

希尔伯特

康斯坦西·瑞德著 上海科学技术出版社

1

Hilbert

Constance Reid

Springer-Verlag, 1970

希 尔 伯 特

康斯坦西·瑞德 著

袁向东 李文林 译

吴允曾 校

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

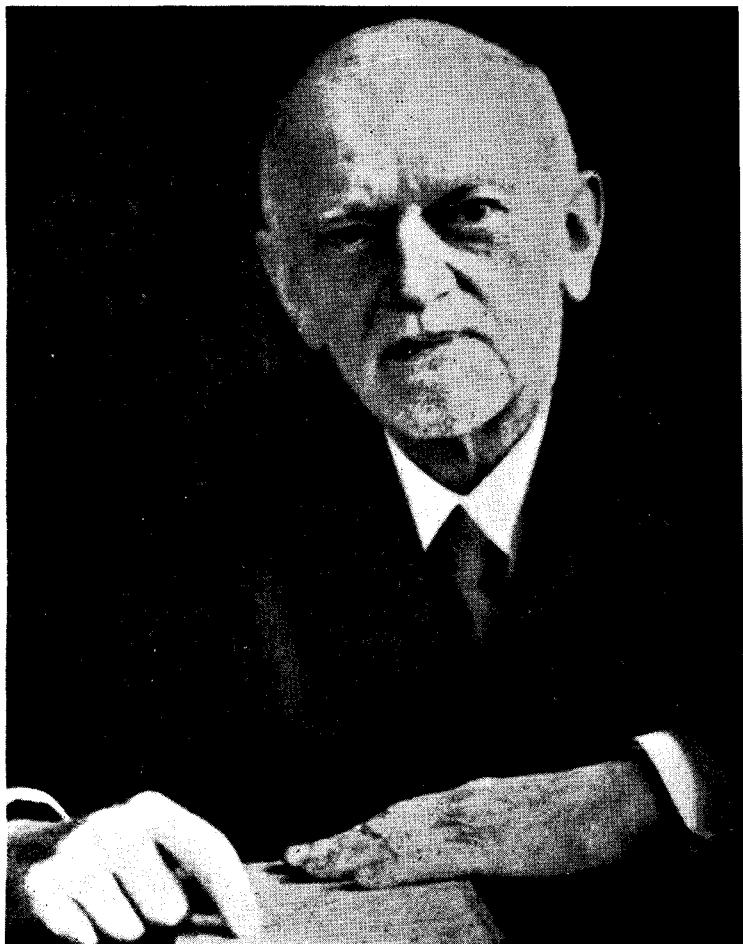
新华书店上海发行所发行 上海市印刷四厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9 插页 1 字数 197,000

1982年6月第1版 1982年6月第1次印刷

印数: 1-10,200

统一书号: 13119·998 定价: (科四) 0.86元



大卫·希尔伯特(1862—1943)

《大学数学丛书》

编辑出版说明

为我国大学生提供更多内容丰富的数学读物，这一直是我国数学界和出版界多年的宿愿之一。这套《丛书》就是以理工科数学(数理)系大学生为主要读者对象，兼供大专院校数学教师、科研工作者、中学数学教师和其它数学爱好者参考的读物。

《丛书》的内容大致包括这样几个方面：数学中某些分支或专题的入门介绍；体系新颖、别具一格的基础读物；数学史料、数学家传记和重要数学思想的介绍等。《丛书》中的各本可以是编著、编写而成，也可以是翻译、编译、摘译汇编而成。

《丛书》从1981年开始陆续出版。企盼数学界、教育界以及关心我国数学事业的各界人士不吝赐教，并望在推荐选题和编撰方面给予热忱支持。让我们为繁荣我国数学读物的出版事业而共同努力。

上海科学技术出版社

前 言

大卫·希尔伯特是他那个时代真正伟大的数学家之一。他的工作和他从事科学事业的那种感人品格，一直深深地影响着数学科学的发展，今天也依然如此。作为一个数学思想家，他眼力深邃、精力充沛、富于独创；他多才多艺、兴趣广泛；这一切使他成为许多数学领域的开拓者。他确是个出类拔萃的人物；深深地埋头于他的工作，把一切献给他的科学。他又是最好的教师和领头人：待人豁达开明，诲人不倦，有一股不达目的绝不罢休的劲头。

