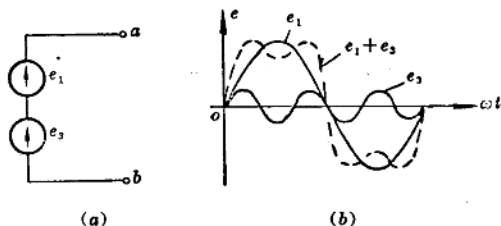


图 9-1

(3) 电路中有非线性元件 例如二极管为非线性电阻, 它与电阻负载 r 串联的半波整流电路如图 9-2 a 所示。在正弦电压 u 作用下, 由于二极管的单向导电性, 在 u 的正半周

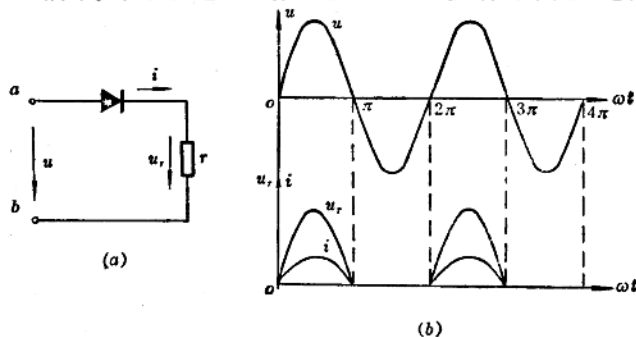


图 9-2

($0 < \omega t < \pi$) 内, a 点的电位高于 b 点, 二极管受正向电压而导通, 电路中有电流; 在 u 的负半周 ($\pi < \omega t < 2\pi$) 内, b 点电位高于 a 点, 二极管受反向电压而不导通, 电路中没有电流。电路中的电流 i 及负载电压 u_r 是图 9-2 b 中所示的非正弦波, 叫做半波整流波。又如铁芯线圈为非线性电感, 在第十二章将要介绍, 其电压为正弦量时, 电流不是正弦量; 流过正弦电流时, 其电压不是正弦量。

电力工程中, 力图得到正弦交流量, 因为非正弦量的出现, 有增大电路的功率损耗、降低功率因数、电动机转动不平稳、容易引起谐振而使电路出现过电压、对电讯电路引起干扰等有害的影响。在电子技术中, 电路中具有非正弦量乃是很多电路的正常工作状态; 电力方面也有谐波励磁等的利用。所有这些, 都需要我们掌握非正弦交流电路的特点和分析计算方法。

周期性非正弦量作用下的线性电路有一般的分析计算方法, 叫做谐波分析法。谐波分析法先把作用于电路的非正弦量分解成傅立叶级数, 即分解为一些不同频率的正弦量。由于电路是线性的, 根据叠加原理, 把电路在这些不同频率正弦量单独作用下的结果叠加, 就求得电路中实际的电流或电压。谐波分析法把非正弦交流电路的分析计算转化为一些正弦交流电路的计算, 这是本章以下要逐步介绍的内容。

对交流电路中的非线性元件的分析计算, 没有一般的方法, 要看具体情况而定。本书除介绍交流铁芯线圈外, 其他不介绍。

9-2 周期性非正弦函数分解为傅立叶级数

一、傅立叶级数

从数学中知道, 一些周期性非正弦函数可以分解为收敛的无穷三角级数, 即傅立叶级数。电工中所遇到的周期性非正弦函数, 一般都可以分解为傅立叶级数。

设周期性时间函数为 $f(\omega t)$, 其周期为 T , 角频率为 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 它分解成的傅立叶级数为

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\ &\quad + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots \\ &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \end{aligned} \quad (9-1)$$

式(9-1)的各项中: 第一项 A_0 是不随时间变化的常数, 叫做 $f(\omega t)$ 的直流分量或恒定分量; 第二项 $A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$ 的频率与原来周期性函数 $f(\omega t)$ 的频率相同, 叫做基波或一次谐波; 其余各项的频率都为原来函数的频率的整数倍, 都比基波的频率高, 统称为高次谐波, 并按其频率为原来函数频率的倍数分别叫做二次、三次、……谐波。一次、三次…… k 为奇数的谐波叫奇次谐波, 二次、四次…… k 为偶数的谐波叫偶次谐波。而恒定分量则看成频率为原来函数频率的零倍的零次谐波。

