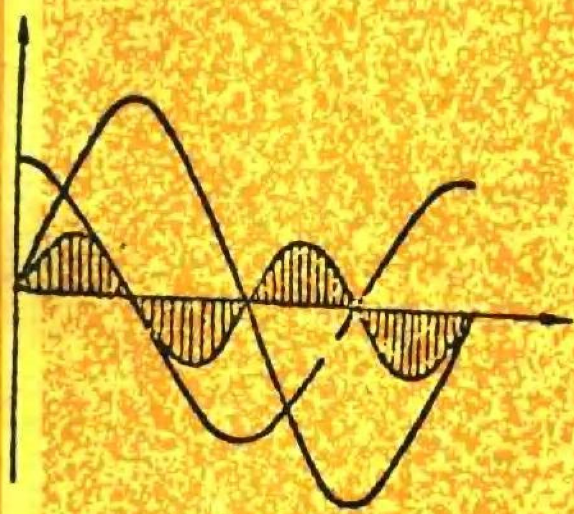
实用电工计算丛书

电工基础计算



天津科学技术出版社

实用电工计算丛书

电工基础计算

陈琴生　编译

天津科学技术出版社

实用电工计算丛书
电工基础计算
陈琴生　编译
●
天津科学技术出版社出版
天津市赤峰道130号
天津市宝坻县马家店印刷厂印刷
新华书店天津发行所发行
●
开本787×1092毫米　1/32　印张　7.375　字数154 000
1988年7月第1版
1988年7月第1次印刷
印数：1—14 200
ISBN　7-5308-0236-4/TM·2　定价：2.30元

前　言

随着我国经济体制改革的逐步深入，社会主义现代化建设的不断发展，面临一个重要问题，就是人才不足，人员素质不高。笔者根据多年实践经验和从事电工业余教育的体会，深感当前各工厂企业的青年电工和初级技术人员计算能力明显不足。在掌握一定理论基础之后，计算能力是解决实际问题的关键。为此，笔者选译了日本有关电气技术刊物上的各类计算题，编成这套《实用电工计算》丛书，包括《电工基础计算》、《电动机计算》、《变压器计算》、《电力应用计算》和《输配电计算》等五个分册。为了使具有中等文化程度的读者易于看懂，学了会用，书中尽量不涉及高等数学，着重概念分析和计算方法，通过例题说明理论应用。

《电工基础计算》内容涉及较广，包括静电场及其有关参数计算，基尔霍夫定律、重叠原理及戴维宁定理的应用，Δ-Y变换计算，磁场及其有关参数计算，交流电路及符号法的应用以及单、三相交流电路计算等内容。同时对整流电路及电子电路的基础计算也作了简要介绍。

由于笔者水平有限，错误和疏漏之处在所难免，恳请广大读者给予指正。

陈琴生

1987年4月

目　录

1　静电场中的库仑定律

本节，对静电场中电荷之间的作用力即库仑力F及其计算公式作了扼要的叙述，并举例进行说明。

相隔一定距离的正电荷和正电荷或负电荷和负电荷之间，有相斥的作用力，正电荷和负电荷之间有相吸的作用力存在，即所谓同性相斥，异性相吸。这个作用力一般称为静电力或库仑力。静电力和重力一样，是和距离的平方成反比，这个关系称为库仑定律。库仑定律不仅适用于点电荷，同样也适用于带电体。但这个带电体的大小和距离相比，必须充分地小。相距为r的二个静止的点电荷Q_1和Q_2之间的作用力可用下式表示。

