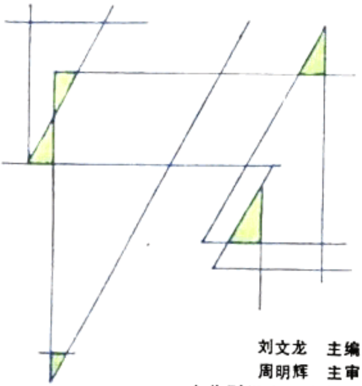
JINGJIGUANLISHUXUE

成人教育系列教材

经济管理数学



刘文龙 主编
周明辉 主审

东北财经大学出版社

前　言

随着我国经济建设的迅猛发展，数学在经济建设和经济科学发展中地位越来越重要，为适应成人教育事业的不断发展的需要，我们在我校原编函授大学和夜大学经济管理数学教材的基础上，根据财经类各专业的函授大学和夜大学教学计划所规定的数学课程的教学要求，进行了修改和补充，本书作为我校财经类各专业函授大学和夜大学的教学用书。

全书以系统的数学基础知识和基本方法为主，适当地引入了管理数学内容，根据函授大学、夜大学的特点，在文字叙述上力求通俗易懂，便于接受；本书内容涉及面较广，可满足100～140学时的教学需要。本书还可作为财经干部培训教材及财经类大专高等数学的参考书。

全书由周明辉副教授审阅，刘文龙副教授主编，第一、二、三章由姜红编写，第四、五章由刘文龙编写，第六、七、八章由全春权编写，第九、十、十一章由陈放编写，第十二、十三、十四章由李克编写，第十四、十五章由胡良友编写，在编写过程中吸取了现今流通书刊中许多新资料，还得到东北财经大学成人教育学院领导及有关同志大力支持，在此一并致谢。

由于作者水平有限，加之时间仓促，错漏之处敬请批评指正。

东北财经大学基础部数学教研室

目　录

第一章 函数与极限

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学．在各门类科学中，数学占有极为重要的地位．马克思认为："一种科学只有成功地运用了数学以后才算达到了完善的地步．"

初等数学是常量的数学，高等数学是变量的数学，而微积分是高等数学的基础．微积分研究的主要对象是函数（特别是连续函数），研究的主要工具是极限．

函数是微积分学的极为重要的基本概念，也是分析经济变量的重要工具．本章着重讨论函数、反函数和初等函数的概念及其性质．

极限是深入研究函数和解决各种问题的基本思想方法及重要工具，我们将主要讨论极限的概念、性质、运算法则及极限存在的准则．并用极限讨论函数的连续性．

§1.1 函　　数

1.1.1 常量与变量

我们在观察某种自然现象或社会现象中，会遇到很多量，如长度、面积、时间、速度、价格、成本等等，这些量一般可以分成两种：一种是在某种现象或某个过程中保持不变的量，

称为**常量**；另一种是在某种现象或某个过程中不断变化的量，即可以取不同数值的量，称为**变量**.

如在经济学中，某种商品销售额是R，销售量为X，单价为P，则

$$R=PX$$

随着销售量X的变化，销售额R也变化，故X和R是变量，而单价P在某个过程中可以看作是保持不变的量，即为常量.

值得注意的是，常量与变量不是永远一成不变的. 如在上例中，单价P在某个过程中可以看作是常量，但随着生产的发展和供求关系的变化，单价P也要作相应的调整.

在微积分中，为了研究问题方便起见，有时把常量看成是取同一个值的变量.

常量一般用字母a,b,c等来表示；而变量则用字母 x，y，z等来表示.

1.1.2 函数概念

1. 函数定义

在同一个自然现象或社会问题中，常常会有几个变量同时存在，这些变量之间往往不是独立的，而是存在着确定的依赖关系.

例 1 最简单的生产总费用C表为

$$C=ax+b$$

其中 C为生产总费用，x 为产品数量，a为单位产品的可变成本，包括生产该产品的原料消耗，工资开支等，b为固定生产费用（即固定成本），包括厂房和设备折旧、调整和安装机器设备及掌握新技术的费用等.

该式表明生产产品数量x变化时，生产总费用 C 也随着变

化，当x取定某一个数值x_0时，C就有一个确定的值C_0与之对应。

例2 为了掌握某企业一年的生产情况，通常根据每月生产的原始记录，用光滑曲线表示一年来生产量变化的情况(如图1.1)，横坐标轴表示时间t，纵坐标轴表示生产量Q，对于每一个时间t的值，都可以在曲线上找到Q的一个值与之对应，如$t=7$时，由$t=7$作横轴的垂线交曲线于A点，A点的纵坐标$Q=15.2$，这条曲线称为**生产曲线**，反映了生产量Q和时间t之间的对应关系.

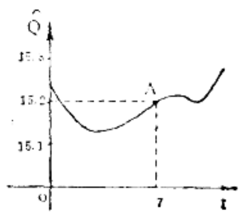


图1.1

例3 某城市一年里各月毛线的零售量（单位：百公斤）如表1.1所示：

表1.1

月份t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
零售量S	41	42	23	23	5	3	3	8	47	81	72	62

它表示了某城市一年里毛线零售量S随月份t变化的情形.对每个月份$t=t_0$，都有唯一确定的零售量$S=S_0$与之对应.

以上三个实例反映变量之间是相互联系的，并遵循着一定的规律变化.这种变化规律就由变量在变化过程中的数值对应关系反映出来.我们把这种变量之间确定的对应关系叫做函数关系.

