起重机可靠性和统计动力学

【苏】B.И.布劳德 著
张质文 译

中 国 铁 道 出 版 社

内 容 提 要

本书介绍了苏联关于起重机机构和金属结构的工作载荷试验和理论研究成果。提出了以试验、统计数据为基础，利用概率和随机过程理论进行起重机零件的可靠性计算方法。采用这种方法，可以在机械设计和使用的不同阶段获得机械可靠性的资料，有助于提高机械质量。

本书原名直译为《起重机计算的概率方法》，现按其内容改为《起重机可靠性和统计动力学》。

本书可供起重机及其他机械设计、科研、教学人员学习、参考。

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА
ГРУЗОПОДЬЕМНЫХ МАШИН
В.И.БРАУДЕ

Ленинград "машиностроение",1978

起重机可靠性和统计动力学

〔苏〕В.И.布劳德 著

张质文 译

列宁格勒机械工业出版社1978

中国铁道出版社出版

责任编辑 褚书铭

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092$\frac{1}{32}$ 印张：9 字数：198 千

1985年3月 第1版 第1次印刷

印数：0001— 6,000 册 定价：1.75 元

作者序

提高起重机械的质量是现代机械制造工业的重要任务，可靠性是评价机械质量最重要的指标。

对于重级工作类型的起重机以及在关键工段上作业的起重机来说，保证机械具有必需的可靠性是尤其现实的问题。

起重机的大部分故障不仅会中断装卸作业，影响生产效率，在多数情况下，由于重要零部件的突发故障，甚至导致人身伤亡、机器设备破损等严重事故。

门座和浮游式抓斗起重机的设计资料说明，在50～70%的非计划修理时间中所排除的故障，都与设计计算和制造工艺不当有关，正是这些原因导发了重大事故。因此，提出一种使零件承载能力在复杂的使用条件下，能充分适应于实际载荷的计算方法是十分重要的任务。

起重机的实物电测试验充分证明了机构和金属结构的载荷过程是随机的〔15、20、21、37〕。试验研究也证实了材料机械性能和零件承载能力值的随机性〔61、70〕。但是起重机零件按许用应力的传统计算方法却没有考虑这些重要的方面〔71〕。用部分系数法确定安全系数本身就具有一些缺点：首先，用部分系数来确定安全系数从概念上说是有争议的〔76〕，问题是每个因子（此时总系数n等于若干分系数n_i的积）或加数（此时总系数n等于若干分系数n_i的和）的数值被看成彼此无关，但实际上决定安全系数的各种因素构成一个复杂的系统，它们相互影响。显然，人们可以根据以往的经验，马上给出一个总系数n，而不需要选择各种分系数n_i，以后通过归纳或比较，再来判断分系数的积或和。

近年来起重机制造行业开始采用的极限状态计算法是较为先进的方法〔30，52〕，它包含了对载荷和承载能力的概率估量，载荷作为随机变量处理，但是在载荷复杂的相互作用下，关于它们之间的关联问题，仍然缺乏应有的依据。极

限状态计算是对结构可靠性的上部评价，在制定外部因素（载荷、温度等）作用图的基础上，可以探明零件承载能力的实际储备。在这里，重要的问题不仅是如何进入极限状态，而是在达到极限状态以后有何问题发生。

概率计算法能最好地考虑载荷的实际过程和承载能力的充分利用。这种方法在机械制造的许多部门已经获得了应用〔11、12、27、29、36、44、50〕。但是现有的各种方法不能全部搬用到起重机上，这首先是因为起重机工作的周期性使机构和金属结构统计动力学问题的解决大大复杂了。必须研究这种适应于起重机特点的确定工作载荷和零件概率计算的方法。本书研讨的就是这种方法。

概率计算法不能脱离机器试验和在使用条件下进行的统计观测。本书的目的和内容是在概率计算、试验和统计观测的基础上，为建立一个保证起重机可靠性的统一系统而提出基本的计算方法。