由傅立叶级数可见, 正弦函数是最简单的周期性函数(没有恒定分量及高次谐波)。一个周期性函数, 其所以不是正弦量, 可以认为除基波外还存在其它次(包括零次)谐波的缘故。

按式(9-1), 要把一个周期性函数分解为傅立叶级数, 就需求出各次谐波的最大值 A_{km} 和初相 ψ_k 。为此, 将式(9-1)中的每项展开为

$$\begin{aligned} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) &= A_{km} \cos \psi_k \sin k\omega t + A_{km} \sin \psi_k \cos k\omega t \\ &= B_{km} \sin k\omega t + C_{km} \cos k\omega t \end{aligned}$$

式(9-1)改写为

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos k\omega t \quad (9-2)$$

式中的

$$\left. \begin{aligned} B_{km} &= A_{km} \cos \psi_k \\ C_{km} &= A_{km} \sin \psi_k \end{aligned} \right\} \quad (9-3)$$

并有

$$\left. \begin{aligned} A_{km} &= \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2} \\ \psi_k &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{C_{km}}{B_{km}} \end{aligned} \right\} \quad (9-4)$$

于是求 A_{km} 和 ψ_k 转化为求 B_{km} 和 C_{km} 。从数学中知道, B_{km} 、 C_{km} 和恒定分量 A_0 可分别按下列各式求得:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t) \\ B_{km} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t) \\ C_{km} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (9-5)$$

利用式(9-5)、(9-4)、(9-2)、(9-1), 就可将已知的周期性函数分解为傅立叶级数。

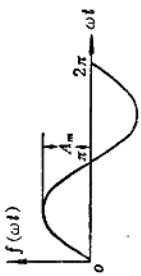
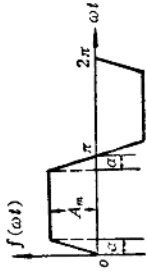
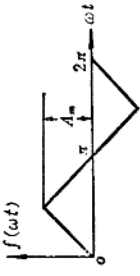
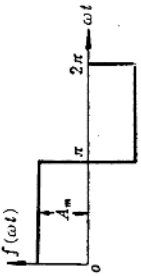
电工中常见的几种周期性函数的分解结果列于表 9-1 中。

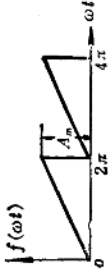
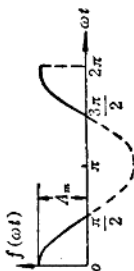
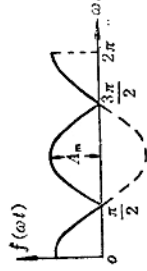
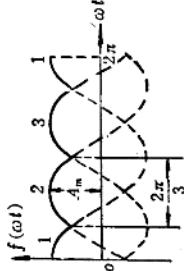
从表 9-1 可见, 每种非正弦量的各次谐波中, 次数越高的谐波, 最大值越小, 说明傅立叶级数一般收敛很快, 所以在分析计算中可以忽略较高次谐波, 一般取前面的三到五项就相当准确了。

二、谐波成分的判断

从表 9-1 还可以看出, 一些周期性非正弦函数分解为傅立叶级数时, 并不含有式(9-2)中的所有各项, 这首先是由函数本身特点所决定的, 是有规律的。掌握了这方面的规律, 就能根据周期性函数的波形直接判断它含有哪些成分的谐波。一些规律如下:

表 9-1 一些周期性函数

名称	波形	$f(\omega t)$ 分解为傅立叶级数	有效值 A	平均值 A_p	波形因数 K	波顶因数 K_{bf}	畸变因数 K_d
正弦波		$f(\omega t) = A_m \sin \omega t$	$\frac{A_m}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\pi} A_m$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$	1
梯形波		$f(\omega t) = \frac{4A_m}{\alpha\pi} \left(\sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \dots + \frac{1}{k^2} \sin k\alpha \sin k\omega t + \dots \right)$	$A_m \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi}}$	$A_m \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right)$	$\frac{\sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi}}}{1 - \frac{\alpha}{\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi}}}$	$\frac{2\sqrt{2} \sin \alpha}{\alpha\pi \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi}}}$
三角形波		$f(\omega t) = \frac{8A_m}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots + \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k^2} \sin k\omega t + \dots \right)$	$\frac{A_m}{\sqrt{3}}$	$\frac{A_m}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{4\sqrt{6}}{\pi^2}$
矩形波		$f(\omega t) = \frac{4A_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots + \frac{1}{k} \sin k\omega t + \dots \right)$	A_m	A_m	1	1	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

锯齿波		$f(\omega t) = A_m \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} (\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots + \frac{1}{k} \sin k\omega t + \dots) \right]$	$\frac{A_m}{\sqrt{3}}$	$\frac{A_m}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\pi}$
半波整流波		$f(\omega t) = \frac{2A_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \times 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \times 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \times 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$	$\frac{A_m}{2}$	$\frac{A_m}{\pi}$	$\frac{\pi}{2}$	2	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
全波整流波		$f(\omega t) = \frac{4A_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 \times 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \times 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \times 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$	$\frac{A_m}{\sqrt{2}}$	$\frac{2A_m}{\pi}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$	—
三相半波整流波		$f(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}A_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 4} \cos 3\omega t - \frac{1}{5 \times 7} \cos 6\omega t + \frac{1}{8 \times 10} \cos 9\omega t - \dots \right)$	$A_m \sqrt{\frac{1 + \sqrt{3}}{2}}$	$\frac{3\sqrt{3}A_m}{2\pi}$	$\pi \sqrt{\frac{2}{27} + \frac{1}{3\pi\sqrt{3}}}$	$\frac{2}{\sqrt{2 + \frac{3\sqrt{3}}{\pi}}}$	—

1. 平均值为零的波形不含有直流分量 直流分量 $A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t)$, 可见 A_0 就是函数 $f(\omega t)$ 在一个周期内的平均值。所以, 如果函数在一个周期内的波形与横轴所围成的面积中, 在横轴上部的面积与在横轴下部的面积相等, 则函数的平均值为零, 没有直流分量。如表 9-1 中的梯形波、三角形波、矩形波, 都可直接从波形断定它们的 $A_0 = 0$; 而半波整流波、全波整流波、三相半波整流波的 A_0 则不等于零。

2. 对称于横轴的函数不含有直流分量和偶次谐波 波形如图 9-3 所示的函数 $f(\omega t)$, 它任一点的函数值 $f(\omega t)$ 和半个周期 ($\omega t = \omega \frac{T}{2} = \pi$) 后的函数值 $f(\omega t + \pi)$ 大小相等、符号相反。把这样波形的上半波后移半个周期, 与下半波对横轴对称。这种

$$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$$

的函数叫做对称于横轴的函数。例如交流发电机的感应电势都是对称于横轴的函数。根据式(9-1)

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots$$

$$\begin{aligned} f(\omega t + \pi) &= A_0 + A_{1m} \sin[(\omega t + \pi) + \psi_1] + A_{2m} \sin[2(\omega t + \pi) + \psi_2] + \dots \\ &= A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \pi + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + 2\pi + \psi_2) + \dots \\ &= A_0 - A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \end{aligned}$$

把上列 $f(\omega t)$ 及 $f(\omega t + \pi)$ 的展开式相加、整理, 并因 $f(\omega t) + f(\omega t + \pi) = 0$, 得

$$A_0 + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + A_{4m} \sin(4\omega t + \psi_4) + \dots = 0$$

