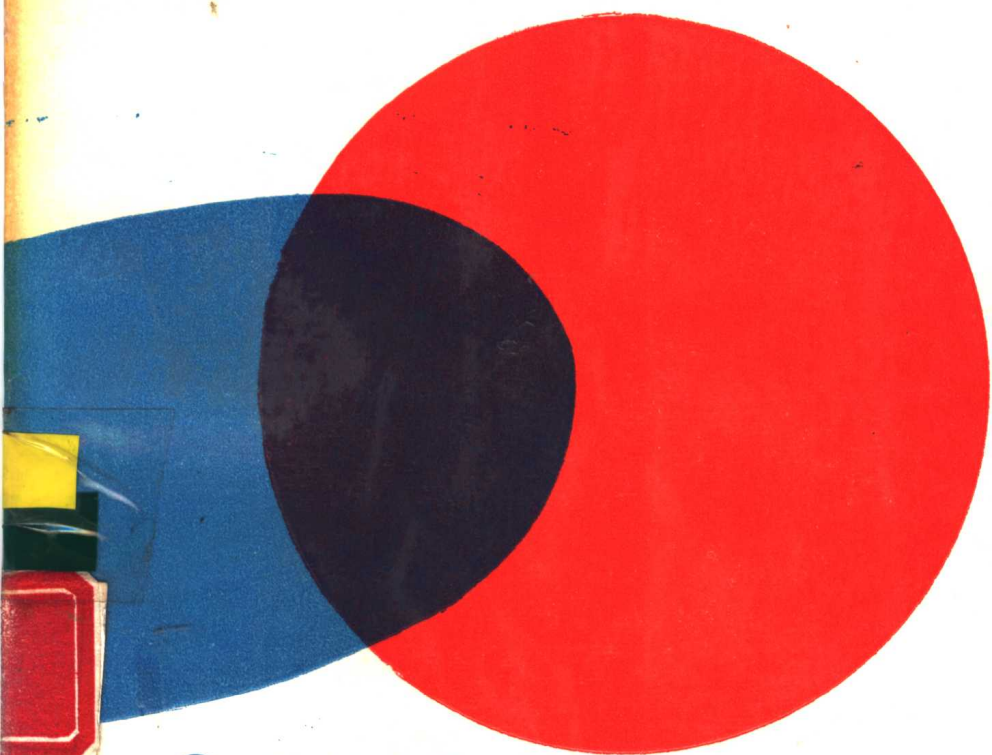


GUANLISHUXUE JICHUZHISHI

管理数学 基础知识



● 张忠辅 李致中 杨承恩 编

● 中国铁道出版社

管 理 数 学 基 础 知 识

张忠辅 李致中 杨承恩 编

中 国 铁 道 出 版 社

1987年·北京

内 容 简 介

本书主要包括两部分内容：现代管理方法的数学基础和现代管理的数学方法。前一部分内容有概率论初步、数据的整理与分析、回归分析、矩阵及其应用，这部分着重讲述基本概念。后一部分内容有统筹法、线性规划、动态规划、排队论，这部分着重讲述基本方法。本书可供各级管理人员学习参考。

编写分工：第一章张忠辅、李致中，第二、五、六、八章李致中，第三、四章张忠辅，第七章杨承恩。

全书由李致中审修。

管 理 数 学 基 础 知 识

张忠辅 李致中 杨承恩 编

中国铁道出版社出版

责任编辑 胡舜珣 封面设计 翟 达

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

北京市华东印刷厂印

开本：787×1092毫米 1/32 印张：9.5 字数：218 千

1987年9月 第1版 第1次印刷

印数：0001—5,000册 定价：2.00元

目 录

第一章 统 筹 法	1
第一节 引 言	1
第二节 统 筹 图	3
第三节 统筹图的关键线路	10
第四节 统筹图时间参数的计算	12
第二章 概率论初步	21
第一节 事件及其概率	22
第二节 事件的运算	28
第三节 概率加法原理	32
第四节 条件概率及独立性	37
第五节 古典概型	46
第六节 伯努利概型	55
第七节 全概率公式和贝叶斯公式	61
第八节 随机变数及其分布	64
第九节 随机变数的数字特征	84
第十节 切贝雪夫定理	96
第三章 数据的整理与分析	101
第一节 引 言	101
第二节 几个重要的特征数	104
第三节 频数分布和频数分布函数	110
第四节 正态分布	115
第五节 常见的分布	117
第六节 统计判断	125
第四章 回归分析	132
第一节 变量间的函数关系和相关关系	132