我是以希尔伯特为中心的数学团体里的一员。现在，这个团体里的人已经所剩无几了。我总是怀着一种强烈的愿望，应该出版一本他的传记。可是，一想到希尔伯特的工作涉及如此广阔的学术领域，就觉得任何单个的传记作家不可能写出这样的作品：充分而又恰当地评价这样一位高产科学家所有的工作以及他那优秀品行所产生的影响。所以，我听到瑞德夫人计划写这本书时，首先就产生了这样的怀疑，一位并不精通数学的人是否能够写出一本为人们所满意的书。而当我看到手稿时，事出所料，我的怀疑顿刻消逝。作者的成功，使我倍感欣喜。我确信，这本书不仅将为数学家们所神往，而且将以同样的魅力吸引对我们社会中伟大科学家的经历感兴趣的每一个人。

R·库朗

1969.11.23

i

序

这本书的大部分内容是根据回忆写成的。

许多在希尔伯特门下取得博士学位的先生和女士给了我非常友好的帮助，他们是：V. 勒贝捷夫·米勒 (Vera Lebedeff-Myller, 1906), R. 哥尼克 (Robert König, 1907), A. 斯盘瑟 (Andreas Speiser, 1909), R. 库朗 (Richard Courant, 1910), H. 斯坦豪斯 (Hugo Steinhaus, 1911), P. 丰克 (Paul Funk, 1911), L. 夫泼尔 (Ludwig Föppl, 1912), H. 克内索 (Hellmuth Kneser, 1921), H. 格里 (Haskell Curry, 1930), A. 史密特 (Arnold Schmidt, 1932), K. 舒特 (Kurt Schütte, 1934)。

另有一些已经去世的学生写的回忆录对我也是一种巨大的帮助。在这里，我特别感激 O. 布鲁门萨尔 (Otto Blumenthal, 1898)，他曾为希尔伯特全集写了一篇纲要性的传记，还为纪念希尔伯特 60 寿辰而出版的《自然科学》(Naturwissenschaften) 专刊写过一篇小传；我也同样感激 H. 魏伊尔 (Hermann Weyl, 1908)，他曾给皇家学会写了讣告，他的文章《大卫·希尔伯特和他的数学工作》已收进本书^{*)}。

也许，R. 库朗和 P. 贝尔奈斯 (Paul Bernays) 对我的帮助最为有益，因为他们跟希尔伯特交往的时间最长，关系也最密切。库朗自 1919 年到 1933 年一直是希尔伯特的同事，在其间的大部分时间里，库朗还担任数学研究所所长；贝尔奈斯在 1917 年到 1934 年间是希尔伯特研究逻辑和数学基础的助手和合作者。

^{*)} 这篇文章已译成中文，刊登于《科技史译文集》第一集，本译本不再收入。

在希尔伯特过去的物理助手中间, A. 兰德 (Alfred Landé), P. 爱瓦尔德 (Paul Ewald), A. 克拉采 (Adolf Kratzer) 和 L. 诺德海姆 (Lothar Nordheim) 慷慨地为本书献出了他们的时间和知识。我要特别感谢爱瓦尔德教授, 他提出了许多关于如何对希尔伯特的生活进行文学论述的意见。

我还访问了一些人, 他们虽然不是希尔伯特的学生, 但都在不同的时期跟哥廷根学派有过密切的联系, 他们给了我许多有关希尔伯特的情况。这些人包括: H. 勒威 (Hans Lewy), A. 奥斯特洛夫斯基 (Alexander Ostrowski), G. 波利亚 (George Pólya), B. 瑞利希 (Brigitte Rellich), C. L. 西格尔 (Carl Ludwig Siegel), G. 赛古 (Gabor Szegő), O. 陶斯基-托特 (Olga Taussky-Todd), J. 范·德·戈毕脱 (Jan van der Corput), B. L. 范·德·瓦尔登 (B. L. van der Waerden), E. 魏伊尔-巴 (Ellen Weyl-Bär), K. 里德迈斯特 (Kurt Reidemeister) 和 E. 里德迈斯特 (Elizabeth Reidemeister) 以及 H. 哈斯 (Helmut Hasse) 的来信描述了希尔伯特晚年的生活。除了贝尔奈斯教授之外, A. 塔斯基 (Alfred Tarski) 和 K. 哥德尔 (Kurt Gödel) 也回答了我提出的有关希尔伯特在逻辑和基础方面工作的问题。