要上式成立, 各项的系数都须为零, 即

$$A_0 = A_{2m} = A_{4m} = \dots = 0$$

亦即 $f(\omega t)$ 不含有直流分量和偶次谐波, 这样, 对称于横轴的函数分解成的傅立叶级数为

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots$$

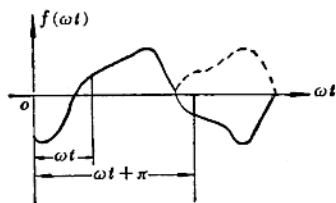


图 9-3

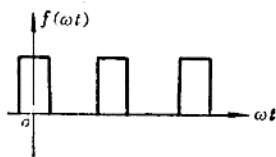


图 9-4

3. 波形对称于纵轴的函数不含有正弦分量 图 9-4 所示函数 $f(\omega t)$ 的波形对称于纵轴, 以纵轴为中线, 折叠图形, 其左右两半完全重合。这种

$$f(\omega t) = f(-\omega t)$$

的函数叫做偶函数。在整流电路中经常见到偶函数, 例如整流后的电压就是。根据式(9-2)

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= A_0 + B_{1m} \sin \omega t \\ &\quad + B_{2m} \sin 2\omega t + \dots + C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \dots \end{aligned}$$

$$f(-\omega t) = A_0 - B_{1m} \sin \omega t - B_{2m} \sin 2\omega t - \dots \\ + C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \dots$$

将上列两个展开式相减、整理, 并因 $f(\omega t) - f(-\omega t) = 0$, 得

$$B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + B_{3m} \sin 3\omega t + \dots = 0$$

要使上式成立, 必须

$$B_{1m} = B_{2m} = B_{3m} = \dots = 0$$

即 $f(\omega t)$ 不含有正弦分量。这样, 偶函数分解成的傅立叶级数为

$$f(\omega t) = A_0 + C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \dots$$

4. 波形对称于原点的函数不含有直流分量和余弦分量 图 9-5 所示函数 $f(\omega t)$ 的波形对称于原点, 将下半波翻到横轴上面, 再以纵轴为中线向右翻, 则与上半波完全重合。这种

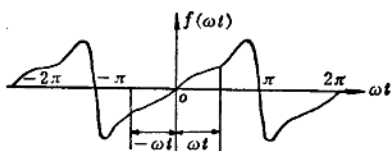


图 9-5

$$f(\omega t) = -f(-\omega t)$$

的函数叫做奇函数。例如倍频器(使频率加倍的设备)电路中就有奇函数电压。用与以上相似的方法可以证明奇函数不含有直流分量和余弦分量, 它分解成的傅立叶级数为

$$f(\omega t) = B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \dots$$

函数的波形对称于纵轴或原点, 除决定于其本身外, 还与坐标原点的选择有关; 函数的对称于横轴, 仅决定于其本身, 而与坐标原点的选择无关。所以, 在某些情况下, 适当选择坐标原点, 可使函数同时对称于原点对称于横轴, 或是同时对称于纵轴和对称于横轴, 从而使分解结果简化。表 9-1 中所列分解结果都是适当选择坐标原点而有的。

又如所谓尖顶波、平顶波是对称于横轴的函数, 适当选择坐标原点, 它们又对称于原点。图 9-6 中画的是平顶波 ϕ 在半个周期内的波形, 在图示的计时起点选择下, 它可以近似地分解为

