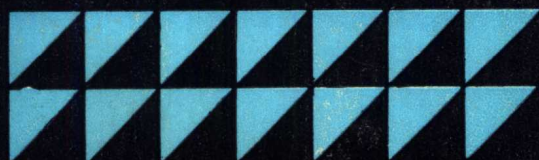


数学教学

SHUXUEJIAOXUE
XINLIXUE

● [苏] З. И. 斯涅普坎著
● 时 勘等译 重庆出版社

心理学



数 学 教 学 心 理 学

[苏] 3. И. 斯涅普坎 著

时 勘 龚建宇 译

李祥林 陈演民

冯 忠 良 审 校

责任编辑：冯瑞奇

封面设计：王孝国

时 勘 等译

数 学 教 学 心 理 学

重庆出版社出版、发行（重庆长江二路205号）
新华书店经销 重庆印制一厂印刷

*

开本787×1092 1/32 印张7 插页2 字数 137 千
1987年11月第一版 1987年11月第一版第一次印刷
印数：1—4,500

*

ISBN 7-5366-0014-3

G · 29

书号：7114·559 定价：1.40元

内 容 简 介

这是一本数学教学心理学专著。本书分析了各教学阶段掌握数学概念、解题、证明定理的心理规律，介绍了运用苏联心理学和教学法的成果——在数学教学中使学生学习-认识活动积极化的各种方法，以及控制这一活动的可能性。本书可供普通中学数学教师之用，也可供心理学工作者、教学法研究者、师范院校的学生和研究生参阅。

047 45/17

致中译本读者

数学是现代科学技术的基础，数学教学在普通教育中占有重要地位。如何改进数学教学，提高数学教学质量，这是当前广大教育工作者所普遍关注的问题。

为要改进数学教学，必须了解学生学习数学过程的实质，研究并掌握其规律，这一点早已为大家所公认。由此，许多教育心理学工作者，长期以来，从事于数学教学的心理学研究，以便为数学教学的改革提供心理学依据。苏联З. И. 斯涅普坎(З. И. Снепкань)的《数学教学心理学》(《Психолого-педагогические основы обучения математике》)，(苏维埃学校出版社1983年出版)就是有关这方面的一本难得的新著。

此书作者认为，为要提高数学教学质量，必须提高学生学习活动中的认识积极性；为要提高认识积极性，必须使学生掌握智力活动方式。为此，作者依据心理学、教学法以及教学论专家的研究成果和有关教学经验，对数学概念的形成、命题的证明与解题过程这样三种学习活动，进行了探讨，分别对每一学习活动的智力动作成分及其掌握问题，提出了自己的见解。本书作为一本数学教学心理学专著，其体系虽不够齐全，但上述三方面问题确是数学教学心理学中的核心问题。作者对于这三个问题的论述，不仅范围较广，引证材料较为充分，而且观点新颖，有一定的深度。本书基本

上能反映出苏联有关研究的现有水平。

此书的另一个特点是，与中学数学教学内容的联系较为密切。类似这样的著作，无论国内国外，都并不多见。通过此书，不仅可以了解苏联数学教学研究的新进展，同时可以从中吸取许多对我国教学改革和研究工作颇有价值的东西。为此，谨向广大读者推荐此书。

此书是由时勘（前言、绪论、第一章、第四章第一节、结束语）、龚建宇（第二章）、李祥林（第三章）、陈演民、蔡燮璜（第四章）翻译的，时勘对全书各章进行了校对和统稿，李祥林、杨安鸣也参加了部分章节的校对工作，最后由我对全书译稿进行统一审校。

限于译校者的水平，中译本的错误和不当之处一定不少，敬希各位读者指正。

冯忠良

一九八五年七月于北京师范大学

前 言

学校面临的任务是培养学生适应发达社会主义条件下的劳动和生活，这就要求形成学生积极参与科学技术和社会进步活动的个性品质。学习活动是学生活动的主要形式，因此，应当探寻在这一过程中提高学生积极性的可能性。这不仅有助于改善培养学生的教育质量，而且有助于形成他们的积极个性。

科学技术的进步要求人们以特殊的方式进行思维，这就要求思维的准确性、确定性和严密性，而这些品质往往能体现在数学活动中。

在当代，数学科学已渗透到科学和实践活动的各个领域，它同其他学科一道，已成为社会的直接生产力。所以，要使学生达到现代水平的要求，数学具有重要的作用。

由于学科的特点，学习数学有一些客观困难，因此必须研究学生思维的心理规律和认识活动的个性特征。著名的苏联数学家Б. Б. 格列千科在评价这一观点的意义时指出：

“对于发展国民经济来说，重要的是更充分地认识思维过程的动作机制。为了在教学过程中减轻儿童、成人的负担，加快进度，提高效率，以及最大限度地培养人的创造力，首先认识思维过程的动作机制是必要的” [11, 第10页]*。