我很感激路登堡夫人 (Lily Rüdénberg) 和 R. 勃许克 (Ruth Buschke), 他们欣然允许我引用他们的父亲 H. 闵可夫斯基 (Hermann Minkowski) 写给希尔伯特的信。希尔伯特和闵可夫斯基有着多年亲密的友谊。希尔伯特的回信于 1933 年由闵可夫斯基夫人送回给了希尔伯特夫人, 不幸的是, 据我所知, 这些信件已不复存在。本书中有几处引及希尔伯特给闵可夫斯基的书信, 那是取自布鲁门萨尔为希尔伯特全集写的传记, 由于要为希尔伯特写小传, 他有幸读到过那些信。

希尔伯特堂兄弟的儿子霍斯特·希尔伯特 (Horst Hilbert)

提供了许多有关希尔伯特家族的详细材料。普鲁士文化遗产基金创建的机密国家档案馆的 J. K. 范·许洛台 (J. K. von Schroeder) 找出了生动的统计资料。K. Y. 亨达 (Kin-Ya Honda) 把他写的希尔伯特简传译成英文, 供我使用。下萨克森州国立大学图书馆馆长 H. 伏革脱 (H. Vogt) 从克莱茵和赫维茨的文件中找到了希尔伯特写的一些信。数学研究所的现任所长马丁·克纳索 (Martin Kneser) 为我在研究所内准备了办公室, 并让我接触了希尔伯特的文件。研究所的秘书 U. 突留斯 (Ursula Drews) 也给了我种种帮助。I. 纽曼 (Irma Neumann), 其母是希尔伯特家多年的管家, 给我提供了希尔伯特家的像片。

我还要特别感谢下面几位: 我的妹妹 J. 罗宾孙 (Julia Robinson), 她一直对我的工作关怀备至, 给我忠告、帮助和勇气; V. 司突拉生 (Volker Strassen), 他给我介绍了哥廷根和它的数学传统; U. 劳伦茨 (Ursula Lawrenz), C. 司突拉生 (Christa Strassen) 和 E. 佛里德 (Edith Fried), 他们给我增补了德国和德文的知识。

我非常高兴本书将由 Springer-Verlag 出版社出版, 它跟希尔伯特和哥廷根有过紧密的联系, 在第一次世界大战后, 它曾冒着风险从事出版事业, 为复苏德国的科学作出了本质性的贡献。

在本书的写作过程中, 曾蒙以下各位阅读了手稿: P. 贝尔奈斯, R. 库朗, P. 爱瓦尔德, L. 诺德海姆, J. 罗宾孙, R. M. 罗宾孙, V. 司突拉生, G. 赛古, J. 爱迪生和 M. 玻恩。

尽管有如此大量的帮助, 书中仍难免有不妥之处, 都应由我自己负责。

康斯坦西·瑞德

旧金山, 加利福尼亚 1969.8.3

目 录

前言

序

第 一 章	青年时代	1
第 二 章	良师·益友	11
第 三 章	哲学博士	19
第 四 章	巴黎	27
第 五 章	果尔丹问题	35
第 六 章	转变	49
第 七 章	只谈数域	59
第 八 章	桌子、椅子、啤酒杯	72
第 九 章	问题	82
第 十 章	数学的未来	93
第 十 一 章	新世纪	105
第 十 二 章	第二个青春	114
第 十 三 章	热情洋溢的科学生活	128
第 十 四 章	空间、时间和数	139
第 十 五 章	朋友和学生	146
第 十 六 章	物理学	156
第 十 七 章	战争	172
第 十 八 章	数学基础	185
第 十 九 章	新体制	198
第 二 十 章	无限	211

第二十一章	借来的时间	224
第二十二章	逻辑和认识自然	239
第二十三章	云散	248
第二十四章	晚年	259
第二十五章	终音	271

第一章

青年时代

1861年春的一天，奥托·希尔伯特(Otto Hilbert)和他夫人玛丽亚(Maria)的遗传基因偶然地结合，孕育了一个非同寻常的天才人物；1862年1月23日下午一点钟，他们的第一个孩子降生在靠近东普鲁士首府哥尼斯堡(Königsberg)的韦洛(Wehlau)。父母给他起了个名字叫大卫(David)。

大卫父系家族的情况可以略知一二，这得感谢希尔伯特家族哥尼斯堡支系的鼻祖，他留下了一部自传和一本家谱。原来，十七世纪时希尔伯特家族在萨克森(Saxony)居住，他们之中大部分人是工匠和零售商，不少人和教师的女儿配偶。他们是新教徒，从教名知道他们似乎属于虔信派，即是当时原教旨主义派的成员。这一宗教派别强调“忏悔，发自内心的信仰”，“再生和灵化是经验的事实。”