$$\phi = \phi_1 + \phi_3 = \Phi_{1m} \sin \omega t + \Phi_{3m} \sin 3\omega t$$

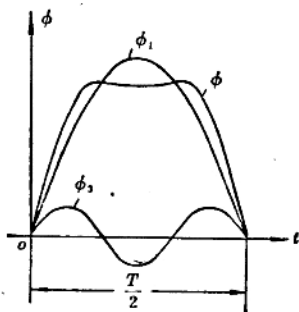


图 9-6

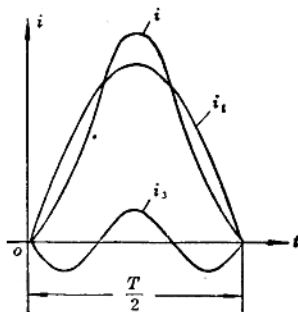


图 9-7

图 9-7 中画的是尖顶波 i 在半个周期内的波形, 在图示的计时起点选择下, 它可以近似地分解为

$$i = i_1 + i_3 = I_{1m} \sin \omega t - I_{3m} \sin 3\omega t$$

在第十二章中介绍交流铁芯线圈时,将遇到这样波形的 ϕ 和 i 。

以上介绍的是根据周期性函数的解析式,通过积分计算,将它分解为傅立叶级数。实际工作中,常会遇到已知周期性函数的波形(从示波器上摄下的),但又不能用解析式表达它的情况,这就需用其它办法将它分解为傅立叶级数。有表格法、图解法或谐波分析仪可以近似决定非正弦波的傅立叶级数中各项的最大值 A_{km} 和初相 ψ_k , 本书不介绍这方面的内容。

[例] 凸极式同步发电机中,磁势 F_c 沿空气隙分布的曲线如

图 9-8 所示, F_c 的解析式为

$$F_c(x) = \begin{cases} F_0 & (0 < x < \pi) \\ -F_0 & (\pi < x < 2\pi) \end{cases}$$

试将它分解成傅立叶级数。

解: 从表 9-1 可查得 $F_c(x)$ 分解成的傅立叶级数为

$$F_c(x) = \frac{4F_0}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$$

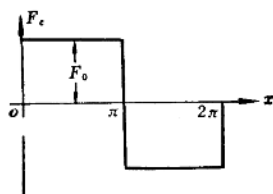


图 9-8

现再分析计算之。在图示坐标原点选择下, F_c 对称于横轴, 又对称于原点, 所以 $F_c(x)$ 既不含有直流分量和偶次谐波, 又不含有余弦分量, 总起来只含有奇次正弦分量。按式(9-5), 求 k 为奇数时的系数

$$\begin{aligned} B_{km} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F_c(x) \sin kx dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} F_0 \sin kx dx \\ &= \frac{2F_0}{\pi k} \int_0^{\pi} \sin kx d(kx) = \frac{2F_0}{\pi k} [-\cos kx]_0^{\pi} = \frac{4F_0}{\pi k} \end{aligned}$$

所以

$$F_c(x) = \frac{4F_0}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$$

9-3 周期性交流量的有效值、平均值及表示波形的一些系数

一、有效值

有效值是交流量在热效应方面所相当的直流值, 周期性交流量的有效值等于它的方均根值, 如

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

如果已知周期性交流量的解析式, 可直接按上列积分关系式计算其有效值。例如表9-1中三角形波的有效值

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{A_m}{\pi} \omega t \right)^2 dt} = \sqrt{\frac{4}{T} \times \frac{4A_m^2}{\pi^2} \times \omega^2 \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^{\frac{T}{2}}} \\ &= \sqrt{\frac{4}{T} \times \frac{4A_m^2}{\pi^2} \times \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{T}{4} \right)^3} = \sqrt{\frac{A_m^2}{3}} = \frac{A_m}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

表 9-1 中各周期性交流量的有效值都是这样算出的。

如果已知周期性交流量分解成的傅立叶级数, 则可由各谐波的有效值计算其有效值。以电流为例推论如下, 设

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$$

则其有效值

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \right]^2 dt}$$

为了计算上式右边根号内的积分, 先将平方项展开, 展开后的各项有两种类型, 一种是各次谐波自身的平方, 它们的平均值为:

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt = I_0^2$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_k) dt = \frac{I_{km}^2}{2} = I_k^2$$

另一种类型是两个不同次谐波乘积的两倍, 根据三角函数的正交性, 它们的平均值为:

$$\frac{1}{T} \int_0^T 2I_0 I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) dt = 0$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T 2I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) I_{qm} \sin(q\omega t + \psi_q) dt = 0 \quad (k \neq q)$$

所以

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} \quad (9-6)$$

式中: I_0 是直流分量(零次谐波), 其有效值及最大值均为 I_0 ; $I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$, $I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}$ 分别为基波、二次谐波 各次交流谐波的有效值, 因为它们都是正弦量, 所以它们的有效值分别等于其最大值的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。

