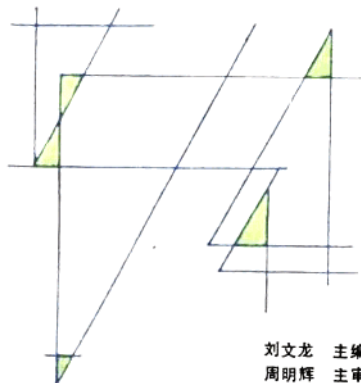


JINGJIGUANLISHUXUE

成人教育系列教材

经济管理数学



刘文龙 主编

周明辉 主审

东北财经大学出版社

前 言

随着我国经济建设的迅猛发展,数学在经济建设和经济科学发展中地位越来越重要,为适应成人教育事业的不断发展的需要,我们在我校原编函授大学和夜大学经济管理数学教材的基础上,根据财经类各专业的函授大学和夜大学教学计划所规定的数学课程的教学要求,进行了修改和补充,本书作为我校财经类各专业函授大学和夜大学的教学用书。

全书以系统的数学基础知识和基本方法为主,适当地引入了管理数学内容,根据函授大学、夜大学的特点,在文字叙述上力求通俗易懂,便于接受;本书内容涉及面较广,可满足100~140学时的教学需要。本书还可作为财经干部培训教材及财经类大专高等数学的参考书。

全书由周明辉副教授审阅,刘文龙副教授主编,第一、二、三章由姜红编写,第四、五章由刘文龙编写,第六、七、八章由全春权编写,第九、十、十一章由陈放编写,第十二、十三、十四章由李克编写,第十四、十五章由胡良友编写,在编写过程中吸取了现今流通书刊中许多新资料,还得到东北财经大学成人教育学院领导及有关同志大力支持,在此一并致谢。

由于作者水平有限,加之时间仓促,错漏之处敬请批评指正。

东北财经大学基础部数学教研室

目 录

第一章 函数与极限	I
§ 1.1 函数	1
1.1.1 常量与变量	1
1.1.2 函数概念	2
1.1.3 建立函数关系	9
1.1.4 函数的几个简单性质	10
1.1.5 反函数	12
1.1.6 基本初等函数	14
1.1.7 初等函数	19
1.1.8 分段函数	20
1.1.9 经济函数	22
§ 1.2 极限	24
1.2.1 函数的极限	24
1.2.2 无穷小量和无穷大量	27
1.2.3 极限运算法则	29
1.2.4 两个重要极限	33
1.2.5 函数的连续性	36
习题一	41
第二章 导数和微分	47
§ 2.1 函数的导数	47
2.1.1 两个实例	47
2.1.2 导数的概念	49

2.1.3 导数的几何意义	53
2.1.4 可导与连续的关系	54
§ 2.2 函数的求导法则	55
2.2.1 几个基本初等函数的导数	56
2.2.2 导数运算法则	58
2.2.3 反函数的导数	61
2.2.4 复合函数的导数	63
2.2.5 高阶导数	68
§ 2.3 函数的微分	69
2.3.1 微分的概念	70
2.3.2 微分形式的不变性	72
2.3.3 利用微分进行近似计算	73
习题二	77
第三章 导数的应用	82
§ 3.1 函数的极值	82
3.1.1 函数的单调性	82
3.1.2 函数的极值	83
3.1.3 函数图形的凹凸与拐点	91
3.1.4 曲线的渐近线	93
3.1.5 函数的作图	94
§ 3.2 罗必塔法则	98
§ 3.3 函数的弹性	103
习题三	109
第四章 不定积分	114
§ 4.1 原函数与不定积分	114
4.1.1 原函数与不定积分的概念	11
4.1.2 不定积分的性质	11
4.1.3 基本积分公式	11
§ 4.2 不定积分的计算	12

