

中国名校名师精讲系列丛书

同步精讲精练

主编 陈海燕 郭庆祥

本册主编 谷丹 李建华 刘长铭

北京最著名六所中学强强联合编写组 编写

高二数学



▲北京市第四中学

▲北京市第二中学

▲北京汇文中学

▲北京师范大学附属实验中学

▲北京师范大学附属中学

▲中国人民大学附属中学

中国少年儿童出版社

中国名校名师精讲系列丛书

同步精讲精练

高二数学

主 编

陈海燕 郭庆祥

本册主编

谷 丹 李建华 刘长铭

中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

同步精讲精练. 高二数学/谷丹等编著. -北京:中国少年儿童出版社, 2000. 6

(中国名校名师精讲系列丛书)

ISBN 7-5007-5302-0

I. 同… II. 谷… III. 数学课-高中-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 09039 号

主持编辑:陈效师

张云兵

封面设计:周建明

责任编辑:陈效师

编 务:田 力

常 静

*

中国少年儿童出版社 出版发行

廊坊人民印刷厂印刷 新华书店经销

*

850×1168 1/32 16.875 印张 384 千字

2002 年 8 月北京第 3 版 2002 年 8 月廊坊第 3 次印刷

本次印数 20001—33000 册 定价:18.60 元

凡有印装问题,可向承印厂调换

中国名校名师精讲系列丛书编委会

主 编 陈海燕 郭庆祥

编 委 (以姓氏笔画为序)

全 力	北京师范大学附属中学副校长
刘长铭	北京市第四中学副校长
杨正川	中国人民大学附属中学副校长
陈效师	中国少年儿童出版社副编审
陈海燕	中国少年儿童出版社副总编辑
陈维嘉	北京汇文中学副校长
张云兵	中国少年儿童出版社编辑
钮小桦	北京市第二中学副校长
郭庆祥	中国少年儿童出版社编辑部主任
蔡晓东	北京师范大学附属实验中学副校长

MAF59/118

本册主编

- 谷 丹 北京市第四中学数学教研组长
高级教师
北京市西城区学科带头人
- 李建华 北京市第四中学数学教研组副组长
- 刘长铭 北京市第四中学副校长
高级教师
北京市中青年骨干教师

作 者

- 谷 丹 北京市第四中学高级教师
- 王玲华 北京市第四中学高级教师
- 肖国友 北京市第四中学高级教师
- 王经环 北京市第四中学高级教师
- 安东明 北京市第四中学
- 李晋渊 北京市第四中学

出版前言

《中国名校名师精讲系列丛书》是一套书配光盘(VCD- ROM)的教学辅助读物,内容涵盖小学至高中各年级的主要学科。本套丛书是以国家教育部考试中心最新颁布的《考试说明》、教育部最新调整意见以及教育部最新教改精神为依据,根据现行教学大纲及人民教育出版社六年、三年、三年学制最新教材编写。

本套丛书编写阵容空前强大,由北京四中、北京二中、北京师范大学附属实验中学、中国人民大学附属中学、北京师范大学附属中学、北京汇文中学等著名学校实行强强联合编写,名师精讲;编委主要由上述各校主抓教学的校长组成。参加整套丛书编写的共有校长7名,特级教师7名,高级教师66名,全国及北京市中青年优秀骨干教师10余名,北京市各区学科带头人14名,各校教研组组长13名,作者队伍多达上百人。《高考宝典》习题由1999年高考状元验算,并得到状元们的好评。

本套丛书和光盘均由中国少年儿童出版社出版、出品、发行;光盘拟由中国教育电视台安排播放。

总的来说,本套丛书主要有“名”“精”“全”“强”四个特点。“名”就是“名校”“名师”“名社”“名电视台”。

“精”就是“精编”“精写”“精讲”“精练”“精印制”“精制作”。

“全”是指内容全、形式全、科目全、体例全、品种全。

“强”是指“学校强”“老师强”“出版社强”“编辑力量强”“电视台强”“验算人员强”，强强联合，强力推出。

以上四个特点，决定了本套丛书的权威性、实用性、指导性，使学生花较少的钱、用较少的时间，不出校门、不出家门，便可得到中国名校名师的精心指导，起到事半功倍的效果，促进“从知识型向能力型转变”，从而达到提高中小学生综合素质之目的。