$$F = C\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

亦即二个点电荷（或带电体）之间的作用力F的方向是在连接二个点电荷的直线上，其大小是和点电荷的乘积(Q_1Q_2)成正比，和距离的平方(r^2)成反比。

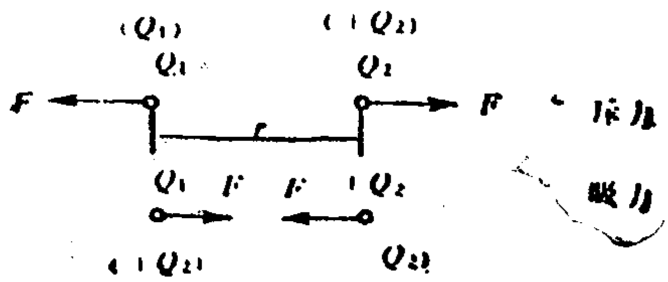


图 1-1

如图 1－1 所示，Q_1和Q_2符号相同时，F 为斥力；符号相异时，F为吸力，这个作用力一般也称为库仑力。库仑力 F 是有大小，有方向的向量，上述公式用向量表示时，可写成下列形式。

$$\mathbf{F}=C\frac{Q_1Q_2}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}$$

式中最后的 $\mathbf{r}$ 表示在r方向上的单位向量。C是比例常数，在MKS制中，$C=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$。这时，$Q_1$、$Q_2$的单位为库仑，用C表示。$F$的单位是牛顿，用N表示。$\varepsilon_0$是真空介电常数，$\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}$(法/米)。因此，$F=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{Q_1Q_2}{r^2}$〔N〕

或 $$\mathbf{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}\text{〔N〕}$$

【例题 1】 相隔 2 米的二个分别具有 2×10^{-8}库和 3×10^{-8}库的点电荷，求它们之间的作用力。

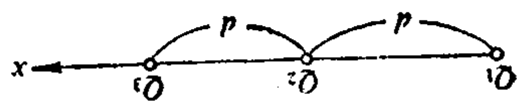


图 1－2

解 根据库仑定律：

$$F=9\times10^9\times\frac{2\times3\times10^{-16}}{2^2}=\frac{9\times6}{4}\times10^{-7}$$

$$=1.35\times10^{-6}\text{〔N〕}$$

【例题 2】 在真空中，有位于一条直线上且相距d（米）的三个点电荷Q_1，Q_2，Q_3。其位置如图 2－2 所示。试求它们各自之间作用的静电力。

解 若以Q_1为原点，Q_3的方向为x轴的方向，则对Q_1的

静电力为

①由Q_2产生的力为$-\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$

②由Q_3产生的力为$-\frac{Q_1Q_3}{4\pi\varepsilon_0(2d)^2}=-\frac{Q_1Q_3}{16\pi\varepsilon_0 d^2}$

①及②相加总的静电力为

$$F_1=-\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}-\frac{Q_1Q_3}{16\pi\varepsilon_0 d^2}=-\frac{Q_1}{16\pi\varepsilon_0 d^2}(4Q_2+Q_3)\text{〔N〕}$$

同理，作用于Q_2，Q_3的静电力分别为

$$F_2=\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}-\frac{Q_2Q_3}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}(Q_1-Q_3)\text{〔N〕}$$

$$F_3=\frac{Q_1Q_3}{4\pi\varepsilon_0(2d)^2}+\frac{Q_2Q_3}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=\frac{Q_3}{16\pi\varepsilon_0 d^2}(Q_1+4Q_2)\text{〔N〕}$$

【例题 3】 氢原子的原子核质量是1.67×10^{-27}千克，电子的质量是9.1×10^{-31}千克，电子的电量是-1.6×10^{-19}库仑。电子和原子核之间的距离是5.3×10^{-11}米时，试比较万有引力和库仑力的大小。

解　万有引力为

$$F=G\cdot\frac{m_1m_2}{r^2}=6.67\times10^{-11}\times\frac{1.67\times10^{-27}\times9.1\times10^{-31}}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$=3.6\times10^{-47}\text{〔N〕}$$

库仑力为

$$F'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2}=9\times10^9\times\frac{(1.6\times10^{-19})^2}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$=6.6\times10^{-5}\text{〔N〕}$$