本书共分五章。

第一章叙述起重机的调查、试验和概率计算的统一系统的基本论点，并且介绍了本书以后各章用到的概率论和随机过程理论的某些重要内容。

第二章分析了载荷过程，讨论了零件可靠性和寿命计算方法，利用门座和浮游起重机实物电测数据作为主要的试验资料。

第三章重点讨论起重机统计动力学问题。系统地介绍了为第四章计算起重机机构和金属结构工作载荷所需用的原始资料和基本方法。

在许多情况下，零件工作载荷的随机特征和可靠性计算不可能获得封闭解，必须利用电子计算机。有关这一类问题在本书最后的第五章中讨论。

考虑到在工程实践中采用概率计算方法的困难，在本书篇幅允许的范围内，作者力图尽可能详尽地将这种以概率论和随机过程理论的基本原理为基础的计算方法阐述清楚。

目　　录

主 要 符 号

$P(A), P^*(A)$——随机事件A的概率及其统计值（频度）；

$f(x), f^*(x)$——随机变量X的分布密度及其直方图；

$F(x)$——随机变量X的分布函数；

$\langle X\rangle$——随机变量X或平稳随机过程$X(t)$的数学期望；

D_x——随机变量X或平稳随机过程$X(t)$的方差；

$\langle X(t)\rangle$——非平稳随机过程$X(t)$的数学期望；

$D[X(t)]$——非平稳随机过程$X(t)$的方差；

σ_x——随机变量X或平稳随机过程$X(t)$的均方差；

$v_x=\dfrac{\sigma_x}{\langle X\rangle}$——偏差系数；

$y=a+ib; \overline{y}=a-ib$——复数和复数共轭值；

$S_x(\omega), s_x(\omega)$——随机过程$X(t)$的谱密度及其规范值；

$K_x(\tau), \rho_x(\tau)$——平稳随机过程$X(t)$的相关函数及其规范值；

$K_x(t_1, t_2)$——非平稳随机过程$X(t)$的相关函数；

$K_{x,y}(\tau), S_{x,y}(\omega)$——平稳联系随机过程$X(t)$和$Y(t)$的互相关函数及谱密度；

$f(x_1, x_2, \cdots x_n)$——随机变量$X_1, X_2, \cdots, X_n$的联合分布密度；

$\exp(a)$——e^a；

$P_{破}(T)$——在时间T内按破断强度条件的无故障工作概率（可靠度）；

$P_{疲}(T)$——在时间T内按疲劳强度条件的无故障工作概率（可靠度）；

$\Phi(x)$——x的拉普拉斯函数；

$K_{x,y}$——随机变量X和Y的相关矩。

第一章　起重机的调查、试验和概率计算统一系统

第一节　起重机的可靠性计算

现代工业部门制造的起重机，构造日益复杂，生产率越来越高。保证这些起重机的可靠性已成为十分现实的任务。在围绕这一任务所需解决的各种问题中，最薄弱和最迫切的是及时收集有关零部件工作能力的可靠资料。解决这个问题的途径是，建立一个系统，对起重机进行实际调查、实物试验和概率计算。起重机的设计、制造、使用与这种系统各个环节之间的关系，可以用下面的简图表示。根据这个简图，在草图设计阶段进行工作载荷的概率计算，然后确定机构的主要性能和参数。根据所设计的机器类型以及有关使用条件、载荷、旧机试验等资料，选择一种分析计算方法，或者利用计算机来确定工作载荷的概率特征。