对于周期性交流电势、电压, 同样有

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots}$$

即: 周期性交流量的有效值等于它的各次谐波(包括零次谐波)有效值的平方和的平方根。

周期性交流量的有效值只与其各次谐波的有效值有关, 而与各次谐波的初相无关。周期性交流量的有效值不等于它的各次谐波有效值的和。

【例 1】某铁芯线圈在正弦电压 $u = \sqrt{2} 220 \sin 314t$ 伏作用下的电流

$$i = 0.85 \sin(314t - 85^\circ) + 0.25 \sin(942t - 105^\circ) \text{ 安}$$

试求这个电流的有效值。

解: i 的有效值

$$I = \sqrt{\left(\frac{0.85}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.25}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.626 \text{ 安}$$

二、平均值

除有效值外,有时(例如分析整流效果)还对周期性交流量引用平均值。

周期性交流量在一个周期内的平均值等于它的直流分量。仍以电流为例,用 I_{pj} 表示平均值(p —平、 j —均),则有

$$I_{pj} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = I_0$$

因为周期性交流量的一个周期内的平均值等于它的各次谐波在一个周期内的平均值的和,直流分量 I_0 的平均值就等于 I_0 ; 其余各次谐波都是正弦量,它们在一个周期内的平均值都为零。

直流分量为零的周期性交流量在一个周期内的平均值为零,有时为了能够说明问题(例如分析整流效果,又如比较波形),对这样的周期性交流量,就计算它在半个周期内的平均值,即

$$I_{pj} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i dt$$

这样的平均值不必另加说明,因为已经知道它的直流分量是否为零,也就知道这是怎样的平均值。例如表 9-1 中所列一些对称于横轴的周期性交流量的平均值都是它们在半周期内的平均值。

三、波形因数、波顶因数和畸变因数

对周期性交流量,常用波形因数、波顶因数或畸变因数来表示它的波形的性质:

波形因数 周期性交流量的有效值与平均值之比叫做波形因数。用 K_{bx} 表示波形因数(b —波、 x —形),则

$$K_{bx} = \frac{I}{I_{pj}} \quad (9-7)$$

波形因数不小于 1。波形越尖, K_{bx} 越大; 波形越平, K_{bx} 越接近于 1。

波顶因数 周期性交流量的最大值与有效值之比叫做波顶因数。用 K_{ba} 表示波顶因数(a —顶),则

$$K_{ba} = \frac{I_m}{I} \quad (9-8)$$

波顶因数也不小于 1,其值随波形的变尖而增大。有效值相等的周期性交流量中, K_{ba} 较大的,最大值较大,波形较尖。

畸变因数 周期性交流量基波的有效值和它本身的有效值之比叫做畸变因数。用 K_{jb} 表示畸变因数(j —畸、 b —变),则

$$K_{jb} = \frac{I_1}{I} \quad (9-9)$$

畸变因数反映了周期性交流量的波形与正弦波形的差异程度。

表 9-1 中也列出了一些周期性函数的 K_{bx} 、 K_{ba} 、 K_{jb} 。

波形因数、波顶因数和畸变因数都只能大致表明波形是较平还是较尖的,与正弦波形差异大不大,都不能完整地说明波形。

〔例2〕 试求正弦量的平均值、波形因数、波顶因数和畸变因数。

解: 设正弦量

$$i = I_m \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

则其平均值

$$\begin{aligned} I_{pj} &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin \omega t dt \\ &= \frac{2I_m}{T\omega} [-\cos \omega t]_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{2}{\pi} I_m = 0.637 I_m \end{aligned}$$

其波形因数、波顶因数和畸变因数分别为

$$\begin{aligned} K_{bx} &= \frac{I}{I_{pj}} = \frac{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi} I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \\ K_{bx} &= \frac{I_m}{I} = \frac{I_m}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} = 1.41 \\ K_{js} &= \frac{I_1}{I} = \frac{I}{I} = 1 \end{aligned}$$