第二节	一元线性回归方程	134
第三节	相关系数	147
第四节	一元非线性回归问题	153
第五节	多元回归问题	156
第五章	矩阵及其应用	164
第一节	矩阵的定义	164
第二节	矩阵的运算及其性质	173
第三节	方阵及方阵求逆	184
第四节	矩阵的应用举例	191
第六章	线性规划	200
第一节	线性规划的数学模型	200
第二节	康特洛维奇问题及表上作业法	207
第三节	在品种间有条件代用的情形下物 资调运问题	214
第四节	单纯形法	219
第七章	动态规划	233
第一节	基本概念	234
第二节	一般解法	238
第三节	应用举例 I (离散型)	245
第四节	应用举例 II (连续型)	254
第五节	应用举例 III (随机型)	259
第八章	排队论	263
第一节	概 述	263
第二节	输入过程和服务时间分布	266
第三节	损失制的 $M/M/S$ 排队系统	274
第四节	等待制的 $M/M/S$ 排队系统	284
第五节	应用举例	294
第六节	常见随机服务系统公式汇总表	298

由图可知，完成这项任务总共耗费的时间为17天。但是，如果把各工序都分为三段，并按下述的统筹图来实施（见图1—1），那么，在使用人力、物力相同的条件下，完成此项工作所耗费的总时间为11天（根据关键路线推算得出），比原计划提前6天完成任务。

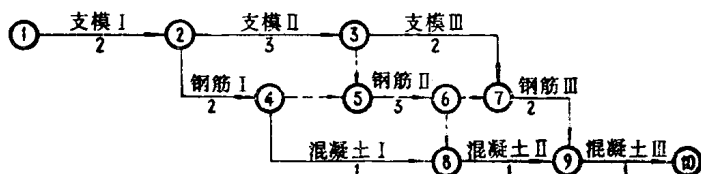


图 1—1

上述例子中的横道图是工程管理中经常使用的一种传统方法，由于是甘特最早使用，所以横道图又叫甘特图。但是，当一项工程的工序很多，工序间的衔接和制约关系很复杂时，使用横道图进行管理是极不得力的，因为横道图无法清晰地表达工序之间的衔接和制约关系。

上例中的统筹图是本世纪50年代开始使用的一种工程管理工作方法。它吸收了横道图将整个工程分为若干工序并确定各工序工时等内容，扬弃了横道图的形式，而用网络图清晰、准确、严格地表达工序间衔接和制约关系，使之成为提高计划管理水平的有力工具。

二次世界大战后，生产社会化达到一个新水平，市场空前扩大，技术革新突飞猛进，因而引起计划管理理论与方法的变革。1957年美国杜邦公司和兰德公司共同研究应用了一种新的计划管理方法，叫做关键线路法（英文原名的缩写为CPM），用以协调公司内部不同业务部门之间的工作。CPM法最早用于计划和管理化学工厂的筹建，其结果使该

项工程比原计划缩短了两个月的时间。稍后，该公司又把 CPM 法用于某项设备大修工程的管理，使停工时间由 125 小时缩短为 78 小时。1958 年美国海军武器规划局特别规划室又提出计划评审技术（英文原名的缩写为 PERT）。他们把 PERT 方法应用于发展和建造北极星导弹潜艇计划（当时参加这项工程的厂商多达一万多家），使之提前两年完成任务。随后又把 PERT 应用于其他行业，都取得了显著成效。尽管 CPM 与 PERT 是彼此独立发展起来的两种方法，但它们的基本原理是一致的，都是用统筹图对工程进行计划管理。美国广泛应用 CPM 和 PERT 于各行业并取得了很好的效果，引起了英、法、日本、联邦德国、加拿大、苏联、捷克斯洛伐克等国的重视。各国在推广应用上述方法的过程中，其形态和方法虽变化繁多，名称不一，但基本原理仍相一致。

