

工程塑性理论 及其在金属 成形中的应用

Engineering Plasticity
Theory and Application
to Metal Forming
Processes

7

〔英〕R.A.C. 斯莱特著

机械工业出版社

工程塑性理论及其 在金属成形中的应用

〔英〕 R. A. C. 斯莱特 著

王仲仁 袁祖培等 译



机械工业出版社

VI

料。因此我将参考资料和文献目录选择得尽可能广泛些。

作者对原来在 Manchester 大学的理工学院现在剑桥大学工作的 W. Johnson 教授表示衷心的感谢，Johnson 教授作为我的朋友和老师，在指导我所最感兴趣的学习与工作，是那样的认真负责，并感谢他在各方面以身作则所给予的鼓励。

作者对从前和现在的同事及学生们所给予的帮助表示谢意。Susan Mahahey 夫人及 Ann Gray 夫人帮助对部分手稿打字，谨致谢意。

R. A. C. 斯莱特
一九七七年于伦敦

译者的话

近来，国外有关塑性理论及其工程应用方面的著作越来越多。塑性理论的工程应用主要有两个分支：一个是用于解决结构的设计计算，属于小塑性变形及弹塑性变形范畴；另一个是用于分析金属及非金属成形过程的力和变形，属于大塑性变形范畴。本书是侧重阐述后一方面问题的，但在基本理论的阐述上吸收了 R. Hill, W. Johnson 及 W. Prager 等人著作中的精华，本书理论系统严谨又重视联系实际，而且每章末给出了直到最近几年的大量参考文献，因此本书对我国读者了解近期英文书刊中关于大塑性变形理论及其应用无疑是会有帮助的。

本书适于从事机械制造、冶金及塑性理论等方面的研究人员、工程技术人员及高等院校的高年级学生、研究生及教师阅读。

本书有些单位是英制的，为了便于读者折合成公制，在书末原有的附录 1 及 2 后面加上一个附录 3。

参加本书翻译工作的有王仲仁、袁祖培、张泽华、沈天骥及钱存济等同志，并由王仲仁同志汇总。全部书稿由顾震隆、徐平昌二同志校对。

李守栋、庄春生等同志为整理译稿付出辛勤劳动，译者谨致谢意。

译者

前 言

除铸件是由液态凝固形成以外，所有的金属产品在其生产过程中，至少要经受一种金属的成形工艺。该工艺是在不产生切屑的情况下，按要求改变金属的形状，这时的变形是一种永久性的变形，它含有相当大的塑性应变，而弹性应变则是微不足道的。

随着现代科学技术的迅猛发展，迫使塑性理论应走在工程应用和设计的前沿。经济生活中的事实，促使人们有效的利用材料、劳动力、时间、以及更有效的去探讨设计一种必须的产品，甚至对不那么高级的工业方面的应用也是如此。因此，今天更需要广大机械与制造工程师熟悉金属成形原理，这不单是为了更加心中有数，从而逐渐减少靠经验处理问题，而且要求缩小在设计与制造相互关系方面存在的差距。

尽管塑性理论在近几十年中有了很大的发展，但还没有做到有效地、严密地解决所有金属成形问题。但若将实际工艺过程进行简化，视为理想材料与边界条件，将会对各种参数例如变形程度、工具形状、变形速度，润滑等对所需的变形力、变形能量以及变形功率的影响有更深入的了解。并且能确定温度变化、极限变形程度及加工产品的最终性质。

本书的部分内容是以我在大学任教期间所讲授过的“塑性理论及其在金属成形过程中的特殊应用”课为基础编写的。该课程是为大学的机械工程与制造工程高年级学生和研究生开设的。

因此，我写本书的主要目的是为大学及工业院校高年级

学生及研究生扩大视野、汇编塑性理论及其在金属成形过程中的应用的专题材料和某些分析方法。此外作者期望金属成形理论及其应用，对机械制造业中从事实际工作的工程师和冶金师在改进产品设计，提高生产效率方面会有所裨益。

在编写这样一本书的时候，要把金属成形过程的各个方面的问题都包括进去，那显然是不可能的。然而我在考虑选择题目时，宁愿注意其广泛性，而在处理这些问题时，则尽可能的完整与真实，却不愿草率的试图涉及整个学科的各个方面。本书包括了根据上述目的所必需的全部塑性理论。

