

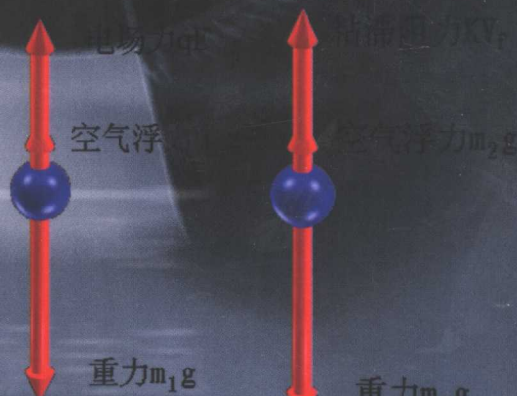
/// 高等学校教材

DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

曾仲宁 主编 王秀力 副主编

$$K = \frac{18\pi}{\sqrt{2} \cdot g} \left(\frac{\frac{d^3}{b}}{1 + \frac{b}{pa}} \right)^{\frac{3}{2}} d$$



中国铁道出版社

图1

图2

04

145

高等学校教材

大学物理实验

曾仲宁 主 编

王秀力 副主编

陈国恒 主 审

中 国 铁 道 出 版 社

2002年·北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本书是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”,在大连铁道学院多年教学实践经验的基础上,吸收了近年来许多高校面向 21 世纪大学物理实验教学改革的一些新成果和新思路编写而成的。

全书由测量误差理论与数据处理的基本知识、力热和电磁学实验、光学和近代物理实验、传感与微机技术应用实验、设计性实验等五部分组成。

本书可作为高等工业学校各专业的物理实验教材或参考书,也可供夜大、职大及函授学生选用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/曾仲宁主编. —北京:中国铁道出版社,2002.2

高等学校教材

ISBN 7-113-04453-0

I. 大… II. 曾… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 04—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 000483 号

书 名:大学物理实验

作 者:曾仲宁 主编 王秀力 副主编

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

责任编辑:程东海

编辑部电话:路电(021)73135,市电(010)51873135

封面设计:冯龙彬

印 刷:中国铁道出版社印刷厂

开 本:787×960 1/16 印张:15 字数:302 千

版 本:2002 年 2 月第 1 版 2002 年 2 月第 1 次印刷

印 数:1~5 000 册

书 号:ISBN7-113-04453-0/G·157

定 价:20.50 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

联系电话:路电(021)73169,市电(010)63545969

前 言

最近几年,全国许多高校就面向 21 世纪大学物理实验教学改革的问题,进行了一场大讨论,开出了一些新的实验,出现了一批新的教材。我院也带着自己的实验教学研究成果和教改的构想,参加了原铁道部所属院校的有关讨论与新教材的编写,在这个过程中受益匪浅。本教材就是在此基础上,结合我院实验室的现有条件,按新的思路和构想编写的。在编写本书的过程中注意突出了如下特点:

1. 更全面和规范地用不确定度作为实验结果的表达与质量评定。对每个实验的数据处理和实验结果报告提出了更为严格的要求。

2. 在每个实验的原理中,都辟有系统误差的来源与消减办法一栏,并作了较为深入的分析,力图使学生对该实验的实验方案、实验方法、实验条件、仪器选择、注意事项、误差分析等实验的设计思想和“三基本”要求(即基本原理、基本方法、基本技能)有一个更为明确的理解,从而提高做实验的独立自主性,并为后面自行做设计性实验做好准备。

3. 注意了吸收最新的实验教学研究成果。如在“分光计的调整”中采用了“新的各半调节法”,在“灵敏电流计的研究”中,增加了影响灵敏电流计灵敏度和线圈振荡周期因素的分析讨论,等等。

4. 由于实验总学时在减少,招生人数在增加,已经无法安排 3~4 学时的实验课。为此,每个实验均按 2 学时安排。在编写过程中,我们特别注意增加每个实验的信息量与适度减少操作量的关系。对有些以前需 3~4 学时完成的实验,则分成两个独立的实验,如分光计的调整与应用、光谱定性分析等实验所采用的办法。