本套丛书在具体编写上按现行教材同步推进，每课一“精讲”，每单元一总结，并为高考和中考专门编写了《高考宝典》和《中考宝典》。本套丛书编写的主要精力放在知识点、重点、难点、疑点、考点处，选材于各位名师最有心得、最有成就、在教学和应试中最有指导效果的内容，既做到与教材同步，又有明显的讲授重点，突出的特点是知识点、疑点、难点、考点等知识结构系统化；教、学、考、练紧密结合；方法和思路紧密结合；学科能力和系统知识紧密结合；把握“精讲”的要旨，吸取名师的教学精髓，使学生便于掌握系统的知识，能够学会运用系统知识提高解决问题的能力 and 技巧。这样做的目的，在于培养学生的学科能力以及分析问题、解决问题的能力；在于提高学生综合运用基础知识的能力以及促成学生知识向能力的转化。其中包括：

名校经验 充分发挥各校的集体智慧,真正体现出中国名校名师对各学科的理解及把握。对各科知识点列出表格并加以说明,分析各知识点在高考、中考中所占比重以及发展趋势。

基础知识 提供了各科的知识结构系统图,简易直观地列出主要知识点。围绕知识点,以例题分析的形式讲解各知识点的把握方法,主要以高考、中考试题为例子,提供不同思路,不同解法,提高学生的解题能力。

名师心得 包含了名师们在几十年教学工作中对本学科的心得体会,真正体现了名师的教学精髓。其中包括分析例题、点拨思路、传授技巧等形式。

各章节训练题 旨在加强对上述知识点的巩固,在一定量的基础题之上增加适量的综合性、应用性较强的提高题,以提高学生的综合素质和解题能力。不但提供了每道题的参考答案,而且对提高题进行了详细地分析。

名校模拟试题精选 提供了编写学校的高考、中考模拟试题,给出参考答案。

最近三年高考、中考试题详解 提供了最近三年的高考、中考试题,并进行分析讲解。

名校名师应考指导 对学生考前学习安排,考前心理调整等方面给予指导,使学生应试时能够发挥出最好的水平。

本套丛书的编写,融入了北京四中、北京二中、北京师范大学附属实验中学、中国人民大学附属中学、北京师范大学附属中学、北京汇文中学等学校众多教师的汗水

和心血,也是现代教育成果的集中展示。我们由衷地希望这套丛书对广大学生有所助益。由于时间仓促,书中不妥之处在所难免,欢迎广大中小学师生及社会各界朋友不吝赐教。

编 者

编写说明

本书是在“深化教育改革、全面提高素质教育”的总精神指导下编写的。

书中通过对基础知识的讲解和对例题的分析,力图使学生体会并掌握知识发生和发展的过程,提高对数学中有关概念、定理、公式等认识的深刻程度,提高学生分析问题解决问题的能力,提高对数学思想方法在解决问题过程中的指导作用的认识。除此之外,本书还不失时机地对学生进行学习方法的指导。

本书的每一章、每一节都提供了适量的练习题,以提高学生的数学技能。在每一章最后,还给出了自测题,使学生在学完一个单元之后,能对自己的学习状况有一个自我评价,以便不断改进学习方法,提高学习水平。

全书各章的练习题、自测题均附有答案或解题提示,供同学们参考。

北京市第四中学数学教研组

2000年6月

目 录

第一章 不 等 式

第一节 不等式的性质	(2)
1-1-1 不等式	(2)
1-1-2 不等式的性质	(4)
第二节 不等式的证明及应用	(10)
1-2-1 不等式的证明	(10)
*1-2-2 几个著名不等式简介	(22)
1-2-3 不等式的应用	(27)
第三节 不等式的解法	(39)

第二章 数 列

第一节 数列	(82)
2-1-1 数列的一般概念	(82)
2-1-2 等差数列	(88)
2-1-3 等比数列	(104)
2-1-4 特殊数列求和	(119)
第二节 数列的极限	(129)
第三节 数学归纳法	(143)

第三章 复 数

第一节 复数的概念	(175)
3-1-1 数的扩充	(175)
3-1-2 复数的概念	(177)
3-1-3 复平面	(180)
3-1-4 复数的模及辐角	(183)
第二节 复数的表示形式	(187)
3-2-1 复数的代数形式	(187)
3-2-2 复数的三角形式	(189)
3-2-3 复数的向量形式	(194)
第三节 复数的运算	(196)
3-3-1 复数的代数运算	(197)
3-3-2 复数的三角运算	(204)
3-3-3 复数的向量运算	(214)
第四节 复数的应用	(222)
3-4-1 共轭复数的应用	(222)
3-4-2 复数与方程	(226)
3-4-3 复数与几何	(231)

第四章 排列组合、二项式定理

第一节 排列组合	(254)
4-1-1 两个原理	(254)
4-1-2 排列组合	(260)
第二节 二项式定理	(283)