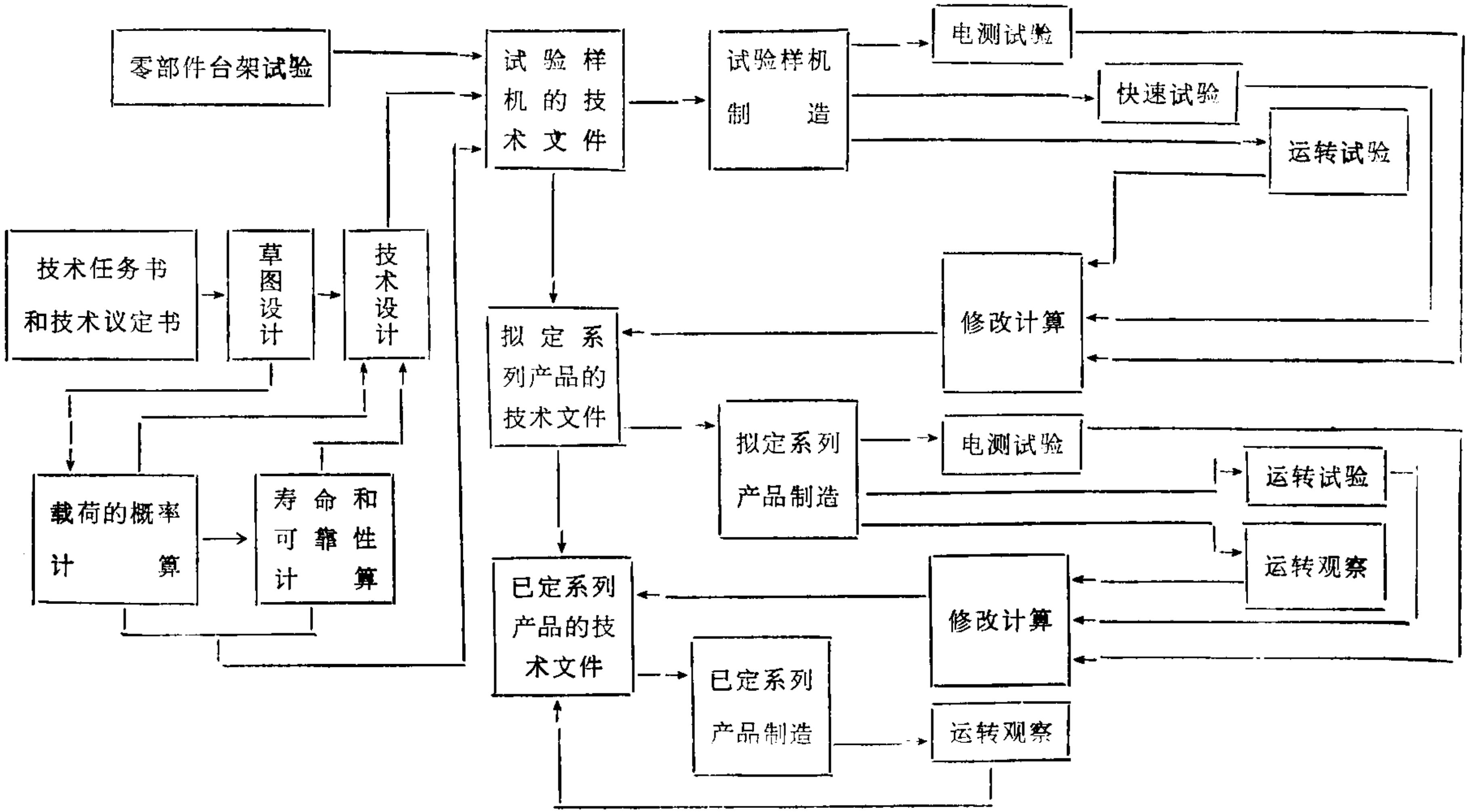
在技术设计和工作图设计的过程中，校核零件的寿命和可靠性。此时，同样可以使用分析计算方法，或者利用计算机。在必要的情况下，根据零部件制造和运营年度费用为最低的条件，对贵重关键零件进行强度优化设计。

根据样机的电测、快速试验和实际运转试验数据，修改计算和拟定系列产品的技术文件。将制成的机器进行电测，以便检查改进措施的效果。

根据机器运转中由观察、试验所得的统计资料，对已定系列产品的技术文件进行修改。

在整机制造以前，通过个别部件和机构的台架试验可以

重级工作制起重机设计、制造与试验的关系图



确定可靠性的实际指标。关于这一类试验，由于有关的文献很多（文献简介见〔74〕），本书不作介绍。

必须指出，在全面利用观察、试验和概率计算这一系统时（也不排斥只利用这一系统的个别环节），起重机零部件的可靠性计算具有最完整和客观的意义。

决定起重机可靠性的大部分因素都具有概率性质。因此概率论是研究可靠性问题的基本工具，统计方法是主要的研究方法。下面我们先把在讨论统计动力学和强度问题所用到的概率论和随机过程理论的某些原理加以介绍。

第二节　概率论的基本原理

在研究自然现象时，我们看到各种各样的事件（试验结果）。概率论中所谓的随机，是指在试验中可能发生、也可能不发生的事件〔23〕。举例说，在船舶装卸时，起重机发生故障就是一种典型的随机事件。随机事件的另一个例子是工作载荷达到使零件破坏的程度。事件发生可能性的数值量度称为概率。在进行试验时，可以根据下式确定事件的频率或统计概率：

$$P^*(A)=\frac{m}{n}$$

式中　n——试验总次数；

m——事件A在试验中出现的次数。

当试验次数有限时，$P^*(A)$值具有不稳定的随机性质，但随着试验次数的增加，$P^*(A)$趋近于一个平均的定值，我们称它为事件A的概率，以$P(A)$表示。在概率论中，经常使用随机事件之和与积的概念〔23〕。