〔例3〕 磁电系电压表的转动部分所受转矩正比于被测电压的直流分量,其读数为被测电压的直流分量。电磁系电压表的转动部分所受转矩正比于被测电压的有效值的平方,其读数为被测电压的有效值。全波整流的整流系电压表的转动部分所受转矩正比于被测电压的平均值,而标尺则按正弦量的波形因数 $K_{bx} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ 换算为有效值刻度,其读数为被测量的平均值乘以 $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$ 。现分别用磁电系电压表、电磁系电压表、全波整流的整流系电压表测量一个半波整流波电压(波形见图 9-2 b),已知其最大值 $U_m = 100$ 伏,试分别求各电压表的读数。

解: 从表 9-1 中查得半波整流波电压的有效值和平均值各为

$$U = \frac{U_m}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ 伏}$$

$$U_{pj} = \frac{U_m}{\pi} = \frac{100}{\pi} = 31.8 \text{ 伏}$$

磁电系电压表的读数为 31.8 伏。

电磁系电压表的读数为 50 伏。

全波整流的整流系电压表的读数为 $31.8 \times 1.11 = 35.3$ 伏。

9-4 非正弦交流电路的分析计算

已知非正弦交流电路中各电源的电势和各元件的参数,用谐波分析法计算电路中电流(或电压)的一般步骤如下:

(1) 把各周期性非正弦电势分解为傅立叶级数。高次谐波取到哪一项为止,要看具体

问题所要求的准确度而定。

(2) 分别求出各次谐波电势单独作用下, 电路中的谐波电流。计算方法与直流电路或正弦交流电路完全相同, 但要注意, 电感和电容对不同频率的谐波电流表现的电抗不同。在非正弦交流电路中, 笼统地讲阻抗, 是没有意义的, 应该分清是对哪一次谐波的阻抗。对直流电流, 电感相当于短路, 电容相当于开路。如基波的角频率为 ω , 电感 L 对基波的感抗 $x_{L1} = \omega L$, 对 k 次谐波的感抗 $x_{Lk} = k\omega L = kx_{L1}$; 电容 C 对基波的容抗 $x_{C1} = \frac{1}{\omega C}$, 对 k 次谐波的容抗 $x_{Ck} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{x_{C1}}{k}$ 。也就是说, 谐波次数越高, 感抗越大, 容抗越小。对电阻则一般不计趋表效应的影响, 认为与频率无关。这样, r, L, C 串联电路对 k 次谐波的复数阻抗为

$$Z_k = r + j\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right) = r + j\left(kx_{L1} - \frac{x_{C1}}{k}\right)$$

(3) 将所得各电流分量叠加而得总电流, 并可按式(9-6)算出它的有效值。计算各次谐波电势单独作用下的电路时, 可用符号法, 可用向量图。如果各次谐波分量是用复数或向量表示的, 注意应先写出它们的解析式, 再将各次谐波分量的解析式叠加。把表示不同频率正弦量的复数进行加减, 把表示不同频率正弦量的向量进行加减, 都是不可以的。

[例1] 图9-9a所示单相桥式整流电路的输出电压 u 是全波整流波, 其波形如图9-9d中 u 。这个整流电路向电阻负载 r 供电。 L 是与负载串联的电感元件的电感。试求负载电流的解析式及有效值。

解: 参照表9-1, 将输出电压 u 分解为傅立叶级数:

$$u = \frac{4U_m}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cos 2\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{15} \cos 4\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \dots \right]$$

由于级数收敛很快, 所以取到二次谐波为止, 即取

$$u = \frac{2U_m}{\pi} - \frac{4U_m}{3\pi} \cos 2\omega t$$

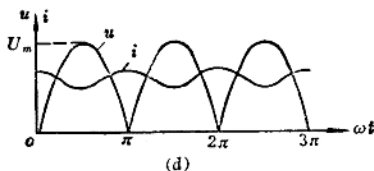
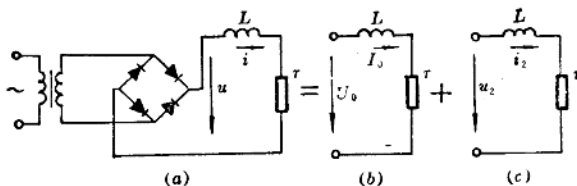