华罗庚教授于 1965 年把上述两种方法介绍给我国，并考虑到这种新的科学的计划管理方法，其核心在于“统筹兼顾、适当安排”，故名之为统筹法。

第二节 统 筹 图

一、统筹图的组成要素

图 1—2 给出的是一个统筹图。它包括四个要素：箭杆、节点、线路，及虚箭杆。

1. 箭杆。箭杆表示一项工序，一般把工序的名称写在箭杆上面，把这项工序所耗费的时间写在箭杆下面，如图 1—3 所示。一项工序的完成是要耗费时间、

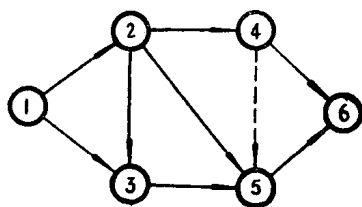


图 1—2

人力、物力等资源的，所以在—个统筹图中，—个箭杆就代表了时间和资源—定的

量的消耗。但是，—般

不用箭杆的长短来表示

这种消耗的多少，这样

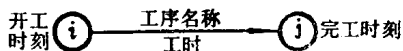


图 1—3

做对统筹图的绘制是很有好处的。为了绘图的方便，箭杆不一定是水平直线，可以是斜直线，也可以不是直线而是折线。

2. 节点。节点是前后箭杆之间的连接点，用—个小圆圈表示。每—圆圈给—个编号，编号写在圆圈内，如图 1—3 所示。节点表示紧接某项工序之前的工序（紧前工序）的结束时刻和该项工序的（前项工序的紧后工序）开始时刻以及其间的衔接关系。节点是不耗费时间和不消耗任何资源的。节点又分为开始节点，终了节点和中间节点。如图 1—2 中的节点①，表示该项工程的开始时刻，称作统筹图的开始节点。节点⑥表示该项工程的终了时刻，称作统筹图的终了节点。其余节点②，③，④，⑤都是中间节点。—个统筹图只允许有—个开始节点和—个终了节点。每—个箭杆都和两个节点连结，分别表示工序的开工时刻和完工时刻。两个节点的编号为该箭杆的代号。

3. 线路。线路是指由统筹图的始点开始，沿箭杆方向顺序接连到达终点的通道。如图 1—2 中的①→②→⑤→⑥，①→②→④→⑥等等。

4. 虚箭杆。图 1—2 中④→⑤为虚箭杆，它表示—个虚拟的工序，不存在任何具体实在的工作内容，从而也不耗费时间和任何资源。这个虚箭杆表示工序②→④、工序②→⑤、③→⑤共同为工序⑤→⑥的紧前工序。例如，在车站调车作业中，当制定调车计划（A）后，才能传送调车计划（C）和推峰（D），但推峰（D）又必须在技货检（B）之

后才能进行。 A 、 B 、 C 、 D 四道工序之间的关系画成图 1—4 是不正确的。按图 1—4，工序 D 的紧前工序为 A 及 B ，但工序 C 亦以工序 A 、 B 为紧前工序，这就不对了。事实上，工序 C 仅以工序 A 为紧前工序。故正确表达工序 A 、 B 、 C 、 D 之间的逻辑关系应引入虚箭杆如图 1—5 所示。又例如在图 1—1 中，我们把支模板、绑钢筋、浇混凝土各分为三段交错施工时，为正确表达其间的逻辑关系而引入③→⑤、④→⑤、⑥→⑦及⑥→⑧等 4 条虚箭杆。