如果事件C是出现事件A和事件B中某一个或两个的总和，则称事件C为事件A和B之和。举例说，如果用事件A

表示起重机电器设备的故障率，事件B表示起重机机械部分的故障率，则起重机的故障率$C=A+B$。

如果第三个事件C寓于事件A和B的同时出现，则称事件C为A和B两个事件的积。举例说，如果用事件A表示零件抵抗疲劳破坏的安全度，事件B表示零件抵抗强度破坏的安全度，那么零件总的安全度 $C=AB$。可以证明〔23〕，不相容事件（不能同时出现的事件）之和的概率等于这些事件的概率之和，即

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \qquad (1-1)$$

还可证明，若干事件之积的概率等于这些事件的概率之积，每个后续事件概率的计算，根据所有前发事件已经出现的条件进行：

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots\times$$
$$\times P(A_n|A_1A_2A_3\cdots A_{n-1}) \qquad (1-2)$$

事件A_2的概率按事件A_1已经发生的条件进行计算时，则称事件A_2的概率为条件概率$P(A_2|A_1)$。

如果事件是独立的（即每一事件出现的概率与其它事件是否出现无关），则

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \qquad (1-3)$$

利用概率的加法定理和乘法定理，就可得到全概率的计算式〔23〕：

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A|H_i) \qquad (1-4)$$

式中　$P(H_i)$——事件H_i的概率，事件A可能与H_i一道发生。

$P(A|H_i)$——事件A的条件概率，按事件H_i已经发生的假定计算。

我们列举一个应用全概率计算式的例子。如果起重机按几个作业方案中的每一个进行工作时，载荷A出现的概率$P(A|H_i)$为已知，每个作业方案的概率为H_i，则载荷A出现的概率就按式（1—4）计算。

现在我们讨论随机变量这个重要的概念。在各种实际活动中我们要进行各种各样的测量，测量的结果可以用量值的数表来表示。如果在每次测量时得到的结果，数值不一，而事先又不能予知究竟是什么数值，那么这种参量就称为随机变量。例如，起重机在一定时间内的故障次数，或者零件尺寸（即便是精密加工的零件）在公差范围内的偏差，都是随机变量。起重机机构每小时的接合次数、起吊货物的重量等都是随机的。

用比值表示随机变量的可能数值与这些值出现的概率之间的关系，称为随机变量的分布规律。我们用具体的实例来说明这个概念。假定每次起吊货物时记录的货物重量为 q。n次量测值的综合称为简单统计级数。当量测次数很多时，这种数值的综合不便于实用，需要将它们作相应的归类。因此我们将量测值q_i的整个范围分成k个等分，并确定落在各个等分中量测值的数目m_i。然后计算每个等分中量测值出现的频率 $p_i^* = \frac{m_i}{n}$。根据所得的数据排成下列统计级数

q_i	$q_1 - q_2$	$q_2 - q_3$	…	$q_k - q_{k+1}$
p_i^*	p_1^*	p_2^*	…	p_k^*

在这个级数中，$q_1 = q_{min}$，$q_{k+1} = q_{max}$，它可以用直方图的形式表示（图1—1）。将横轴分成q_i等分，在纵轴上

标出特值 $f_i^*(q)=\frac{p_i^*}{\Delta q_i}$。$\Delta q_i=q_{i+1}-q_i$ 为等分的长度。很显然，以Δq_i 为底作出的每个矩形的面积都等于随机变量①Q落入等分 i 的频率。全部矩形面积之和等于1。用平滑的曲线将每个矩形的顶边相连，就得到统计分布密度曲线。由于量测的次数有限，在这种统计分布中（在任何其它统计分布中也是如此）带有随机性的因素。随同量测次数增加，这种随机性减小，统计密度趋近于分布密度 $f(q)$，后者表征随机变量Q所固有的理论分布规律。如果我们需要确定随机变量落在$\alpha-\beta$ 区间中的频率P^*和概率P，就必须将此区间中所有的矩形面积相加。在计算概率P时，将分布密度函数积分：

$$p=P(\alpha<Q<\beta)=\int_\alpha^\beta f(q)dq$$

很明显，$\int_{-\infty}^{\infty}f(q)dq=1$。常常使用分布函数或所谓的积分函数（图1—1）来代替分布密度。分布函数与 $f(q)$ 之间的关系为

$$F(q)=\int_{-\infty}^{q}f(q)dq$$

应该指出，纵轴上每个 $F(q)$ 都等于随机变量Q小于q的概率。可以通过分布函数$f(q)=\dot{F}(q)$表示密度。因此分布密度有时也称为微分函数。如果随机变量属于离散型，则分布函数就呈阶梯形状〔23〕。