图 9-9

u 的两个谐波单独作用下的电路各如图 b、c。按图 b 求出电流的直流分量

$$I_0 = \frac{U_0}{r} = \frac{2U_m}{\pi r}$$

按图 c 求出电流的二次谐波的解析式

$$i_2 = -\frac{\frac{4}{3\pi}U_m \cos(2\omega t - \varphi_2)}{\sqrt{r_2^2 + (2\omega L)^2}}$$

其中

$$\varphi_2 = \lg^{-1} \frac{2\omega L}{r}$$

于是负载电流的解析式为

$$i = I_0 + i_2 = \frac{2U_m}{\pi r} - \frac{4U_m \cos(2\omega t - \varphi_2)}{3\pi \sqrt{r^2 + (2\omega L)^2}}$$

其波形如图 d 中的 i , 其有效值

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_2^2} = \sqrt{\frac{4U_m^2}{\pi^2 r^2} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \times \frac{16U_m^2}{9\pi^2 [r^2 + (2\omega L)^2]}} \\ = \frac{2U_m}{\pi} \sqrt{\frac{1}{r^2} + \frac{2}{9[r^2 + (2\omega L)^2]}}$$

比较 u 和 i , 整流输出电压 u 所含高次谐波的成份, 比负载电流 i 所含高次谐波的成份大, i 的波形比 u 的波形平得多。这是因为与负载串联的电感元件对直流和低频交流起导通作用, 对较高频率的交流起抑制作用的缘故。电子电路中常用串联电感的办法改善电流和电压的波形。并把所用电感元件叫做滤波电感。如果负载本身具有电感 (例如电机的励磁绕组), 即使不另外串联电感, 它本身也起改善波形的作用。

【例 2】图 9-10 a 所示电路中: $r = 1.1$ 千欧, $C = 50$ 微法,

$$i = 3.6 + \sqrt{2} 2 \sin \omega t \text{ 毫安}$$

试求 $f = 1000$ 赫时电路的端电压 u 。

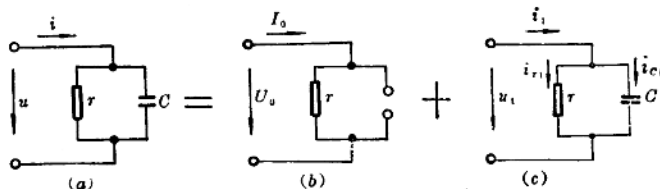


图 9-10

解: i 的 $I_0 = 3.6$ 毫安, $i_1 = \sqrt{2} 2 \sin \omega t$ 毫安两个谐波单独作用下的电路各如图 9-10b、c。按图 b 求出电路端电压 u 的直流分量

$$U_0 = I_0 r = 3.6 \times 10^{-3} \times 1.1 \times 10^3 = 3.96 \text{ 伏}$$

按图 c, 并联电路对基波的复数阻抗

$$Z_1 = \frac{r \left(-j \frac{1}{\omega C} \right)}{r - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{1.1 \times 10^3 \left(-j \frac{1}{2\pi \times 1000 \times 50 \times 10^{-6}} \right)}{1.1 \times 10^3 - j \frac{1}{2\pi \times 1000 \times 50 \times 10^{-6}}} \\ = 3.2 / -89.84^\circ \text{ 欧}$$

而 $\dot{I}_1 = 2 \times 10^{-3}$ 安, 所以复数基波电压

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 = 2 \times 10^{-3} \times 3.2 / -89.84^\circ = 6.4 \times 10^{-3} / -89.84^\circ \text{ 伏}$$

基波电压的解析式为

$$u_1 = \sqrt{2} 6.4 \times 10^{-3} \sin(\omega t - 89.84^\circ) \text{ 伏}$$