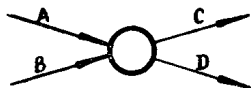


图 1—4

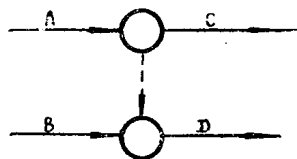


图 1—5

二、统筹图的编制

编制统筹图的方法及基本规则是：

1. 制定各工序的工时及逻辑关系表

这是编制统筹图的第一步工作。这项工作要求正确制定整个工程的实施方案并确定工作顺序，写出各道工序并确定其工时，要求准确掌握各工序之间的衔接和制约关系，然后将上述结果汇总列表。下面以有调中转车的技术作业过程为例，将它的各工序、工时及工序间的逻辑关系等资料汇总列表如下（表 1—1）。

2. 编制统筹图时必须遵循下列基本规则

（1）统筹图中不允许出现循环回路

在统筹图中，从某一节点出发顺着某一路线又回到出发点时，将该路线叫做一个循环回路，如图 1—6 所示①→②→③→①是一个循环回路，①→②→⑤→③→①及①→②

→④→⑤→③→①也是循环回路。若按循环回路工作则将无休止地进行下去，这当然是不允许的。这种情形是由于工序间逻辑关系的错误所引起的。正确地分析工序间的衔接和制约关系就可以消除循环回路。

表 1—1

工序名称及代号	工时 (分钟)	紧前工序
车长交票据 (a)	2	—
货运检查 (b)	15	—
技术检查 (c)	25	—
核对现车 (d)	6	a
货、技检汇报 (e)	2	b、c
开调车单 (f)	6	e
调机连挂 (g)	4	f
传送调车单 (h)	3	f
推送车辆 (k)	4	g
溜放车辆 (m)	8	h、k

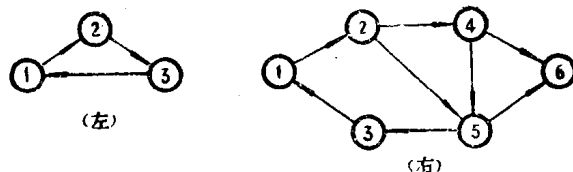


图 1—6

(2) 在统筹图中不同的箭杆不能有相同的编号

如图 1—7(a)所示，箭杆②→⑩左边的两个箭杆表示两道工序（它们都是箭杆②→⑩的紧前工序），其编号相同，这样就分不清编号①→②指的是哪一箭杆。正确的表示方法如图 1—7(b)所示，增加一个节点和一个虚箭杆，①→②和①→③两箭杆表示两道工序，虚箭杆③→②表示工序间

的一种联系关系。

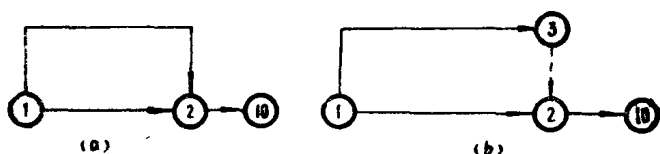


图 1-7

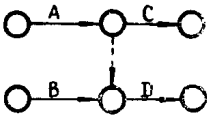
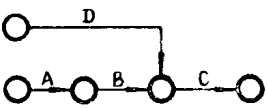
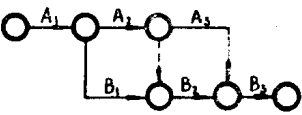
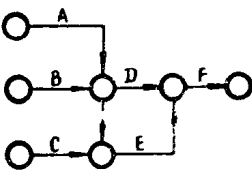
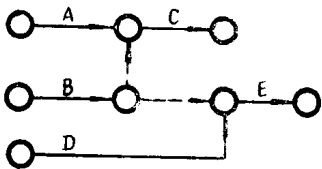
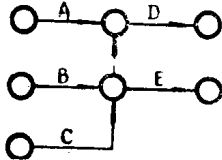
(3) 在统筹图中只允许出现一个起始节点和一个终了节点