本书并不打算成为数学专著，但对当代金属成形过程中的一些复杂问题，也略做了些论述。由于这个原因，对问题主要是进行了工艺上的探讨，同时也希望在选题上反映出这一点。

金属成形如同整个工程技术，基本上是跨学科的，为此需要读者熟悉有关冶金学的知识，也应牢记对塑性理论应用很有影响的物理冶金、材料科学方面的论断、然而，在本书中要包括这些重要内容那是不可能的。但对这一课题来说，可以获得不少很出色的教科书。

通常认为对塑性理论及其应用感兴趣的读者对于应力应变分析的基本概念是熟悉的，但据我个人的经验，做到这一点并不容易，为此第二章（应力分析）及第三章（应变分析）详细地叙述了这方面的内容，以免读者必须去参阅其它课本，也能为那些从前确实学过些概念的读者起到温故知新的作用。

应力与应变作为向量的同时也是二阶张量，虽然并不想过多的涉及张量及其性质，但读者应熟悉关于“张量”记号表示方法，这种表示法不仅是方便而简练的书写数学公式的

方法，而且在推导和在一些定理的证明方面是非常有用的。许多研究论文用到了这种记号，可以认为，读者们已具备这方面的足够知识，在解释这些记号时是不会有有多大困难的。

为了发展塑性理论，熟知发生塑性流动或屈服时的应力状态，及产生塑性流动时的流动规律，即应力应变关系是很有必要的。第四章简述了屈服准则及其实验验证，但这仅限于那些在金属成形中占重要地位的韧性金属。第五章提出并讨论了应力应变关系。

在建立了基本的塑性理论原理以后，在使用上述理论之前，在第六章中对实际金属的宏观行为进行了叙述，这样就要求读者把注意力集中在金属的复杂特性上，而且要着重注意，使用任何一种理论时所加的各种限制。

在第七章至第九章中，在解决金属成形的一些问题时力图利用了前面的理论，而这些问题也许是大学生和工程师们特别感兴趣的问题，这些问题归为平面应变、具有轴对称的塑性应变以及平面应力或叫做准平面应力问题。

第十章叙述和讨论了理想塑性材料的所谓“极值”定理，由此引出了上、下限法则。上限法在工程上极为有用，因为它可提供重要变形参数的可接受的高估值。

我认为本书所提到的一些材料可能要受到批评。例如，对于工艺过程分析，惯性的影响和弹性波塑性波的传播很少涉及，很自然基本上是按准静态的问题来处理，对金属成形的摩擦学方面涉及也不多，同样，对于高能成形或其他成形技术，如液压成形也未提到。我对这些省略表示歉意，但我强调过，在一本书中要涉及到那么多的因素是相当困难的。但我希望读者将来在考虑这类内容时，能从本书内容得到一定的受益，并建议你们再参考一些与此课题有关的其它文献资

目 录

译者的话

前言

第一章 引论	1
1.1 学科的定义与范围	1
1.2 工程塑性理论的性质	3
1.3 发展史简述	3
1.4 金属成形过程的分类	6
1.5 成形极限	8
参考文献	10
第二章 应力分析	12
2.1 一点处应力的特性	12
2.2 一点附近的平衡微分方程式	17
2.3 三维应力分析	22
参考文献	44
第三章 应变分析	45
3.1 无限小变形	45
3.2 有限变形	62
参考文献	82
第四章 韧性金属的屈服准则	83
4.1 概述	83
4.2 Von Mises 屈服准则	86
4.3 Tresca 屈服准则	87
4.4 各向同性的理想塑性材料的屈服表面	88
4.5 Haigh-Westergaard 应力空间中屈服准则的描述	90