十八世纪初，铜器匠约翰·克里斯琴·希尔伯特(Johann Christian Hilbert)成了一名生意兴隆的花边商人。他雇用了一百多人，是靠近弗赖贝格(Freiberg)的布兰德(Brand)小镇里“最高贵的人”。不幸，他死的时候孩子们还都未成人；留下的财产被那些不道德的监护人化费殆尽。迫于无奈，他的儿子克里斯琴·大卫·希尔伯特(Christian David Hilbert)做了剃头匠的徒弟，在弗雷德里克大帝(Frederick the Great)的军队里当理发兵，最后来到哥尼斯堡。此人看来一直刻苦勤勉、精力旺盛。他曾买下过一爿理发店，之后进当地的一所大

学学医，毕业后当起领有城市执照的外科和产科医生。从此他有了固定的职业，并娶了一位商人的女儿作妻子。克里斯琴·大卫有许多子女，有一个名叫大卫·弗尔希特哥特·力勃莱希特·希尔伯特 (David Fürchtegott Leberecht^① Hilbert)，就是大卫的祖父。他是一名法官，获有“枢密顾问”的荣誉头衔。他的儿子奥托是大卫的生父。大卫出生时其父正担任乡村法官之职。大卫有一个叔叔是律师，另一个是某大学预科学校的校长(相当于高级中学的校长而威望更高)。

大卫母系家族的情况知道得不多。卡尔·爱尔特曼 (Karl Erdtmann) 是哥尼斯堡的商人，他的女儿玛丽亚·特里施 (Maria Therese) 是大卫的母亲。她可不是一个凡俗的女人，用德国人的说法是“一个怪人”，她不仅对哲学和天文学饶有兴趣，而且被素数弄得着了迷。

大卫和德国国家主义几乎同时诞生。他来到人世前几个月，已故普鲁士国王的兄弟到哥尼斯堡进行了一次传统的朝拜，在这座古老城堡的教堂里，他带上了普鲁士皇冠。不久，俾斯麦 (Bismarck) 被选中出任他的首相，并进行了欲将德国统一于普鲁士的战争。战争中间，大卫的父亲做了城市法官，全家也搬到了城内。

东普鲁士首都建于十三世纪中叶，是条顿族骑士修筑的城堡。它位于普累格尔河 (Pregel) 的两条支流之间，座落在离它们的会合处不远的山丘上。那两条河汇合后流入波罗的海。在大卫生活的时代，坚固的城堡依然屹立着，煤气照明和马拉轨道车标志着城市的现代化，古城堡恰在市中心。希尔伯特家的房子是教堂街 (Kirchenstrasse) 13 号，离河边只差几个街区。

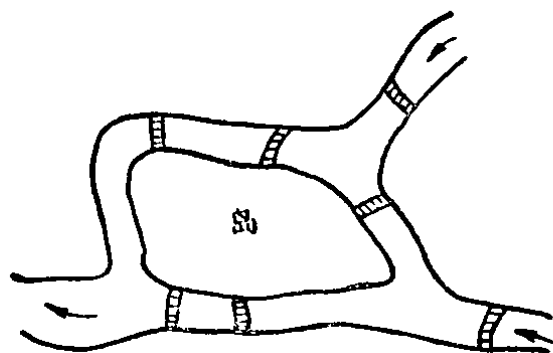
“通向自由的大门”，哥尼斯堡的市民都喜欢这样称呼普

① Fürchtegott Leberecht 意为“敬畏上帝，正直地生活”。

累格尔河。城市离它的入海口有四英里半，可是波罗的海浓烈的盐气味还是到处可闻。海鸥常在绿草地上恬静地休息，海风拍击着渔船闪亮的篷帆，海水和鱼的腥味、松脂和木材的清香夹杂着烟气整日缭绕在城市上空。轮船和驳船逆流而上，运来各色离奇的货物，船在河边高大的栈房前面卸了又装，然后带着琥珀和海泡石——一种质地优良似粘土样的矿石（用来做烟斗），顺流出海。市内有七座各具特色的大桥，横跨普累格尔河。其中有五座把河岸同河中的克奈芳福(Kneiphof)岛相连接。这些桥可不简单，哥尼斯堡因此而载入了数学史：桥的配置能引出一个数学问题^①，牵涉著名的拓扑学基础，一个世纪前被欧拉(Euler)所解决。哥尼斯堡大教堂在克奈芳福岛上，近旁是一所古老的大学，还有哥尼斯堡最伟大的居民伊曼努尔·康德(Immanuel Kant)的墓地。