它们之比为

$$K=\frac{F}{F'}=0.545\times10^{-42}$$

【例题 4】 如图 1－3 所示，在正方形的四个端点上各放有Q(库)的电荷，试求在其中心处要放多大电荷时，各端点的电荷所受的力才达到平衡。设正方形每边长为d(米)，在中点应放的电荷为Q_0。

解 由于正方形各点是对称的，所以若在某一个端点的静电力和各点处于平衡状态，其它各点也同样平衡。A 点受到的力是来自于B，C，D及O点的电荷的作用力，因此可以应用库仑定律。由于F_B和F_D的作用力大小相等，所以

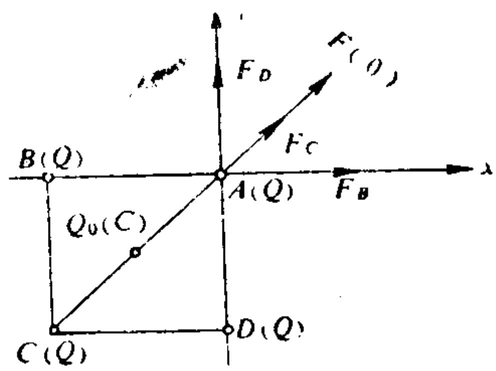


图 1－3

$$F_B=F_D=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0d^2}\text{〔N〕}$$

$$F_C=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}d)^2}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0d^2}\text{〔N〕}$$

$$F_O=\frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{QQ_0}{2\pi\varepsilon_0d^2}\text{〔N〕}$$

上述各作用力中，F_C及F_0可分别分介成x方向的分量及y方向的分量，它们分别为$(F_C)_x$，$(F_C)_y$及$(F_0)_x$，$(F_0)_y$，若考虑其平衡条件，则在x方向上有如下关系。

$$F_B+(F_C)_x+(F_0)_y=0$$

由于 $(F_C)_x=F_C\cdot\cos\frac{\pi}{4}$； $(F_0)_x=F_0\cdot\cos\frac{\pi}{4}$

所以 $F_B+(F_C+F_0)\cos\frac{\pi}{4}=0$

再把以前计算之值代入可得

$$\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}+\left(\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 d^2}+\frac{Q_1Q_0}{2\pi\varepsilon_0 d^2}\right)\times\frac{1}{\sqrt{2}}=0$$

即 $Q_0=-\frac{2\sqrt{2}+1}{4}\cdot Q$〔C〕

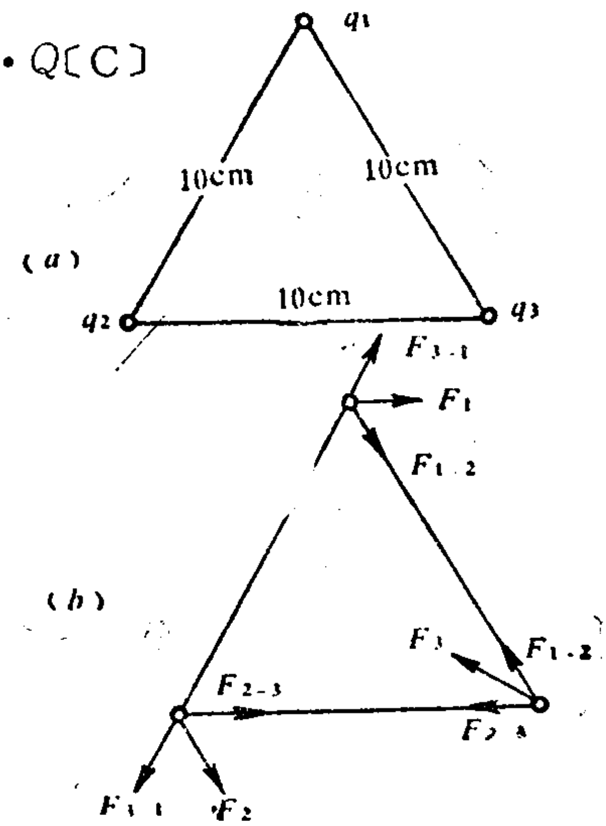


图1-4

【例题5】 如图1-4所示，在空气中边长为10厘米的正三角形的三个顶点上，放有三个点电荷q_1，q_2，q_3时，求它们之间的作用力。设$q_1=q_3=+2$微库，$q_2=-2$微库。