4.2.1 直接积分法	121
4.2.2 换元积分法	124
4.2.3 分部积分法	132
§ 4.3 积分表的使用	135
§ 4.4 用积分法解几个微分方程	139
4.4.1 微分方程的基本概念	139
4.4.2 可分离变量的一阶微分方程	143
习题四	148
第五章 定积分	153
§ 5.1 定积分的基本概念	153
5.1.1 曲边梯形的面积	153
5.1.2 定积分的定义	158
5.1.3 定积分的几何意义	159
5.1.4 定积分的基本性质	161
§ 5.2 定积分的计算	164
5.2.1 定积分与不定积分的关系	164
5.2.2 定积分的换元积分法及分部积分法	171
§ 5.3 定积分的应用	175
5.3.1 平面图形的面积	175
5.3.2 旋转体的体积	179
5.3.3 经济应用问题举例	183
习题五	186
第六章 行列式	191
§ 6.1 行列式的定义	191
6.1.1 二阶线性方程组和二阶行列式	191
6.1.2 三阶线性方程组和三阶行列式	194
6.1.3 n 阶行列式	201
§ 6.2 行列式的性质	205
§ 6.3 n 阶线性方程组的克莱姆法则	208

习题六	212
第七章 矩阵	215
§ 7.1 矩阵的概念	215
§ 7.2 矩阵的运算	218
7.2.1 矩阵的数乘与加减法	218
7.2.2 矩阵的乘法	220
7.2.3 矩阵的转置与方阵的幂	223
7.2.4 方阵的行列式	224
§ 7.3 逆矩阵	225
7.3.1 逆矩阵的概念	225
7.3.2 逆矩阵的求法 (一) ——公式法	226
7.3.3 逆矩阵的求法 (二) ——初等变换法	229
习题七	233
第八章 线性方程组	237
§ 8.1 n 维向量	237
8.1.1 n 维向量的概念	237
8.1.2 向量组的线性相关性	239
8.1.3 向量线性相关性的判定	241
8.1.4 最大无关组与向量组的秩	243
§ 8.2 线性方程组有解无解的判定	247
§ 8.3 线性方程组的实用解法	250
8.3.1 高斯消元法	251
8.3.2 主元消去法	254
习题八	258
第九章 线性规划问题	261
§ 9.1 线性规划问题的模型	261
§ 9.2 线性规划模型的标准形式	265
9.2.1 线性规划模型的一般形式	265
9.2.2 线性规划模型的标准形式	266

9.2.3 化一般形式为标准形式	267
§ 9.3 线性规划问题的解	269
习题九	271
第十章 线性规划问题的解法	274
§ 10.1 单纯形法	274
10.1.1 引例	274
10.1.2 原理	278
10.1.3 单纯形法运算步骤	279
§ 10.2 初始基本可行解的求法	282
10.2.1 两阶段法	282
10.2.2 大M法	288
习题十	291
第十一章 平衡运输问题	293
§ 11.1 运输问题的数学模型	293
§ 11.2 表上作业法	295
11.2.1 建立初始方案	295
11.2.2 最优方案的判别	299
11.2.3 运输方案的调整	300
习题十一	306
第十二章 随机事件与概率	308
§ 12.1 随机试验与随机事件	309
§ 12.2 事件间的关系及其运算	310
§ 12.3 随机事件的概率	314
12.3.1 概率的古典定义	315
12.3.2 概率的统计定义	317
12.3.3 概率的基本性质	318
§ 12.4 概率的基本运算法则	319
12.4.1 加法定理	319
12.4.2 条件概率、乘法公式	322

12.4.3 全概率公式、贝叶斯公式	324
12.4.4 事件的独立性	327
习题十二	331
第十三章 随机变量及其分布	334
§ 13.1 随机变量及其分布函数	334
13.1.1 随机变量	334
13.1.2 分布函数	335
§ 13.2 离散型随机变量	338
13.2.1 离散型随机变量及其分布	338
13.2.2 二项分布, 泊松分布	340
§ 13.3 连续型随机变量	344
13.3.1 连续型随机变量及其概率密度函数	345
13.3.2 正态分布	348
习题十三	358
第十四章 随机变量的数字特征	361
§ 14.1 随机变量的数学期望	361
14.1.1 离散型随机变量的数学期望	361
14.1.2 连续型随机变量的数学期望	365
14.1.3 数学期望的基本性质	366
§ 14.2 随机变量的方差	367
14.2.1 方差	368
14.2.2 方差的性质	372
习题十四	375
第十五章 经济决策	377
§ 15.1 决策的概念和类型	377
§ 15.2 风险型决策	380
15.2.1 最大可能准则	380
15.2.2 期望值准则	381
15.2.3 连续型决策问题	385