必要时可以用增加一些虚箭杆的办法使一个统筹图中只有一个起始节点和一个终了节点。

表 1-2 为统筹图中常见的各工序间逻辑关系的表示方法。

统筹图中各工序间逻辑关系的表示方法 表 1-2

工序间的逻辑关系	在统筹图中的表示方法
A完成后, 进行B和C	
A和B完成后, 进行C	
A和B完成后, 进行C和D	

工序间的逻辑关系	在统筹图中的表示方法
A完成后, 进行C, A和B完成后, 进行D	
A完成后, 进行B, B和D完成后, 进行C	
A和B各分三段 A_1, A_2, A_3 和 B_1, B_2, B_3 交错进行; A_1 完成后进行 A_2 , A_2 完成后进行 A_3 , A_1 完成后进行 B_1 , A_2 和 B_1 完成后进行 B_2 , A_3 和 B_2 完成后, 进行 B_3	
A和B完成后, 进行D, A、B、C均完成后, 进行E, D和E完成后, 进行F	
A和B完成后, 进行C, B和D完成后, 进行E	
A、B、C均完成后, 进行D, B和C完成后, 进行E	

按照上述基本规则及基本表示方法, 根据表 1—1 所列资料编制有调中转技术作业过程的统筹图如图 1—8 所示。

在车站技术管理工作中, 有调中转的技术作业过程通常用传统的横道图来表示, 如表 1—3 所示。

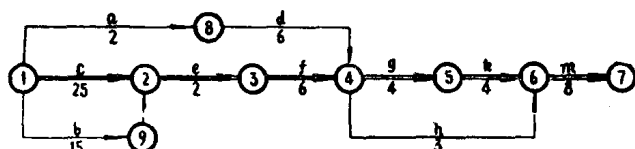


图 1—8

有调中转技术作业过程横道图

表 1—3

顺序	作业项目	各项作业时间
1	技术检修	
2	票据交接	
3	核对现车	
4	货运检查	
5	汇报技检	
6	汇报货检	
7	开调车单	
8	送调车单	
9	调车连挂	
10	送车辆	
11	溜放	

比较图 1—8 及表 1—3, 显然前者较后者更清晰、准

确直观地表达了作业过程，更易于被人们所掌握，也便于实施中调整和控制。

第三节 统筹图的关键线路

一、关键线路

将统筹图中线路上各箭杆下面标明的工时加在一起所得到的时间叫做这条线路的工期。统筹图编制完后，就可以算出它每条线路的工期。图 1—8 所示的统筹图共有 6 条线路，下面列出其中三条线路并算出它们各自的工期。

$$\begin{aligned} \text{其一：} & \text{①} \rightarrow \text{②} \rightarrow \text{③} \rightarrow \text{④} \rightarrow \text{⑤} \rightarrow \text{⑥} \rightarrow \text{⑦}, \text{工期为 } 25 + 2 \\ & \quad 25 \quad 2 \quad 6 \quad 4 \quad 4 \quad 8 \\ & \quad + 6 + 4 + 4 + 8 = 49 \text{ (分钟)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其二：} & \text{①} \rightarrow \text{⑨} \rightarrow \text{③} \rightarrow \text{④} \rightarrow \text{⑥} \rightarrow \text{⑦}, \text{工期为 } 15 + 2 \\ & \quad 15 \quad 2 \quad 6 \quad 3 \quad 8 \\ & \quad + 6 + 3 + 8 = 34 \text{ (分钟)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其三：} & \text{①} \rightarrow \text{⑧} \rightarrow \text{④} \rightarrow \text{⑤} \rightarrow \text{⑥} \rightarrow \text{⑦}, \text{工期为 } 2 + 6 \\ & \quad 2 \quad 6 \quad 4 \quad 4 \quad 8 \\ & \quad + 4 + 4 + 8 = 24 \text{ (分钟)} \end{aligned}$$