解 设三个点电荷之间的作用力分别为F_{1-2}，F_{2-3}，F_{1-3}，且$F_{1-2}=F_{2-3}=F_{1-3}=F$。

因为$\varepsilon_0=8.855\times10^{-12}$ F/m，空气中的介电系数近似等于ε_0，所以

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^9$。于是

$$F=9\times10^9\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

$$=9\times10^9\frac{(2\times10^{-6})(2\times10^{-6})}{0.1^2}$$

$$=3.6[\mathrm{N}]$$

电荷之间力的方向由图1-4(b)可知：

$$F_1=F_{1-2}=F_{2-3}=F=3.6[\mathrm{N}]$$

$$F_2=2F\cos30^\circ=2\times3.6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6.24[\mathrm{N}]$$

$$F_3=F_{2-3}=F_{3-1}=F=3.6[\mathrm{N}]$$

2 具有二种以上不同介质的电场强度计算

在实际应用中，常常会遇到具有二种以上不同介质同时存在的电场，例如油纸电容器，电缆等基本都属于这种情况。对于在不同介质层内电场强度的强弱如何计算乃是一个很重要的问题。本题中，从平行平板电场的角度出发，对一些基本概念作一简述，并通过举例由浅入深地加以说明。

如图2－1所示，在面积为S（米^2）的二块平行平板电极M，N之间放有三层介电系数分别为ε_1，ε_2，ε_3（法/米）的介质，在二块电极之间加上电压U（伏）时，先分析一下在三层介质中电场强度的分布情况。

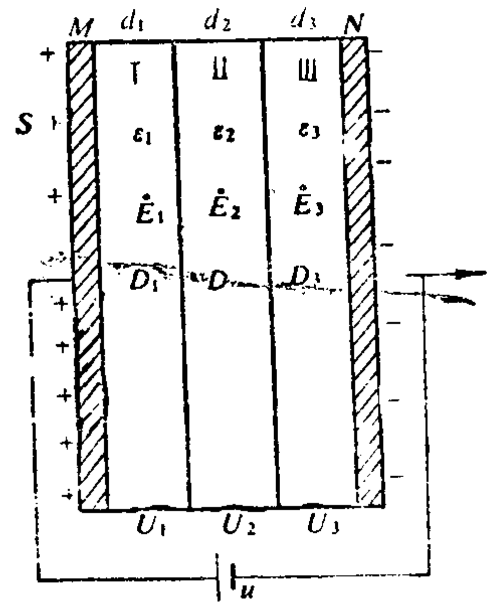


图2－1

现设介质Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的厚度分别为d_1，d_2，d_3，它们所承受的电压分别为U_1，U_2，U_3。则

$$U_1 = E_1 d_1;\quad U_2 = E_2 d_2;\quad U_3 = E_3 d_3$$

所以 $$U = U_1 + U_2 + U_3 = E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3 \text{〔V〕} \quad (1)$$