在许多概率计算问题中，只需要知道能表征随机变量主要分布特征的数字参数就够了。从许多可能的数字特征中，我们只讨论随机变量的数学期望值、方差、均方差、偏差系数、中位值、不对称系数和峭度。

---

① 随机变量以大写字母表示，随机变量的具体值以小写字母表示。

随机变量的数学期望值（一阶原点矩）或者均值$\langle Q\rangle$在数值上等于由分布密度曲线所包括的图形面积重心的横坐标值（见图1—1）。

考虑到所包图形的面积等于1，则

$$\langle Q\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}qf(q)dq \tag{1—5}$$

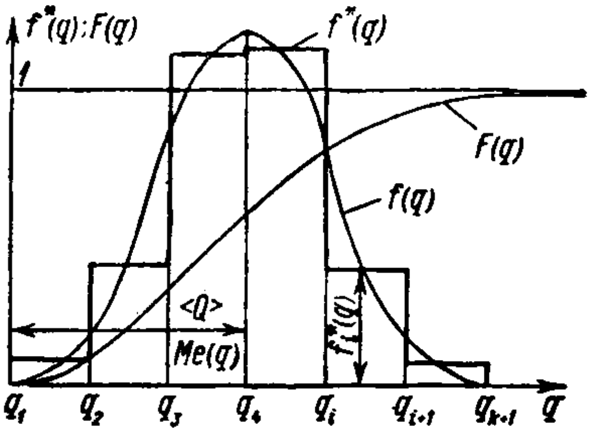


图1—1 服从正态分布的随机变量Q的$f^*(q)$直方图、分布密度$f(q)$和分布函数（积分函数）$F(q)$

随机变量的数学期望值$(q-\langle Q\rangle)^k$称为随机变量Q的k阶中心矩。当$\langle Q\rangle=0$时，即为原点矩。

方差（二阶中心矩）表征随机变量Q的离散度，数值上等于$f(q)$所包图形面积对通过其重心的纵轴的惯性矩：

$$D_q=\int_{-\infty}^{\infty}(q-\langle Q\rangle)^2f(q)dq \tag{1—6}$$

均方差由下式确定：

$$\sigma_q=\sqrt{D_q} \tag{1—7}$$

均方差与数学期望的比值称为偏差系数：

$$v_q=\frac{\sigma_q}{\langle Q\rangle} \tag{1—8}$$

将$f(q)$所包面积分半的随机变量值称为中位数M_e（见图1—1）。

三阶中心矩用以表征$f(q)$对通过$\langle Q\rangle$所作的垂直线的不对称性：

$$\mu_3=\int_{-\infty}^{\infty}(q-\langle Q\rangle)^3f(q)dq$$

如果$f(q)$是对称的，则$\mu_3=0$。

不对称系数根据下式计算

$$S_k=\frac{\mu_3}{\sigma_q^3} \tag{1—9}$$

四阶中心矩μ_4表征函数$f(q)$两个边线的"陡度"：

$$\mu_4=\int_{-\infty}^{\infty}(q-\langle Q\rangle)^4 f(q)dq \tag{1—10}$$

随机变量"峭度"由下式确定：

$$E_x=\frac{\mu_4}{\sigma_q^4}-3 \tag{1—11}$$

计算离散型随机变量的上述各项特征时，用Σ取代式（1—5）、（1—6）中的积分符号，用概率p_i代替概率微量$f(q)dq$（它等于随机变量出现在无限小的区间dq的概率）。

随机变量的理论分布规律很多〔81〕。往后我们常遇到的是其中的某些规律，因此我们对这些规律的最重要部分加以介绍。

正态分布规律在技术领域内应用很广。以后我们会看到，有许多决定起重机零部件可靠性的随机变量都服从正态分布。这是因为许多不同的因素对随机变量的影响程度大致相同。正态分布的分布密度（图1—1）按下式确定①：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi D_x}}\exp\left[-\frac{(x-\langle X\rangle)^2}{2D_x}\right] \tag{1—12}$$

分布函数
$$F(x)=\frac{1}{2}\left\{1+\Phi\left[\frac{x-\langle X\rangle}{\sqrt{2D_x}}\right]\right\} \tag{1—13}$$