象哥尼斯堡所有的孩子一样，大卫的成长也深受康德言论的抚育。每年4月22日是这位哲学家的诞辰纪念，这天，靠近大教堂的地下圣堂对公众开放。有此机会，大卫总是诚心诚意地陪伴着爱好哲学的母亲去那儿瞻仰，去看一看被月桂花环绕着的康德的半身像，端详他那熟悉的面孔，一字一句地拼读圣堂墙上的格言：

① 哥尼斯堡七桥问题是这样的：如图，能不能找到一条路线通过所有这七座桥，并且每座桥恰好只通过一次？欧拉证明了这是不可能的。这个哥尼斯堡桥问题作为拓扑学与现代图论的发端而在数学史上变得很有名。



译者注

“世上最奇妙的是我头上的灿烂星空和我内心的道德准则。”

他的母亲必然也曾给他指点过夜空的星座，为他介绍过那些饶有兴趣的“第一等”的数，这些数与其他数相比，其不凡之处在于它们只能被自身和1除尽。

他的父亲给予大卫的早期教诲，着重在使他具有普鲁士的美德：准时、节俭和信守义务；勤奋、遵纪和守法，在普鲁士，一个人可以通过文官的晋级而获得法官的职位，对于谨慎之辈，这是一种既舒适又安全的境遇。据说法官希尔伯特对什么是正当的品行有极严格甚至是太过份的观念：一个人应该这样规定自己的行动，每天要走同一条路；除了每年一次到波罗的海海滨渡假之外，要在哥尼斯堡扎根，绝不准越雷池一步。

大卫是希尔伯特家唯一的男孩。当他六岁的时候，有了一个妹妹，教名是伊丽萨(Elise)。

他七岁那年，国王(不久加封为皇帝)回到哥尼斯堡，这是加冕礼后的第一次。这回，大卫亲眼见到了被城市编年史家誉为附有“天命”的人，天命“使他的家族达到最光辉的顶点，让他的国家强盛无敌。”人们群集在城堡里来瞧瞧国王，由于人太多，压断了城堡内湖上的一座木桥，67个人被淹死。

次年，普鲁士向法国宣战。不出几个月，胜利捷报传遍东普鲁士的首都——法兰西皇帝已作了俘虏。在俾斯麦和军队准备包围巴黎的时候，八岁的大卫开始上学。那时一般的孩子都是6岁进校，他之所以晚了两年大概是为了先让他在家里接受一些教育，老师可能就是他母亲。他母亲有病，据说大部分时间是在床上渡过的。

他先上了皇家腓特烈预科学校的初级部，学习为进入预科学校所必备的知识(如果他希望成为专家、牧师或大学教

授,那就一定得上这类预科学校)。课程包括阅读和书写日耳曼语和罗马语,学习拼法和品词,分析简单的句子和一些重要的圣经故事;还有初等算术,即小的数的加、减、乘、除。

1872年秋,当他准备好进预科学校本部学习时,普鲁士军队凯旋回到哥尼斯堡。不过对大卫来说,最重要的倒是另一件事:一家姓闵可夫斯基(Minkowski)的犹太人,也在这时候从靠近科夫诺(Kovno)的亚历松坦(Alexoten)搬到了哥尼斯堡。他们离开祖国——俄国,是因为犹太人一直遭到沙皇政府的迫害。这个家庭中的父亲曾经是个成功的商人,政府勒令他仓促地出售全部商品,还不准赢利。现在到了哥尼斯堡,他转而经营旧白麻布衣服的出口生意。家庭的不幸也搅扰着孩子们,而母亲却安慰他们说:父亲的新职业是最高尚的,因为他们喜欢的好书,非用这些破衣服造的纸来印才行。买卖最初很艰难,最后还是大获收益。一家子又搬进了一所古老的大房子,它靠近铁路车站,和希尔伯特家只隔一道普累格尔河。