另一方面，设电极M上的全部电荷为Q(库)，由M极发出的电力线Φ穿过全部介质终止于N极。如设Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ中的电力线及电通量密度分别为Φ_1，Φ_2，Φ_3及D_1，D_2，D_3时，则

$$\Phi_1=\Phi_2=\Phi_3=Q \quad \text{〔C〕}$$

根据高斯定理$\Phi=DS$，在Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ介质中有如下关系。

$$\Phi_1=D_1S=Q;\quad \Phi_2=D_2S=Q;\quad \Phi_3=D_3S=Q$$

所以 $$D_1=D_2=D_3=\frac{Q}{S}$$

$D_{1\text{-}3}$的方向是和x轴的方向一致，且

$$D_1=\varepsilon_1E_1;\quad D_2=\varepsilon_2E_2;\quad D_3=\varepsilon_3E_3$$

所以 $$E_1=\frac{Q}{\varepsilon_1S};\quad E_2=\frac{Q}{\varepsilon_2S};\quad E_3=\frac{Q}{\varepsilon_3S} \text{〔V/m〕} \tag{2}$$

$E_{1\text{-}3}$的方向也是x轴的方向。将式(2)代入式(1)，

$$U=\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1}+\frac{d_2}{\varepsilon_2}+\frac{d_3}{\varepsilon_3}\right)\frac{Q}{S}$$

$$\frac{Q}{S}=\frac{U}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1}+\dfrac{d_2}{\varepsilon_2}+\dfrac{d_3}{\varepsilon_3}}$$

所以
$$\left.\begin{aligned}
E_1&=\frac{U}{d_1+\left(\dfrac{d_2}{\varepsilon_2}+\dfrac{d_3}{\varepsilon_3}\right)\varepsilon_1}\\
E_2&=\frac{U}{d_2+\left(\dfrac{d_3}{\varepsilon_3}+\dfrac{d_1}{\varepsilon_1}\right)\varepsilon_2}\\
E_3&=\frac{U}{d_3+\left(\dfrac{d_1}{\varepsilon_1}+\dfrac{d_2}{\varepsilon_2}\right)\varepsilon_3}
\end{aligned}\right\}\text{〔V/m〕} \tag{3}$$

下面举例说明。

【例题 1】 在图2-2所示的平行平板电极 M，N 中放入介电系数为ε，相对介电系数为ε_r $\left(=\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)$的，厚度为$d$ 的绝缘板，并在二电极侧各有d_0空间存在时，试求这个空间部分的电场强度E_0和绝缘板内部的电场强度以及哪一部分的绝缘容易遭到破坏。

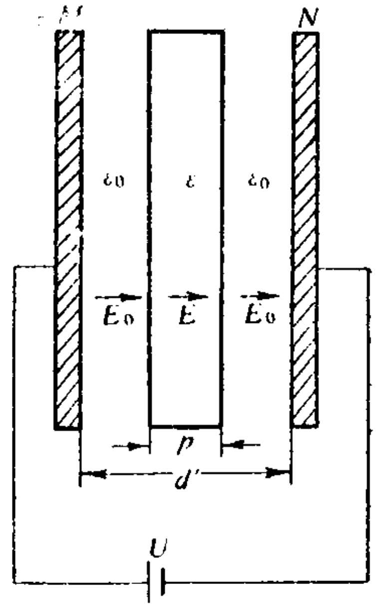


图 2 - 2

解 设空气的介电系数为ε_0，现将图2-2和图2-1进行比较可知，图2-1的ε_1，ε_2，ε_3及 d_1，d_2，d_3分别和图 2-2 的 ε_0，ε，ε_0及d_0，d，d_0相对应，因此将本题中各量代入式(3)可得

$$E=\frac{U}{d+2d_0\varepsilon_1};\quad E_0=\varepsilon_1 E$$

由上式可知，空气中的电场强度是绝缘板中的电场强度的ε_1倍。另外，如设二电极之间的距离为d'时，$d'=2d_0+d$。再代入上式得

$$E_0=\frac{U}{d'-d\left(1-\dfrac{1}{\varepsilon_1}\right)};\quad E=\frac{U}{d'+2d_0(\varepsilon_r-1)}$$