* [11, 第10页]——方括号内第一个数字标示参考文献的序号（参考文献附书末）；若有页码，则标示该文献的页码，下同。

众所周知，苏联学校的教学履行三方面最重要职能：教育、培养和发展。在现阶段必须显著地加强教学的发展和培养职能。今天，普通学校最重要的任务之一，就是广泛培养所有学生的自我教育能力。教学生怎样学习的任务完成得如何，将制约学生独立思维能力的发展以及他们认识活动和主动创造精神的积极化。心理学家的研究表明，只有当学习内容成为学生积极活动的对象，并且使这些活动与教材内容完全一致时，学生才能真正地加以理解。

很多心理学家、教学论专家、教学法专家认为，可以通过系统地教学生学习智力活动和作业的有效而合理的方法来实现上述任务。只有掌握了智力活动的方式和作业的合理方法，才能为学生独立的认识提供有效的工具。苏联著名的教学法专家M. H. 斯卡特金认为：“在课程大纲和教学参考书中应当规定数学教学中应形成三种能力和技能：1)本学科方面的；2)一般能力方面的(智力活动的方式)；3)学习活动和自我教育的技能”[47]。

近年来，不仅心理学家、教学论专家、教学法专家、数学家，而且教学实践中的教师都在谈论，在数学教学过程中必须考虑到学生思维的心理规律，形成智力活动的方式。但是，数学教师在自己的活动中并不总是遵循教学过程的心理学和教育学原理，并没有完全地运用现代教育心理学和教育学的成果。这一点，可由下列事实来说明：在对数学教师进行心理学、教育学培训时，并没有考虑到他们未来的职业需要，而教学实践中的教师对于现代心理学和教育学的成果又了解甚少，因为在有关心理学和教育学问题的参考文献中，并没有介绍数学教学过程中运用心理学家和教育学家的研究

成果的问题。

在本书中，根据现代心理学的学习 (научение) 理论和教学体系，提出了在数学课学习中组织和控制学生学习-认识活动的三种主要形式：

- 1) 形成数学概念；
- 2) 证明数学论点；
- 3) 解题。

教师的目的是直接和间接地形成学生各种学习-认识活动一般和特殊的智力动作方式。在本书中，阐明了在学习有关大纲材料时控制学生学习活动的方法，揭示了确保学生深刻和牢固地掌握数学知识以及形成运用数学知识能力的心理条件和教育条件。作者不仅依据心理学家和教学论专家的研究成果，而且也参照了数学教师取得高效率的教学效果的实践经验。

本书的第一章具有很大的参考价值，该章简明地阐述了现代心理学关于学习实质的理论，由此为后几章常用的一些心理学术语的意义提供了基础，并对一般的智力动作（分析、综合、比较、抽象、概括、分类）提供了心理学的解释。

后三章阐述了形成数学概念、证明数学论点和解题教学的教学心理学原理。

本书的结束语中，谈到了学习动机、数学知识的巩固和基本生产教育制度的原则等数学教学过程中重要的问题。

绪 论

运用心理学、教育学指导学生学习，这并不是什么新的提法。但是，解决问题的方式在不同的教育发展阶段则是不断变化的，它们往往受制于当时社会对学校提出的要求，受制于心理学理论和教学体系的研究水平。К. Д. 乌申斯基认为，用有益的知识武装学生和发展他们的认识能力，是两个应当同时完成的任务。Н. К. 克鲁普斯卡娅也指出了劳动职业技术学校培养儿童独立理解和掌握知识能力方面的最重要作用。

近几十年来，在心理学、教育学以及学校的教学实践中对于使学生认识活动积极化的方法和措施进行了大量的研究。同时，积极的认识活动不仅作为掌握知识、技能和技巧的手段，而且也被认为是学生智力发展的最重要的源泉。

先进教师的经验表明，学生高昂的认识积极性只有在问题教学、知识的系统化和与此相应的活动中才能得到充分保持。发展性教学要求教师不仅在课堂上和学生一道运用学习的各种方法和形式，而且要系统地教他们完成各种学习-认识活动的方式。学习-认识活动的控制和自我控制只有在学生掌握了智力活动方式，并通过这些方式掌握了学习的合理方法的条件下才能实现。