§ 15.3 决策树·····	387
15.3.1 决策树·····	387
15.3.2 单级决策问题·····	387
15.3.3 多级决策问题·····	390
§ 15.4 随机的非确定型决策·····	394
15.4.1 等可能性方法·····	394
15.4.2 最大最小准则·····	396
15.4.3 折衷准则·····	397
15.4.4 后悔值准则·····	398
习题十五·····	402
第十六章 预测模型 ·····	407
§ 16.1 几种简单的预测方法·····	407
16.1.1 算术平均法·····	408
16.1.2 加权平均法·····	409
16.1.3 调查法·····	410
16.1.4 盈亏临界分析法·····	411
§ 16.2 时间序列分析·····	413
16.2.1 指标预测法·····	413
16.2.2 移动平均法·····	415
16.2.3 几何平均法·····	417
16.2.4 季节系数法·····	418
16.2.5 指数平滑法·····	420
§ 16.3 回归分析预测·····	422
16.3.1 一元线性回归预测·····	423
16.3.2 多元线性回归问题的矩阵解法·····	428
§ 16.4 各种曲线预测模型·····	430
16.4.1 几种常见的曲线·····	430
16.4.2 逻辑曲线·····	434
习题十六·····	441

习题答案	444
------------	-----

附录 I 不定积分表	466
------------------	-----

附录 II

(一) Poisson分布 $P(x=\lambda) = \frac{\lambda^x}{K!} e^{-\lambda}$ 的数值表	479
---	-----

(二) 正态分布函数 $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 的数值表	482
--	-----

第一章 函数与极限

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。在各门类科学中，数学占有极为重要的地位。马克思认为：“一种科学只有成功地运用了数学以后才算达到了完善的地步。”

初等数学是常量的数学，高等数学是变量的数学，而微积分是高等数学的基础。微积分研究的主要对象是函数（特别是连续函数），研究的主要工具是极限。

函数是微积分学的极为重要的基本概念，也是分析经济变量的重要工具。本章着重讨论函数、反函数和初等函数的概念及其性质。

极限是深入研究函数和解决各种问题的基本思想方法及重要工具，我们将主要讨论极限的概念、性质、运算法则及极限存在的准则，并用极限讨论函数的连续性。

§ 1.1 函 数

1.1.1 常量与变量

我们在观察某种自然现象或社会现象中，会遇到很多量，如长度、面积、时间、速度、价格、成本等等，这些量一般可以分成两种：一种是在某种现象或某个过程中保持不变的量，

称为**常量**；另一种是在某种现象或某个过程中不断变化的量，即可以取不同数值的量，称为**变量**。

如在经济学中，某种商品销售额是 R ，销售量为 X ，单价为 P ，则

$$R = PX$$

随着销售量 X 的变化，销售额 R 也变化，故 X 和 R 是变量，而单价 P 在某个过程中可以看作是保持不变的量，即为常量。

值得注意的是，常量与变量不是永远一成不变的。如在上述例子中，单价 P 在某个过程中可以看作是常量，但随着生产的发展和供求关系的变化，单价 P 也要作相应的调整。

在微积分中，为了研究问题方便起见，有时把常量看成是取同一个值的变量。

常量一般用字母 a, b, c 等来表示；而变量则用字母 x, y, z 等来表示。

1.1.2 函数概念

1. 函数定义

在同一个自然现象或社会问题中，常常会有几个变量同时存在，这些变量之间往往不是独立的，而是存在着确定的依赖关系。

例1 最简单的生产总费用 C 表为

$$C = ax + b$$

其中 C 为生产总费用， x 为产品数量， a 为单位产品的可变成本，包括生产该产品的原料消耗，工资开支等， b 为固定生产费用（即固定成本），包括厂房和设备折旧、调整和安装机器设备及掌握新技术的费用等。