在上述二式的分母中，$1-\dfrac{1}{\varepsilon_r}>0$，所以$\varepsilon_r-1>0$，故

$E_0>\dfrac{U}{d'}$，$E<\dfrac{U}{d'}$。在去掉绝缘板时电场强度为$E'=\dfrac{U}{d'}$。

由此可知，空间部分的电场强度E_0大于E'，绝缘板内部电场强度E小于E'。故此，当加压后，引起空间部分的绝缘破坏也必早于绝缘板。

今设绝缘板的相对介电系数$\varepsilon_r=2.5$，厚度$d=1$厘米，空间距离$d_0=0.2$毫米，外施电压为200伏时，则

$$E=\frac{200}{1\times10^{-2}+2\times2\times10^{-4}\times2.5}=1.82\times10^4\ [\mathrm{V/m}]$$

$$=18.2[\mathrm{kV/m}]$$

$$E_0=2.5\times1.82\times10^4$$

$$=45.5[\mathrm{kV/m}]$$

所以，$E_0>E$。

【例题2】 在图2-3中，半径为a及b之间的球壳中填满了介电系数为ε_1的介质Ⅰ，在半径为b和c之间的球壳中填满了介电系数为ε_2的介质Ⅱ。试求当内外球之间施加电压U时，各球壳内的电场强度。设ε_{r1}及ε_{r2}分别为介质Ⅰ及Ⅱ的相对介电系数，则$\varepsilon_{r1}=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}$，$\varepsilon_{r2}=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}$，其中$\varepsilon_0$为真空的介电系数。

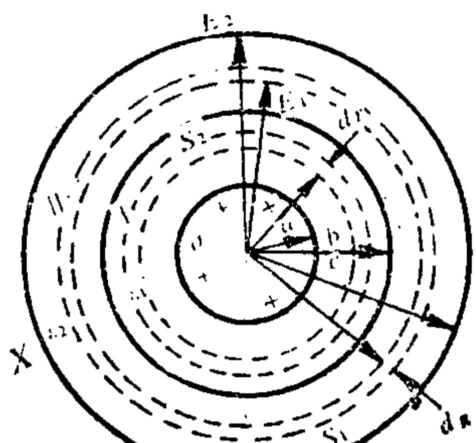


图2-3

解 设半径为a的内球表面的电荷密度为σ(库/米²)。现设在Ⅰ介质中有半径r的球面上某点P_1的电场强度为E_1，电通量密度为D_1。应用高斯定理，半径为r_1的球面内的电荷总

量为$4\pi a^2\sigma$通过S_1($S_1=4\pi r^2$)发出的电力线为D_1S_1。故

$$D_1S_1=S_1E_1\cdot 4\pi r^2=4\pi a^2\sigma$$

于是 $$E_1=\frac{a^2\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}\text{〔V/m〕} \qquad (5)$$

同理，设在Ⅱ介质中，半径为R的球的表面上某点P_2的电场强度为E_2，电通量密度为D_2，从球面S_2($S_2=4\pi R^2$)发出的电力线为

$$D_2S_2=\varepsilon_2E_2\cdot 4\pi R^2=4\pi a^2\sigma$$

即 $$E_2=\frac{a^2\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}R^2}$$

综合E_1及E_2二式消去$a^2\sigma$可得

$$E_2=\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}\left(\frac{r}{R}\right)^2E_1\text{〔V/m〕} \qquad (6)$$

其次，求半径a，b之间的电位差U_1及半径b，c之间的电位差U_2。

电位差可由电场强度和距离的乘积来求出，因此Ⅰ中P_1处的微小距离dr间的电位差为

$$dU_1=-E_1dr$$

使用式(5)从b到a将dU_1进行积分

$$U_1=-\int_b^a E_1dr=-\frac{a^2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}\int_b^a\frac{1}{r^2}dr$$

因为 $$\int_b^a\frac{1}{r^2}dr=-\frac{1}{r}\Big|_b^a=-\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

所以 $$U_1=\frac{a^2\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\text{〔V〕} \qquad (7)$$