在俄国的时候,闵可夫斯基家的长子麦克斯(Max)不能进预科学校,因为他是犹太人。由于没机会得到正规的教育,成年之后就与父亲合伙经营商业。父亲死后,他就成了一家之主。二儿子奥斯卡(Oskar)曾在哥尼斯堡的阿尔斯塔特预科学校念书,当时校中仅有几个犹太学生。他后来成了医生和医学研究家,曾发现胰脏和糖尿病间的联系,而以“胰岛素之父”的称号闻名于世。老三叫赫尔曼(Hermann),八岁半到他二哥上的学校的初级部念书。他们的妹妹范妮(Fanny)编纂了一本家庭传记,题为“人间三个奇才”。按照她的说法,闵可夫斯基家的三兄弟“轰动”了哥尼斯堡,这“不仅是因为他们才能出众,而且个个都有着迷人的性格。”小赫尔曼的数学才

能给人的印象特别深。有一堂课，老师因把一个数学问题理解错了而“挂了黑板”，学生们异口同声地叫道：“闵可夫斯基，去帮帮忙！”

可是，我们找不到哪一位兄弟姐妹的记录，提到希尔伯特家男孩的能力当时已受到任何人的特别注目。大卫回忆说自己小时候是个笨孩子，他用的词是“dammelig”。这也许有点夸张。他的一位朋友有过旁证说：“希尔伯特讲过的每一件事情，不管言语多么使人费解，甚至自相矛盾，都使人感觉到他那种强烈的，常常是感动人的追求真理的愿望。”

大卫的双亲为他选择的预科学校，在哥尼斯堡名声极好。这是一所受人尊敬的私立学校，创建于十七世纪初，康德本人就是该校的毕业生。可是挑选总是令人遗憾的，这所学校在当时很少集中哥尼斯堡的年轻科学人材。要知道，麦克斯·威恩(Max Wien)和威利·威恩(Willy Wien)，阿诺德·索默菲尔德(Arnold Sommerfeld)和赫尔曼·闵可夫斯基在同一时期都进了阿尔斯塔特预科学校。大卫却到腓特烈预科学校念书，他没有机会在学生时代就和他们中的任何人交朋友。

腓特烈预科学校的课程因循守旧，这对大卫又是一大不幸。德文中“预科学校”这个词和“体育馆”拼法一样。为什么有此因缘？原来，这类学校被想象成是提供智力体操训练的场所，就象体育锻炼帮助长身体一样，它能帮助发展孩子的心智。围绕这个目的，学习拉丁语和希腊语便成为至高无上的了。他们相信，对这些语言和相应的文化有了良好修养，学生就能获得从事所有精神活动的技能。语法会帮他有条不紊地思想；诗歌将唤醒他的审美观、启发他的鉴赏力；学习历史和哲学会扩展他的眼界并为恰当地理解现实提供基础。除这两门古老的语言之外，数学也被认为是加强人的“精神肌肉”所

必备的传统课程。不过，在腓特烈预科学校，数学课的份量比起拉丁语和希腊语来，只是屈居可怜的第二位。至于自然科学课程，那里根本不予讲授。

不仅语言课占了课程的最大部分，学校还特别强调要打好语法的坚实基础，其次才能学习文学。在校内，几乎没有机会进行独立思考或表述己见。不过，大卫有时候是要在笔记本的空白边缘潦草地写上几首小诗的。

大卫受着古代语言熏陶的时候，闵可夫斯基家的小儿子正在家里扮演奥赛罗，道具是床单和枕套。他们家有一间屋子，平时只有范妮会来练习钢琴，赫尔曼却常常蹒缩在靠窗的沙发上阅读莎士比亚、席勒和歌德的作品。他几乎把歌德的著作全部记住了，怪不得范妮说：“正因为有过这段经历，所以在他余后的生活中，除了科学工作已经什么也不需要了。”

大卫发现自己记忆东西非常困难，可是在腓特烈预科学校的大部分课程非要死记硬背不可。他的一位朋友说过，语言课特别“引起他的不愉快。”在领悟新概念方面，大卫也不是特别快的。每当要理解一件事情时，他总是要通过自己的消化把它彻底搞清楚，否则决不罢休。学习方面的困难，并没有使他落在同学们的后面。他刻苦用功。他感到，在普鲁士的教育制度里不会有愚蠢的安排。跟爱因斯坦(Einstein)不同，大卫是参加完 Abitur 才离开预科学校的(Abitur 是一种考试，通过这类考试的学生才有资格上大学)。

希尔伯特家族的一名成员，许多年后(那时她已是老妇人了)说过：

“我所知道的大卫叔叔是这样的，他全家都认为他的脑子有点怪。她的母亲要帮他写作文，可是他能给老师讲解数学问题。家里没有一个人真正了解他。”