5. 为了加强实验教学过程的管理,专门编写了“大学物理实验课的基本程序”一节,对实验预习、实验过程、实验报告、考试考核等方面都提出了具体要求。如对于实验报告,要求由预习报告、正式报告和实验数据计算附页三部分组成,对每部分的作用、格式都做了详细的规定。我们认为,严格而又规范化的实验教学管理,是实验教学的重要组成部分,它对于培养学生的科学作风,养成良好的工作习惯都有重要意义。

本书由曾仲宁主编,王秀力副主编,陈国恒主审。参加编写工作的教师具体分工如下:

曾仲宁:绪论,实验一、四、八、十一、十二、十三、十四、十七、十八、十九、二十三;陈鹰南:实验二、三、五、七、二十、二十一、二十二、二十四;李家庆:实验六、九、十、十五、十六;邹滨雁:实验二十七、二十八;王秀力:实验二十五、二十六及设计性实验部分。全书

由曾仲宁负责润色、修改、统稿工作。

应当指出,实验教材的建设,是实验室全体教师和实验技术人员长期积累的集体劳动成果。我们特别对宋忠义、于雪言、吴顺琴等在本教材的形成过程中,在实验教学研究、实验改进、实验课改革等方面所给予的支持和所做工作表示由衷感谢。另外,在本书编写过程中,我们还参阅了许多兄弟院校的教材,并得到我院教务处和文理分院领导的支持和帮助。对此,我们谨致深切的谢意。

由于我们的水平有限,书中的缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

编 者
2001 年 11 月

目 录

物理实验课的基本程序	1
第一部分 绪 论	4
第一章 测量误差理论与数据处理的基本知识	4
第一节 测量误差与实验结果的评定	4
第二节 有效数字及其运算	18
第三节 数据处理的基本方法	22
第四节 误差理论对物理实验的指导作用	31
第二章 物理实验的基本仪器	38
第一节 力学和热学仪器	38
第二节 电磁学常用仪器	45
第三节 光学仪器	52
第二部分 力热与电磁学实验	58
实验一 长度与固体密度的测量	58
实验二 液体粘滞系数的测定	61
实验三 转动惯量的测定	65
实验四 用拉伸法测金属丝的杨氏弹性模量	71
实验五 液体表面张力系数的测定	76
实验六 用伏安法测电阻	81
实验七 电表的改装和校准	85
实验八 用电桥测电阻	89
实验九 用模拟法测绘静电场	97
实验十 直流电位差计	103
实验十一 用电位差计测定热电偶的温差电动势	109
实验十二 灵敏电流计的研究	111
实验十三 示波器的使用	118
实验十四 用示波器观测 RC 串联电路的充放电过程及测方波频率	126
实验十五 用冲击法测直螺线管内的磁场分布	131

实验十六 用霍尔效应测量磁场·····	138
第三部分 光学及近代物理实验·····	144
实验十七 分光计的调节·····	144
实验十八 用分光计测量三棱镜的折射率·····	151
实验十九 用衍射光栅法测定光波波长·····	156
实验二十 牛顿环的干涉·····	162
实验二十一 单缝衍射的研究·····	168
实验二十二 迈克尔逊干涉仪的调节和使用·····	172
实验二十三 用光电效应法测普朗克常数·····	180
实验二十四 光谱定性分析·····	187
实验二十五 全息照相·····	194
第四部分 传感与微机技术应用实验·····	201
实验二十六 用电容式传感器测定微小位移·····	202
实验二十七 光纤温度传感器·····	205
实验二十八 不良导体导热系数的测定·····	208
第五部分 设计性实验·····	216
第一章 设计性实验的基本知识·····	216
第二章 小型设计性实验选题·····	220
选题一 固体密度的测定·····	220
选题二 重力加速度测定方法的分析与比较·····	220
选题三 弹簧振子振动规律的研究·····	221
选题四 金属线胀系数测定的研究与改进·····	222
选题五 氢原子里德伯常量的测定·····	222
附录 I 中华人民共和国法定计量单位·····	224
附录 II 物理学常用数表·····	226
参考文献·····	233