4.6	屈服准则的实验校核	98
4.7	各向同性应变硬化材料的后继屈服表面	104
4.8	各向异性材料的屈服准则	107
	参考文献	109
第五章 应力-应变关系		111
5.1	弹性应力-应变关系	112
5.2	弹性应变能函数	115
5.3	塑性应力-应变关系	117
5.4	应力-应变速度方程	124
5.5	塑性功及应变硬化假说	125
5.6	Prandtl-Reuss 方程的实验验证	128
5.7	普遍的塑性应力-应变关系推导	130
5.8	最大耗散功原理	143
	参考文献	145
第六章 工程金属的表象学性质		147
6.1	密度及形状的变化	147
6.2	准静态单轴拉伸试验	148
6.3	准静态压缩试验	165
6.4	温度和应变速度的影响	174
6.5	各向异性和横向多向异性	187
6.6	Bauschinger 效应	193
6.7	塑性失稳	195
6.8	均匀变形	208
	参考文献	211
第七章 塑性变形中的平面应变问题		215
7.1	基本概念和基本假设	215
7.2	平面塑性流动的基本方程	216
7.3	平面应变滑移线场理论	223
7.4	滑移线场理论的若干应用	256
7.5	用应力计算法估计平面应变成形参数	288

参考文献	316
第八章 轴对称塑性应变问题	320
8.1 塑性轴对称塑性应变问题的基本方程	320
8.2 准静态轴对称压缩圆柱体的近似解	324
8.3 圆柱体快速均匀压缩	329
8.4 通过锥形模具棒料与线材的拉拔	333
8.5 通过锥形模具的挤压	341
8.6 最佳凹模角度	353
8.7 静液挤压	355
8.8 通过锥形模具薄壁管的有芯拉拔与无芯拉拔	357
参考文献	370
第九章 塑性平面应力问题与准平面应力问题	376
9.1 基本概念与假设	376
9.2 采用 Von Mises 屈服准则时平面应力问题的方程组	378
9.3 简单应力状态	384
9.4 圆孔上受均匀压力作用薄板的平衡问题	386
9.5 圆形薄板的塑性弯曲	390
9.6 圆形金属板坯的拉深	398
参考文献	418
第十章 理想刚塑性材料的极值原理	420
10.1 概述	420
10.2 基本能量方程或虚功方程	421
10.3 应力和速度间断面	424
10.4 对理想刚塑性物体的唯一性定理	427
10.5 下限定理	429
10.6 上限定理	432
10.7 上限定理对于平面应变变形的 某些应用 (Johnson 上限估计)	437
10.8 各向异性金属变形力的上限估计	461

X

10.9	快速金属成形过程中热的分布线或 “热线”与温度的跳跃	462
10.10	缺口棒的塑性弯曲——塑性铰	470
10.11	含有单位变形区域的 上限估计 (工藤上限估计)	473
10.12	关于轴对称变形的上限估计 (Kobayashi 上限估计)	480
10.13	横向荷载薄板塑性弯曲的上限估计	484
	参考文献	492
附录		494
1	用于展开三阶行列式的 Sorsus 法则	494
2	偏微分方程的特征	495
3	度量衡和物理单位换算系数	500

第一章 引 论

1.1 学科的定义与范围

若以一个小的力作用于某固体，则该固体将产生弹性变形，应变直接与应力成比例，当应力消失物体最终将恢复原来的尺寸。因此弹性变形是一种可逆的或可恢复的过程。众所周知，弹性理论是与弹性变形体中应力应变的数学研究密切相关。

在一个大的力作用，固体可能经受非弹性的塑性变形，该变形是不可逆的或不可恢复的，即物体受到永久变形。实际上，所谓弹性体是被理想化的，因为所有的固体即使承受很小的力也都多少显示出一些塑性特征。但这时的永久变形的量小到实际上无法计量。

固体的塑性性能是随着所用的材料、温度、加工所经历的时间及其它因素而激烈的变化。对于工程上的韧性材料如钢、铝、铜及黄铜在常温下的塑性变形实际上与时间无关。但是，在高温时所承受的塑性变形随时间而增加，并称为蠕变。

现今，塑性理论是对塑性变形体，特别是金属的应力及应变进行数学研究。近几年，塑性理论中的方法已经成功地用于解决地理物理学及地质问题。

对一些有潜在的可能承受塑性变形的材料如冰、粘土及岩石也进行了研究。通常认为塑性理论是指塑性变形与时间无关，即绝热塑性理论。在蠕变理论、粘塑性学及流变学中

研究了时间对塑性流的影响。

塑性的数学理论具有唯象学性质，并力图将复杂应力下实验观察得到塑性变形体的宏观性能规范化为统一形式。

在另一方面，对物体的弹性性能及塑性性能从微观的晶体结构角度进行解释则是材料科学的研究对象。不过，这两方面有希望最终合并为一个统一的塑性理论。

金属工艺通常是指由金属成形、机械加工、焊接与胶接以及由液态金属铸造等方法来制造零件、部件、机器及结构的工程分科。

本书的内容主要限于分析那些金属成形工艺，这时获得所需形状的零件是通过塑性变形，并没有材料的分离。“工件”是指已经过金属成形加工的零件。专门术语，如挤压时的“挤压坯料”，及拉深时的“拉深坯料”，在我们讨论专门加工方法时也会用到。