在课前准备中，教师不仅应仔细地选择教材的次序，将其划分为“掌握的单位”，考虑所要掌握的概念形式，而且要

弄清学生的活动方式并将其程序化，即借助于智力动作和教学手段，使学生有计划地掌握教材。同时，应当考虑到，学生已经掌握了哪些知识及其活动方式和方法，和在这一学习阶段应该掌握哪些知识、活动方式和方法，并注意不同阶段学生的感知、记忆、思维的规律以及年龄特征和个别差异。选取什么样的掌握数学教材的方式，往往取决于具体的教学目的和教育目的，取决于教材内容的特点以及学生理解新知识的准备情况等等。所以，在一些情况下，由教师讲解教材，学生再现和巩固，在另一些情况下，组织探讨活动；揭示概念的本质特征和组成定义，寻求几何证明和解题的标准方法，探寻非标准题解法的启发性活动，等等。应当选择这样的组织学生认识活动的方式：使他们在掌握知识过程中既获得实践活动的具体方法，也获得智力动作的方式。智力动作的一般和特殊方式（通过这些方式形成教学工作的合理方法）应当成为掌握和有意识地运用的对象。因此，让学生掌握完成每一种智力操作的规则、算法、定向规则以及学习活动基本类型的启发性图式是十分有益的。

数学同其他学科一道，完成着形成和全面协调发展个性的任务。在数学学习中获得的知识、技能和技巧，获得的智力发展应当有助于学生中学毕业后适应日新月异的生产活动的需要。所以，提出发展智力、发展思维的任务并不是偶然的。在现阶段，发展学生的一般能力是数学教学的基本任务之一。

心理学家认为，学生智力发展水平的最一般指标是学习的接受性（обучаемость）。З. И. 卡尔梅科娃在她的论文《学习的接受性及其测量的结构原则》中提出，接受性具有

以下特征:

1) 思维活动的概括性, 指对材料的本质要素的抽象和概括;

2) 思维的意识性, 确定实践和语言-逻辑方面的相应关系;

3) 思维活动的灵活性;

4) 思维活动的稳定性;

5) 思维的独立性, 对帮助的敏感性。

当我们谈到借助学习数学发展智力、发展思维的可能性时, 应当记住数学科学的本质。根据恩格斯的著名论断, 数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的科学, 它把这些数量关系和空间形式从内容中划分(抽象)出来。抽象和概括是数学的本质属性, 而专门的语言、符号标志是它的特征。数学为使知识形式化, 运用了联系和关系的形式结构。数学是演绎的科学, 公理方法是现代理论结构中的重要方法。通过掌握数学知识, 可以发展概括和抽象能力, 组织知识的能力, 运用形式结构、数量和符号标志的能力, 将言语表述的已形成的规律翻译成符号语言的能力和寻找解决非标准化习题方法的能力(A. H. 科尔莫果洛夫“数学家谈职业”, 莫斯科, 1959年第3版, 第9页), 因为在数学教科书中确实有不能按照标准算法计算的习题。掌握数学知识还发展了寻找最简约、最有助于解题的逻辑方法的能力, 从一种智力操作转向另一种智力操作, 转向空间概念的能力。

A. Я. 赫恩琴指出, 数学知识影响着辩证唯物主义世界观以及精神的、意志的和道德的个性品质的形成。

心理学和逻辑学一样, 是数学教育的基础之一。K. Д.

乌申斯基写道：“如果教育要全面培养人，那么首先就应当全面了解人……心理学在教育学的运用方面和对于教师的必要性方面，都处于所有学科的首位”[52，第23、28页]。

苏联心理学家H. A. 敏钦斯卡娅、Д. H. 波戈雅夫列夫斯基、E. H. 卡班诺娃-梅涅尔、H. Ф. 塔雷齐娜、Г. С. 科斯鸠克、B. B. 达维多夫、Л. B. 赞科夫、Д. B. 艾利康宁、B. И. 列舍特里科夫的研究表明，学生智力发展水平不仅是由学生应当掌握的知识内容决定的，而且受到获得知识方式的制约。目前，国内外的心理学家、教学论专家、教学法专家和先进的教师，都在力图建立一种教学体系，使中学毕业生不仅掌握一定的知识体系，而且掌握智力活动的概括方法和学习的合理方式，为独立获得知识创造条件。