第五章 直 线

第一节	基础知识	(303)
5-1-1	有向线段	(304)
5-1-2	定比分点	(305)
第二节	直线的方程	(311)
5-2-1	直线的斜角和斜率	(311)
5-2-2	直线的表示形式	(314)
第三节	直线间的位置关系	(320)
5-3-1	点与直线的关系	(320)
5-3-2	两条直线平行、垂直	(323)
5-3-3	两条直线所成的角	(328)
5-3-4	直线的交点	(330)
5-3-5	直线系	(333)
第四节	有关对称问题	(340)

第六章 圆锥曲线

第一节	圆	(352)
6-1-1	曲线与方程、充要条件	(352)
6-1-2	圆	(358)
第二节	椭圆、双曲线、抛物线	(385)
6-2-1	椭圆、双曲线、抛物线的定义、标准方程和几何性质	(385)
6-2-2	直线与圆锥曲线的位置关系	(412)
第三节	坐标轴的平移	(429)
第四节	轨迹问题	(438)

第七章 参数方程 极坐标

第一节 参数方程.....	(488)
第二节 极坐标.....	(503)

第一章 不等式

不等式是数学的重要内容,是解决其他数学问题的工具.从大家比较熟悉的等式、方程到学习不等式,是对许许多多数量关系认识的发展与深化.

这一章我们学习证明不等式和解不等式,这部分是中学数学的重点内容,是进一步学习高等数学的基础,因而也是数学高考的考查重点,在历年的高考数学试题中占有相当的比重.这些试题不仅考查有关不等式的基础知识、基本技能、基本方法,而且注重考查逻辑思维能力、运算能力以及分析问题和解决问题的能力,其中的一些试题综合性较强,难度较大.

学好这一章的关键在于对解析式进行合理的不等变形.这就要十分熟悉不等式变形的法则,即不等式的性质,同时还要注意运用所学过的函数的有关性质.

不等式的概念和性质是进行不等式的变换、证明不等式和解不等式的根据.不等式的变换包括推出变换和等价变换两类,其本质是条件为结论的充分条件和充要条件两种逻辑关系.对不等式进行两类变换,以求证明不等式和解不等式,是高中代数中对逻辑推理能力要求较高的内容,应引起重视,加强训练.

第一节 不等式的性质

本节主要是使学生系统地、完整地掌握不等式的性质,学会用求差的方法来比较两个实数之间的大小,同时也为以后用求差比较法证明不等式打好基础.重点和难点是运用不等式的性质,判断一些不等式能否成立,判断实数值的大小关系以及判断不等式变换中条件与结论间的充分或必要关系.

1-1-1 不等式

【重点、难点剖析】

1. 不等式的研究范围:因为实数可以比较大小,所以不等式是在实数集内研究的.

2. 两个实数大小的比较:实数可以比较大小,在数轴上,两个不同的点 A 与点 B 分别表示两个不同的实数 a 与 b ,右边的点表示的数比左边的点表示的数大,从实数减法在数轴上的表示(图 1-1-1)可以看出 a, b 之间具有以下性质:

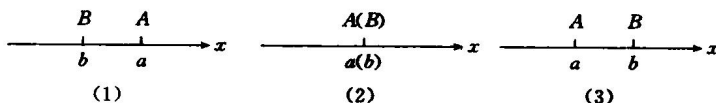


图1-1-1

如果 $a-b$ 是正数,那么称 a 大于 b ,记作 $a > b$;如果 $a-b$ 是负数,那么称 a 小于 b ,记作 $a < b$;如果 $a-b$ 等于零,那么 a 等于 b ,记作 $a = b$. 反过来也对. 这就是说:

$$a-b>0 \Leftrightarrow a>b;$$

$$a-b=0 \Leftrightarrow a=b;$$

$$a-b<0 \Leftrightarrow a<b.$$

由此可见,要比较两个实数的大小,只要考查它们的差就可以了.这就是所谓的求差比较法.

【例题选讲】

例 1 若 $a \in R$, 试比较

$(a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1)$ 与 $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$ 的大小.

分析: “式子繁,先化简”,再求差.

解: $(a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1)$

$$= (a^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}a)^2$$

$$= (a^2 + 1)^2 - 2a^2;$$

$$(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$$

$$= (a^2 + 1)^2 - a^2.$$

$$[(a^2 + 1)^2 - 2a^2] - [(a^2 + 1)^2 - a^2] = -a^2.$$

$$\because a \in R, \therefore -a^2 \leq 0.$$

从而:

(i) 当 $a=0$ 时,

$$(a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1) = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1);$$

(ii) 当 $a \neq 0$ 时,

$$(a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1) < (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1).$$

例 2 若 $a > b > c > 0$, 试比较 $\frac{b}{a-b}$ 与 $\frac{c}{a-c}$ 的大小.