金属成形专家们的作用，就在于为设计师及制造工程师们提供设计和有效地操纵金属成形设备及产品控制方面所需资料。这些资料包括变形的性质及变形量以及成形所需的力，功及功率等参数。由于塑性变形是获得所需形状工件的主要方法，为了弄懂金属成形力学，很显然关于塑性理论的知识是非常必要的。

根据塑性变形的大小，塑性理论可以分为两个领域。一类是金属成形过程如锻、拉拔、拉深、挤压及轧制等，属大塑性变形，而弹性变形可以忽略不计。在另一类中多数问题是介于弹性与塑性之间，含有与弹性变形数量极相同的小塑性变形，对于结构设计这类弹塑性问题是相当重要的，但不是本书的主题。

1.2 工程塑性理论的性质

工程塑性理论有两个目的：一是对金属及合金在实验数据的基础上建立塑性变形体应力与应变之间的明确关系；二是发展用于确定不均匀应力应变分布的数学方法，以便预报在不同条件下物体中的塑性变形。建立在复杂应力状态下的定律是这个理论的一个特点。这些所建立的与实验明显相符的定律主要是对金属及其合金而言的，但是对于其他材料也仍然可以生效。

塑性理论的另一特征是主要定律及基本方程都是非线性的。求解这些方程不可避免地在数学上遇到了相当大的困难。

工程塑性理论与金属在变形中的性能密切相连，并可适用于范围广泛的工程问题。其中包括梁和板的塑性弯曲；球面及圆筒的逾限应变，它广泛地用于化工部门的压力容器；旋转圆盘；结构及金属成形过程的最佳设计。本书仅涉及工程塑性在一般金属成形中的应用。在分析这些问题时，由于现时在数学上难于处理而使获得精确解遇到很大的困难。结果，为了得到工业上有用的解，常常必须作某些假定和近似处理，但还不能事前估计出对结果的影响。

1.3 发展史简述

1864年 Tresca 发表了关于冲孔及挤压的最初试验结果^[1]，通常认为塑性理论学科的历史从此开始。由 Tresca 的结论而引出一个屈服准则，该准则说明当最大剪应力达到一个临界值时，金属产生塑性屈服。1870年 Saint-Venant 最先将 Tresca 屈服准则引至塑性的数学理论^[2]，用来确定对已产生部分塑性变形的管上施加扭转或弯曲时的应力。这是

对塑性的数学理论的最早贡献之一。Saint-Venant 还确定了由内压引起全塑性管内的应力，还建立了平面应变时由有关应力及应变等的五个方程组成的方程组，即二维的塑性应变问题。继 Saint-Venant 之后，Lévy 于 1870 年提出三维时应力与应变间的关系式〔3〕，Lévy 还推荐了平面应变问题线性化的方法。

在后来 1875 年中塑性理论的发展很慢。在本世纪初取得某些进展，1909 年 Haar 及 von Karman 由变分原理获得塑性方程式〔4〕，在后来的十年中，作了不少关于管子在不同应力状态下屈服的实验，实验结果有不同的结论，提出了各种屈服准则。1913 年 von Mises〔5〕用公式表示的新屈服准则，对于很多金属是最合适的。von Mises 当时提出此式时纯出于数学上的考虑。值得指出的是，类似的屈服准则，较早的虽然不是以精确的形式给出，当时，要从塑性数学理论角度来解释还是不现实的。后来，von Mises 屈服准则由 Hencky 解释为：当弹性剪应变能达到一个极值时开始屈服〔6〕。von Mises 还独立地提出了与 Lévy 类似的应力与应变间关系表达式。