该式表明生产产品数量 x 变化时，生产总费用 C 也随着变

化,当 x 取定某一个数值 x_0 时, C 就有一个确定的值 C_0 与之对应。

例2 为了掌握某企业一年的生产情况,通常根据每月生产的原始记录,用光滑曲线表示一年来生产量变化的情况(如图1.1),横坐标轴表示时间 t ,纵坐标轴表示生产量 Q ,对于每一个时间 t 的值,都可以在曲线上找到 Q 的一个值与之对应,如 $t=7$ 时,由 $t=7$ 作横轴的垂线交曲线于A点,A点的纵坐标 $Q=15.2$,这条曲线称为**生产曲线**,反映了生产量 Q 和时间 t 之间的对应关系。

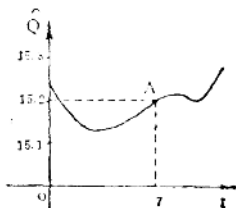


图1.1

例3 某城市一年里各月毛线的零售量(单位:百公斤)如表1.1所示:

表1.1

月份 t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
零售量 S	41	42	23	23	5	3	3	8	47	81	72	62

它表示了某城市一年里毛线零售量 S 随月份 t 变化的情形,对每个月份 $t=t_0$,都有唯一确定的零售量 $S=S_0$ 与之对应。

以上三个实例反映变量之间是相互联系的,并遵循着一定的规律变化。这种变化规律就由变量在变化过程中的数值对应关系反映出来。我们把这种变量之间确定的对应关系叫做**函数关系**。

定义 在某个变化过程中有两个变量 x 和 y ，如果对于 x 的变化范围内的每一个值，通过某种确定的对应法则 f ， y 总有一个唯一确定的值与之对应，则称 y 是定义在这个变化范围上的 x 的函数，简称 y 是 x 的函数（ y 又称为因变量），记为：

$$y=f(x).$$

而 y 对 x 的对应法则“ f ”称为**函数关系**， x 称为**自变量**， x 的变化范围称为函数的**定义域**。

我们用符号 $f(a)$ 表示 $x=a$ 时函数 $f(x)$ 的值，叫做当 $x=a$ 时的**函数值**，有时也用记号 $y|_{x=a}$ 来表示。函数值的全体称为函数 $f(x)$ 的**值域**。

记号 $y=f(x)$ 中，“ f ”只表示 y 与 x 的对应法则，不能看作“ f ”乘 x 。

表示函数常用的记号有： $y=f(x)$ ， $y=F(x)$ ， $y=\varphi(x)$ ， $y=g(x)$ 等。

如果我们仔细分析一下，可以看到，上述函数概念涉及函数的三个基本要素，即①自变量 x 的取值范围——定义域；②函数值的范围——值域；③变量 y 与 x 的对应法则“ f ”。

应该特别着重指出的是，函数概念的核心是一个对应法则，只有根据这个法则，才能对于每一个 x 值有唯一确定的 y 值与之对应。

下面我们借助于直观的图示来加深对函数关系 f 的理解（见图1.2）。

现将函数关系 f 比作一部数值变换器，把定义域中的每一个值 x ，输入到数值变换器中，通过 f 的“作用”，输出出来的就是值域中的函数值 $f(x)$ 。

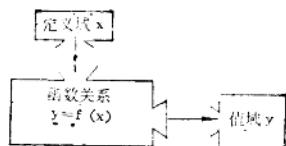


图 1.2

2. 求函数值

如自由落体中, $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$, 当 $t = 1.5$ 时, 对应的函数值就是:

$$S(1.5) = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.5^2 = 11.025$$

有时也记为:

$$S|_{t=1.5} = 11.025$$

又如函数 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, 则有:

$$f(0) = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 + 1 = 1$$

$$f(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 + 1$$

$$\begin{aligned} f(a+b) &= 3(a+b)^2 - 2(a+b) + 1 \\ &= 3a^2 + 3b^2 + 6ab - 2a - 2b + 1 \end{aligned}$$

可见, 求 $x=a$ 时的函数值, 只要把函数关系中的自变量 x 用 a 代替就行了.