定义 在某个变化过程中有两个变量x和y，如果对于x的变化范围内的每一个值，通过某种确定的对应法则f，y总有一个唯一确定的值与之对应，则称y是定义在这个变化范围上的x的函数，简称y是x的函数（y又称为因变量），记为：

$$y=f(x).$$

而y对x的对应法则"f"称为**函数关系**．x称为**自变量**，x的变化范围称为函数的**定义域**．

我们用符号$f(a)$表示$x=a$时函数$f(x)$的值，叫做当$x=a$时的**函数值**，有时也用记号$y|_{x=a}$来表示．函数值的全体称为函数$f(x)$的**值域**．

记号$y=f(x)$中，"f"只表示y与x的对应法则，不能看作"f"乘x．

表示函数常用的记号有：$y=f(x)$，$y=F(x)$，$y=\varphi(x)$，$y=g(x)$等．

如果我们仔细分析一下，可以看到，上述函数概念涉及函数的三个基本要素，即①自变量x的取值范围——定义域；②函数值的范围——值域；③变量y与x的对应法则"f"．

应该特别着重指出的是，函数概念的核心是一个对应法则，只有根据这个法则，才能对于每一个x值有唯一确定的y值与之对应．

下面我们借助于直观的图示来加深对函数关系f的理解（见图1.2）．

现将函数关系f比作一部数值变换器，把定义域中的每一个值x，输入到数值变换器中，通过f的"作用"，输出来的就是值域中的函数值$f(x)$．

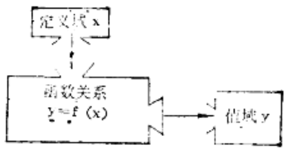


图1.2

2．求函数值

如自由落体中，$S(t)=\frac{1}{2}gt^2$，当$t=1.5$時，对应的函数值就是：

$$S(1.5)=\frac{1}{2}\times 9.8\times 1.5^2=11.025$$

有时也记为：

$$S|_{t=1.5}=11.025$$

又如函数$f(x)=3x^2-2x+1$，则有：

$$f(0)=3\times 0^2-2\times 0+1=1$$

$$f(x_0)=3x_0^2-2x_0+1$$

$$f(a+b)=3(a+b)^2-2(a+b)+1$$
$$=3a^2+3b^2+6ab-2a-2b+1$$

可见，求$x=a$时的函数值，只要把函数关系中的自变量x用a代替就行了．

3．求函数的定义域

函数的定义域指明函数关系的适用范围．也就是说，只有当自变量在定义域中取值时，因变量才有确定的对应值，这

时，我们就说函数是有定义的.

为了简便起见，我们常用“区间”来表示函数的定义域.

两个实数间的全体实数叫做区间. 该二实数叫区间的**端点**. 设$a<b$为二实数，满足$a\leqslant x\leqslant b$的全体实数x叫做以a、b为端点的闭区间，记作$[a, b]$. 满足$a<x<b$的全体实数x叫做以a、b为端点的开区间，记作(a, b). 满足$a\leqslant x<b$或$a<x\leqslant b$的全体实数x叫半开区间，记作$[a, b)$或$(a, b]$，此外还有无穷区间$(-\infty, a)$，$(-\infty, +\infty)$，$[a, +\infty)$，$(a, +\infty)$等.

例4 求函数$f(x)=\dfrac{2}{x-3}$的定义域.

解 因为仅当分式的分母$x-3=0$时，即当$x=3$时，函数$f(x)$无意义，所以函数$f(x)$的定义域是$(-\infty, 3)$、$(3, +\infty)$，这里$(-\infty, 3)$表示小于3的所有实数，即$-\infty<x<3$，同理，$(3, +\infty)$表示$3<x<+\infty$.

例5 求函数$f(x)=\sqrt{4x+1}$的定义域，

解 因为要使偶次根式有意义，必须

$$4x+1\geqslant 0，即x\geqslant -\frac{1}{4}$$

所以函数$f(x)$的定义域是：$-\dfrac{1}{4}\leqslant x<+\infty$，或$\left[-\dfrac{1}{4}, +\infty\right)$.

例6 求函数$f(x)=\lg(2x-3)$的定义域.

解 因为要使对数式有意义，必须

$$2x-3>0，即x>\frac{3}{2}$$

所以函数$f(x)$的定义域是：$\dfrac{3}{2}<x<+\infty$或$\left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$.

例7　求函数$f(x)=\sqrt{1-x}+\lg(1+x)+2$的定义域.

解　因为使$\sqrt{1-x}$有意义的实数是$-\infty<x\leqslant 1$，而使$\lg(1+x)$有意义的实数是$-1<x<+\infty$，所以函数$f(x)=\sqrt{1-x}+\lg(1+x)+2$的定义域是

$$-1<x\leqslant 1 \text{或} (-1,1].$$

例8　某工厂生产某产品，每日最多生产100吨，固定成本为130元，每多生产1吨，成本增加6元，则每日产品的总成本C是日产量x的函数

$$C=f(x)=130+6x$$

定义域是$0\leqslant x\leqslant 100$或$[0,100]$. 它是由具体问题确定的.

函数的定义域可用不同方式表示：①不等式；②区间；③集合.

在求函数定义域时，必须掌握以下几点：

（1）在实际问题中，必须考虑变量的实际意义.

（2）在函数的数学表达式的研究中，必须考虑计算是否可行：

①函数式里若有分式，分母的值不能为零；

②函数式里若有偶次根式，根号下所含的式子的值必须大于或等于零；

③函数式里若有对数式，则其真数必须大于零

④函数式里若有正切或余切函数，在正切、余切函数符号下的式子的值分别不能等于$k\pi+\frac{\pi}{2}$、$k\pi$（k是整数）；

⑤函数式里若有反正弦函数或反余弦函数，在反正弦、反余弦函数符号下的式子的绝对值不能大于1.

下面介绍以后常要用到的"邻域"这一概念.

定义　以x_0为中心，长度为$2\delta(\delta>0)$的对称开区间称为点