物理实验课的基本程序

预 习

首先要根据实验下发的课程表,找到自己所在实验组该轮次应做的实验项目,仔细地阅读物理实验教材的有关内容。

1. 预习的目的

- (1)明确实验目的和任务;
- (2)搞清实验原理;
- (3)初步了解主要仪器装置、实验步骤和操作要点;
- (4)做好预习报告和数据记录表格。

2. 写好预习报告

预习报告内容包括:

- (1)实验名称;
- (2)实验目的;
- (3)实验原理(要求简要,应列出实验原理公式,画电路和光路图等);
- (4)列出主要仪器设备;
- (5)关键的实验步骤。

上述预习报告直接写在实验报告纸的相关栏目内。

3. 在专用的实验数据记录卡上,画好记录表格。

只有写好预习报告和画好记录表格后,方可进入实验室做实验。

课 堂 实 验

1. 检查预习报告

教师将对预习内容进行提问,并对预习情况给予合格或不合格的评定,未做预习报告,数据表格或评定为预习不合格者,将令其退出本次实验,重做预习后再补做。

2. 注意听讲

教师作指导性讲解,学生应注意听讲,并注意黑板上有关本次实验的指导内容及要求,必要时应作记录。

3. 实验操作

依照确定的实验步骤,独立地实施操作,认真观察物理现象,随时注意仪器设备的工作情况,当发现异常现象或故障,应立即断开电源终止实验,及时向教师报告,经妥善处理,方可继续实验。

4. 数据记录

记录要完整、清晰、准确,并一律写在专用记录卡的记录表格内。要尽可能地反映测量的最高精确程度,不允许无谓地丢失有效数字位数。如有记错或重做测量时,不要将原记录涂涂改改,而是将记录用“×”号或“方框”表示无效记录,更改后的数据应记在清晰的空位上,或另画表格记录。

记录要实事求是,不允许弄虚作假。抄袭别人的记录,或为凑合“理想”的结果而修改实测数据,是一种反科学的行为,一经发现,将按不合格处理。

测试完毕,数据记录必须经指导教师审查签字方能生效,审查不合格应抓紧时间重做。

5. 清理

数据记录经教师认可合格后,应进行实验仪器整理,还原。向教师报告并允许后方可离开实验室。

实 验 报 告

完整的实验报告资料包括三个组成部分。

1. 实验记录卡

它记录的实验数据是现场记录的原始凭证。课后,不允许在它上面作任何修改,也不允许将它作为计算表格,应原原本本的交上来。

2. 数据处理与计算附页

(1)数据和不确定度的运算过程,必须以实验附页的形式,用正规格式的纸张认真书写。

(2)对各直接测量量和最终实验结果都要给出平均值,不确定度,相对不确定度的计算与处理。

(3)各项计算必须有栏目名称,条理清晰。计算过程必须详细具体,不允许没有数字运算过程而直接写出结果。

(4)附页应冠以“某某实验数据处理与计算附页”的总名称。

3. 实验报告

(1)实验名称、实验目的、实验原理、仪器设备、实验步骤,这些都是预习的内容,已要求在实验前写好,必要时在实验课后进行修正和补充。

(2)实验报告纸上必须重新列出数据表格,将记录的实验数据列于其中,必要时数据表格可扩充一些中间计算栏目,如平均值、差值、平方项等。

(3)报告实验结果:按实验结果表达式要求,逐项报告各直接测量量和最终的实验结果。有些实验还须报告函数图像,解析表达式或其他论断。报告的每一项目必须有栏目名称。报告顺序最好与计算附页相对应。