1920 年 Prandtl 曾指出塑性平面应变问题是双曲线型的〔7〕，他还确定了用光滑平冲头压入一平面所需的压力。Prandtl 及 Hencky 提出了适用于 Prandtl 特解的一般理论，明确了平面应变滑移线场的几何特性〔8〕，到后来 Geiringer 得到了沿滑移线流动的速度协调方程〔9〕。可以认为 von Karman 是首先应用塑性，三年以后，理论来分析工艺过程的。他在 1925 年分析了轧制金属带材时应力分布〔10〕，当时所用的是初等方法。以后，Sachs 及 Siebel 对于线材拉拔〔11〕、〔12〕，用所谓“切块”法建立类似的理论。

1926 年 Lode 对薄管同时施加拉力及内压并测量总的应变〔13〕, 在这以前 Lévy-von Mises 应力-应变关系一直被认为是正确的, Talor 及 Quinney 曾进行了过细的实验〔4〕, 其结果与 Lode 的实验显示出某些分歧。1930 年 Reuss 将弹性应变分量引进应力应变关系式〔15〕, Schmidt 在 1932 年和 Odquist 在 1933 年指出 Lévy-von Mises 方程如何才能考虑变形硬化〔16〕、〔17〕, 这些都使塑性理论得到进一步推广。

1934~45 年的战争激发了研究工作, 特别在美国及英国是如此, Hill 的经典性著作塑性的数学理论对直到 1949 年为止的这一期间的进展作了卓越的描述〔18〕。

近二十年, 在金属塑性理论, 特别是在构件设计及金属成形方面的认识得到建立与巩固。

对于很多金属成形过程利用滑移线理论分析与预报成形参数及变形都能得到合理的解释, 这个理论可用于平面应变、平面应力及轴对称问题。它可以用于各向同性及各向异性材料, 甚至于泥土。当然对于金属成形过程平面应变方面的应用是最成功的。

近十年来, 滑移线场求解的数目在稳步增加, 而且所解的问题也较复杂。实际生产上重要的平面应力问题及轴对称问题已得到解的很少。

A. P. Green 在 50 年代前期发表了一系列平面应变的解, 取得重要的成就〔19~21〕。Alexander 及 Johnson 的著作〔22〕、〔23〕是对平面应变滑移线求解的另外一些贡献。关于平面应变滑移线场理论的公开著作在 Johnson、Sowerby 及 Haddow 的专著中〔24〕列出了大量文献目录。

1953 年 Prager 将矢端图或速度图引入滑移线解〔25〕, 后来他又创新地提出在应力平面中运用摆线。

在 1951 年, Drucker、Greenberg 及 Prager 阐述了三个所谓极限定理〔26〕, 其中上限及下限定理, 即高估与低估, 可以求出金属成形过程的成形参数。但是上述定理可以从 Hill 的书〔27〕中推证出, 据查, 极限分析理论最早的出处是 1936 年由 Gvozdev 提出, 该文由 Haythornthwaite 自俄文译出〔28〕。在 Johnson 及 Mellor 所写的课本中列出有关金属成形过程中上限及下限定理应用的很多实例〔29〕。平面应变问题的上限解由工藤英明获得〔30〕, 他引出单元直角三角形变形区的概念, 分析了变形区中几种可能的速度场。这种方法后来又被工藤英明应用到轴对称锻造及挤压中〔31〕。Kobayashi 对工藤的轴对称问题的上限解作了改进〔32〕, 将可取的速度场中的单位变形区的不连续平面用曲面代替。

1.4 金属成形过程的分类

机械制造工业中用到很多不同的金属成形过程, 对这些过程要想概括出一个共同接受的分类是困难的。可能有以下的分类方法: a) 冷、温、热以相对的温度为特征 (见 6.4.2 节); b) 有屑成形及无屑成形以是否有金属被分离为准; c) 工件的应力状态为简单或复杂; d) 应力的类型, 包括拉、压或剪; e) 塑性变形区的尺寸是局部的或是整体的; f) 变形状态是稳定的还是不稳定的; g) 变形速度的高或低。

应该懂得, 仅从一种分类是不容易表征一个金属成形过程的。几乎在所有金属成形过程中工件处于复杂应力状态下, 可以从三向压缩直至两向拉伸。但是, 剪应力不需要考虑, 除非它们构成作用于工件的主要应力且对塑性变形有很大的影响。很多复杂应力状态可以近似地用主应力分量即没有剪应力平面上的正应力来表示。