3. 求函数的定义域

函数的定义域指明函数关系的适用范围, 也就是说, 只有当自变量在定义域中取值时, 因变量才有确定的对应值, 这

时，我们就说函数是有定义的。

为了简便起见，我们常用“区间”来表示函数的定义域。

两个实数间的全体实数叫做区间。该二实数叫区间的端点。设 $a < b$ 为二实数，满足 $a \leq x \leq b$ 的全体实数 x 叫做以 a, b 为端点的闭区间，记作 $[a, b]$ 。满足 $a < x < b$ 的全体实数 x 叫做以 a, b 为端点的开区间，记作 (a, b) 。满足 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的全体实数 x 叫半开区间，记作 $[a, b)$ 或 $(a, b]$ ，此外还有无穷区间 $(-\infty, a)$ ， $(-\infty, +\infty)$ ， $[a, +\infty)$ ， $(a, +\infty)$ 等。

例4 求函数 $f(x) = \frac{2}{x-3}$ 的定义域。

解 因为仅当分式的分母 $x-3=0$ 时，即当 $x=3$ 时，函数 $f(x)$ 无意义，所以函数 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, 3)$ 、 $(3, +\infty)$ ，这里 $(-\infty, 3)$ 表示小于 3 的所有实数，即 $-\infty < x < 3$ ，同理， $(3, +\infty)$ 表示 $3 < x < +\infty$ 。

例5 求函数 $f(x) = \sqrt{4x+1}$ 的定义域，

解 因为要使偶次根式有意义，必须

$$4x+1 \geq 0, \text{ 即 } x \geq -\frac{1}{4}$$

所以函数 $f(x)$ 的定义域是： $-\frac{1}{4} \leq x < +\infty$ ，或 $\left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$ 。

例6 求函数 $f(x) = \lg(2x-3)$ 的定义域。

解 因为要使对数式有意义，必须

$$2x-3 > 0, \text{ 即 } x > \frac{3}{2}$$

所以函数 $f(x)$ 的定义域是： $\frac{3}{2} < x < +\infty$ 或 $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ 。

例7 求函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \lg(1+x) + 2$ 的定义域。

解 因为使 $\sqrt{1-x}$ 有意义的实数是 $-\infty < x \leq 1$ ，而使 $\lg(1+x)$ 有意义的实数是 $-1 < x < +\infty$ ，所以函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \lg(1+x) + 2$ 的定义域是

$$-1 < x \leq 1 \text{ 或 } (-1, 1] .$$

例8 某工厂生产某产品，每日最多生产100吨，固定成本为130元，每多生产1吨，成本增加6元，则每日产品的总成本C是日产量x的函数

$$C = f(x) = 130 + 6x$$

定义域是 $0 \leq x \leq 100$ 或 $[0, 100]$ 。它是由具体问题确定的。

函数的定义域可用不同方式表示：①不等式；②区间；③集合。

在求函数定义域时，必须掌握以下几点：

(1) 在实际问题中，必须考虑变量的实际意义。

(2) 在函数的数学表达式的研究中，必须考虑计算是否可行：

①函数式里若有分式，分母的值不能为零；

②函数式里若有偶次根式，根号下所含的式子的值必须大于或等于零；

③函数式里若有对数式，则其真数必须大于零

④函数式里若有正切或余切函数，在正切、余切函数符号下的式子的值分别不能等于 $k\pi + \frac{\pi}{2}$ 、 $k\pi$ (k 是整数)。

⑤函数式里若有反正弦函数或反余弦函数，在反正弦、反余弦函数符号下的式子的绝对值不能大于1。

下面介绍以后常要用到的“邻域”这一概念。

定义 以 x_0 为中心，长度为 2δ ($\delta > 0$) 的对称开区间称为点