因为每一个线路反映了一个“生产流程”，各线路彼此无衔接关系，这些“生产流程”可以平行进行。时间长的生产流程完成了，时间短的生产流程亦可以完成。在统筹图中，从控制整个工程的工期的观点看，工期最长的线路是关键性线路，故称之为关键线路。关键线路的工期就是整个工程的工期。上面计算了图 1—8 的三条线路的工期，工期最长的是第一条线路。所以第一条线路就是图 1—8 的关键线路。整个工程的工期为 49 分钟。

关键线路(亦称主要矛盾线或临界线)上的每个工序称为关键工序。为了区别关键线路和非关键线路，在编制统筹图时，往往把关键线路画成红线、粗线或双线。要注意，有些

统筹图的关键线路不止一条。

对于一项比较复杂的工程（如铁路新建及改建、大型建筑物和工厂的建筑施工、大型设备的修理、新产品的研制等等铁路上经常遇到的问题），用统筹图可以帮助人们有条理地进行分析并找出其关键线路，从而确定工程的工期。如果关键线路上各工序的工作进度被耽误了，整个工程的工期也就要延迟。相反，如果采取有效措施缩短关键线路的工期，则整个工程就能提前完成。统筹法的一个主要目标是缩短整个工程的工期。达到这一目标的做法大致可概括为：在统筹图上找出关键线路，明确关键工序，然后采取有效措施缩短各关键工序的工时，注意控制关键线路各工序的工作，从而达到缩短工期的目的。

因此，找出关键线路是统筹法的首要工作。寻找关键线路的方法有多种，除了算出每条线路的工期然后进行比较的方法外，常用的还有计算时差法、破圈法等。

二、缩短关键工序的措施

缩短关键工序的工时一般有以下几种办法：

1. 尽量采用平行作业和交错作业。平行作业和交错作业是铁路运输中常用的作业方法。所谓平行作业，就是把一项工序拆成几道平行而互不相干的子工序，各自以独立方式进行工作。例如，列车的技术检查，若只派一个车检小组去完成则需25分钟，若将列车分为两部分，每一部分派一个车检小组工作，两部分平行地进行检查，只需13分钟，这样就可缩短将近一半的时间。所谓交错作业，就是把几道相连的工序分成若干段交错进行。例如第一节所举的第一个例子中把支模板、绑钢筋、浇混凝土等三道相连接的工序分为三段交错进行，从而使总工期由17天缩短为11天。

2. 在关键工序上大搞“双革”活动。

3. 在非关键工序上尽量挖潜力。非关键工序一般在时间上总有机动的余地,即非关键工序上的人力物力常有潜力可挖,并用以支援关键工序。如某站甲、乙两装卸作业组同时装60吨及30吨同样的货物,分工时应将装30吨一组的部分人力、物力支援装60吨一组的工作,这样使两车同时装好挂运,从而缩短了车辆的停留时间。

4. “集中兵力打歼灭战”。例如,设某站需卸完两车后再用来装车,又设两作业组只卸不装,两作业组只装不卸,若每一卸车组卸一车,每一装车组装一车各需一小时,则装卸共需两小时。如果集中两组卸车和装车,则装卸共需一个半小时,这样“集中兵力打歼灭战”就可缩短装卸作业时间。

5. 要优先保证关键工序的人力、物力,特别是当非关键工序与关键工序在人力、物力有矛盾时,非关键工序应尽可能让路。

三、关键线路的转移

在统筹图的实施过程中,一定要注意关键路线的转移。这就是说,计划中的统筹图,在实施过程中不会一成不变。例如,由于在关键工序上采取某些措施而缩短了工时,这样可能使关键线路的工期缩短到比某些非关键线路的工期还短,使后者变成了关键线路;或者由于事先估计不足或施工组织上的问题,使非关键线路拖延了工作进度,从而出现了非关键工序的工期比关键线路的工期还长,使非关键线路变成了关键线路。以上两种情况都引起了关键线路的转移。这时就要相应地调整统筹图控制新的关键线路,尽量缩短其工期。

第四节 统筹图时间参数的计算

在统筹图中,一项工序的工作时间会受到一定限制。一