式中
$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-t^2)dt \tag{1—14}$$

为拉普拉斯函数〔27〕， $t=\dfrac{x-\langle X\rangle}{\sqrt{2D_x}}$

---

① 以后我们取$q=x$，$Q=X$。

拉普拉斯函数的性质如下：$\Phi(0)=0$；$\Phi(\infty)=1$；$\Phi(-x)=-\Phi(x)$。随机变量出现在 $\alpha-\beta$ 区间的概率可借助于拉普拉斯函数计算：

$$P(\alpha<X<\beta)=\frac{1}{2}\left\{\Phi\left[\frac{\beta-\langle X\rangle}{\sqrt{2D_X}}\right]-\Phi\left[\frac{\alpha-\langle X\rangle}{\sqrt{2D_X}}\right]\right\} \quad (1-15)$$

对于正态分布 $S_k=E_x=0$

由于物理的随机变量是在 $a-b$ 的有限范围内变化的，因此常常使用截尾正态分布。为了计算分布密度、分布函数以及随机变量出现在 $\alpha-\beta$ 区间的概率，在（1—12）、（1—13）、（1—15）诸式中，必须乘以正态化系数：

$$C=\frac{2}{\Phi\left[\frac{b-\langle X\rangle}{\sqrt{2D_X}}\right]-\Phi\left[\frac{a-\langle X\rangle}{\sqrt{2D_X}}\right]} \quad (1-16)$$

瑞利尔分布用于描述起重机机构某些负载过程的载荷幅值分布。分布密度（图1—2）和分布函数由下式求得：

$$f(x)=\frac{x}{D}\exp\left[-\frac{x^2}{2D}\right] \quad (1-17)$$

$$F(x)=1-\exp\left[-\frac{x^2}{2D}\right] \quad (1-18)$$

式中　D——负载过程中载荷现行值的方差。

这种分布的数学期望和方差为

$$\langle X\rangle=\sqrt{\frac{\pi D}{2}} \quad (1-19)$$

$$D_x=\frac{4-\pi}{2}D \quad (1-20)$$

服从指数分布规律的有：起重机故障间的使用期限，某些零件的荷载幅值以及其它某些参量。指数分布的分布密度

和分布函数（图1—3）以及数学期望值和方差按以下各式确定：

$$f(x)=\lambda\exp(-\lambda x) \tag{1—21}$$

$$F(x)=1-\exp(-\lambda x) \tag{1—22}$$

$$\langle X\rangle=\frac{1}{\lambda};\quad D_X=\frac{1}{\lambda^2} \tag{1—23}$$

式中　λ——常数。

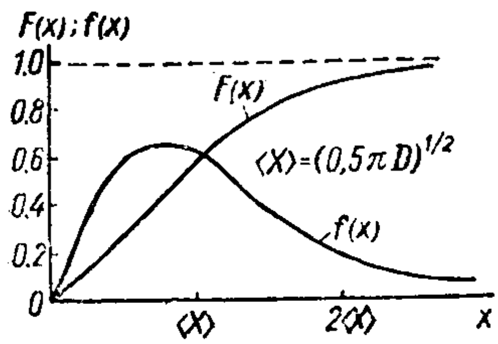


图1—2　服从于瑞利尔分布的随机变量X的分布密度和分布函数

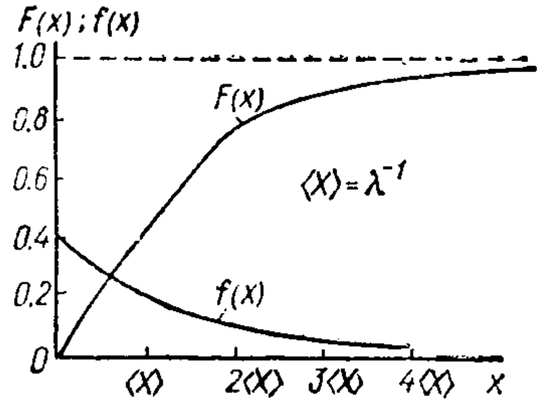


图1—3　服从指数分布的随机变量X的分布密度和分布函数

通用性最强的是威布尔分布〔81〕。服从威布尔分布的有：起重机某些零件的寿命、起重机的修复时间〔1、13、69〕、某些钢材的强度性能等。分布密度和分布函数按下式计算：

$$f(x)=\frac{k}{k_0}(x-x_{min})^{k-1}\exp\left[-\frac{(x-x_{min})^k}{k_0}\right] \tag{1—24}$$

$$F(x)=1-\exp\left[-\frac{(x-x_{min})^k}{k_0}\right] \tag{1—25}$$

式中　x_{min}——随机变量x的最小值；

k——任意正数（当$k=1$，$x_{min}=0$时，转为指数分布；当$k=2$，$x_{min}=0$时，为瑞利尔分布）；