心理学理论揭示了学习的实质、内容、条件和原理，不依据心理学的学习理论，是不可能顺利完成上述任务的。

目 录

前言	(1)
绪论	(1)
第一章 学习心理学的理论问题	(1)
一、现代心理学的学习理论	(1)
二、关于一些心理学概念的几种解释	(9)
三、对一般智力动作的心理学解释	(11)
第二章 掌握数学概念的心理学和智力活动方式的形成	(18)
一、学生掌握数学概念活动的智力动作	(18)
二、系统化和分类在数学教学中的作用	(30)
三、直观教学在数学概念形成中的作用	(43)
四、类比在数学概念形成中的应用	(55)
五、学生的过去经验在数学概念形成中的影响	(58)
六、定义和数学符号在掌握数学概念中的作用	(65)
七、应用概念的心理规律	(72)
第三章 证明教学的教育心理学原理	(81)
一、数学教学法中的证明教学问题	(81)
二、对现有证明的研究	(85)

三、数学命题证明的智力活动结构的心理分析	(92)
四、题图在几何命题证明中的作用	(102)
五、证明方法和手段的教学	(106)
第四章 解题心理学和解题过程中控制学生思维活	
动的方法	(128)
一、关于“课题”的概念及其在教学中的作用	(128)
二、对学生解题过程中思维活动的控制	(136)
三、教学方法和教学设备在形成解题技能中的	
作用	(156)
四、应用数学知识解决实际问题的心理学依据	(167)
五、数学错误的教育心理学分析及其预防和消	
除的方法	(174)
结束语	(195)
参考文献	(201)

第一章 学习心理学的理论问题

一、现代心理学的学习理论

苏联教育理论认为，教学应强调在教师的主导作用下教师与学生的共同活动。教学过程一般分为两个方面：

1) 教——教师的活动：讲解教材，组织学生的学习-认识活动，检查学生对知识、技能和技巧的掌握情况；

2) 学——学生在教师指导下的认识活动：掌握知识，形成技能和技巧，巩固和应用知识。

心理学中的术语“学习”常常用于获得知识的任何过程——既适用于有组织的学习-认识活动，也适用于知识、技能和技巧的自然习得（例如，通过书、收音机、电视机，同人们的交往等等）。我们把经过合理组织，使学习具有一定目的和方向性的过程称为教学。同时，教学是激励学生内部和外部积极性并对其进行控制的过程。通过教学，使学生获得知识、技能和技巧。

在A. Б.伊捷里松[18][19]和H. Ф.塔雷齐娜[49]的著作里，阐述了现代心理学关于学习实质的理论。

最初产生的是学习的联想理论，它是建立在亚里士多德的认识理论的基础上的。这一学习理论的基本观点是联想。在心理学中，联想——是在一定条件下两个或两个以上的心理现象（感觉、运动动作、表象、思想等）之间形成的联系，这种联系的动作——联想的现实化，使联想的一部分现

象有规律地引起另一部分（或另一些）现象。联想的生理机制是条件反射。

学习的联想理论的实质是：任何认识都是从感觉开始的，然后发展到感觉的组合，知觉是由感觉联合而成，表象又是由知觉组成，最后形成概念。学习的本质就是人掌握对象之间的联系、特征、行为、心理状态等等。学习的内容就是人各部分感觉经验之间联想的组合。

在物理（空间和时间方面的邻近）、心理（相似和相反）、功能（目的和手段、质量和数量、原因和结果、现象和本质之间的关系等），逻辑（部分和整体、形式和内容、原因和结果的关系等）方面存在相似的共同成分是学习的条件。

观察和比较，差别和同一，区分和联合，分割和统一是学习的基础。由此，杨·阿莫斯·科敏斯基提出了直观性、接近性、稳定性、系统性、连续性、从局部到整体、从已知到未知、由近及远等一系列教学原则。

建立在联想理论基础上的教学过程的一般模式是德国教育家赫尔巴特提出的。而这一模式对于培养学生，使他们适应未来的实践活动是不够的。在二十世纪初，当生产力的发展对学校、对普通教育水平提出了新的社会要求时，学习的联想理论已不能建立适合于新要求的教学模式。

在这一时期，心理学家和生理学家研究了有关学习的各种类型的条件反射。支持该理论的苏联心理学家是以И. П. 巴甫洛夫的条件反射和无条件反射的学说为依据的。条件反射理论认为，学习的本质就是个体掌握事物和现象的本质特征，掌握能体现这些本质特征的有效动作和行为方式。学习