上述三项实验报告材料,应完整地在该实验后的下一次实验课交给指导教师进行批改。

考 试

大学物理实验成绩由两部分成绩组成,即平时成绩和笔试成绩。平时成绩由预习、实验过程和实验报告的成绩确定,约占总成绩的 30% 左右。笔试内容包括每学期所做实验的实验原理,实验现象,实验方法和技术,实验仪器的调节与操作要点,测量误差与数据处理的基本知识等。笔试时间为每学期实验结束后的第二周进行。

第一部分 绪 论

物理学是一门实验科学。物理学的发展史充分说明,一切物理定律都是以严谨的科学实验为基础而概括总结出来的,并最终要受实践的检验。科学实验能力是科技工作者的基本功,只有沿着理论与实践相结合的道路前进,才会在科学技术上有所创新、有所发现。

工科大学的物理实验课是一门重要的基础课程。一方面就物理学科而言,要真正学好物理课程,就必须重视理论与实践的结合。但是大学阶段物理实验课的主要任务不在于对物理理论的验证,而是为了对大学生进行系统的实验理论、实验技能和科学研究能力的培养和训练。这些能力概括地说,包括:(1)使用实验教材和资料的能力;(2)初步的实验设计能力;(3)正确调整和使用基本实验仪器的能力;(4)正确观察实验现象和记录实验数据的能力;(5)科学地处理实验数据,分析误差,撰写完备的、规范化的实验报告的能力。由此,大学物理实验已经成了一门独立的课程。另一方面,就大学生科学实验能力的总体培养目标而言,大学物理实验是学生上大学后最先开始的实验课程。学生通过物理实验,不但学习物理实验的基本原理,基本方法和基本实验技能,而且还接受严格的科学作风的培训,每一个学生都要自觉地养成实事求是追求真理,严肃认真、遵守纪律、勤俭节约等优良品德。这些良好的科学素养也是一个合格的科技人才所必须具备的条件。

第一章 测量误差理论与数据处理的基本知识

科学实验离不开对各种物理量的测量。所谓测量就是借助一定的实验仪器,通过一定的实验方法,把待测量与选作计量标准单位的同类物理量进行比较的全部操作。测量的目的在于确定待测量的量值。而这些测量值又必然具有一定精度,带有相应的误差。为此,实验者必须学会分析并计算误差,对测量结果的可靠性做出评价。

第一节 测量误差与实验结果的评定

一、测量与误差

(一)真值与误差

在任何测量中,测量值与真值之间总是存在着差异的,这种差异称为误差。

所谓“真值”是指在一定时间,一定状态下被测量客观存在的真实大小。例如:三角形内角之和为 180° ;真空中光在 $1/299\,792\,458\text{ s}$ 时间内所传播的路程长度为 1 m ,等等。但在多数情况下真值都是未知的,是要在实验中进行测量的。然而,由于实验方法、实验仪器、实验环境等的影响,真值是不可能测得的,只能得到真值某种程度的近似值。因此,在实验中测得真值近似值的同时,还必须以适当的方式对测量的质量予以评价。

若我们把某测量量的“真值”记为 x_0 ,把某次对它测量所得的“测量值”记为 x ,那么 x 与 x_0 之差就称为“测量误差”,记作 ϵ ,即

$$\epsilon = x - x_0 \quad (1-1)$$

并称其为测量的“绝对误差”。另外把

$$E = \frac{\epsilon}{x_0} \times 100\% \quad (1-2)$$

称为测量的“相对误差”。显然,绝对误差与相对误差的大小反映了测量结果的精确程度。

(二)直接测量与间接测量

凡使用测量仪器能直接测得结果的测量,称为直接测量。如用米尺测量物体的长度,用秒表测量一段时间等都是直接测量。

凡不是用仪器直接测得,而是需要先直接测量另外一些相关量,然后通过这些量间的数学关系的运算才能得到的结果,这种测量叫间接测量。如测量某物体的速率,就是直接测量路程和通过这段路程所用的时间,然后计算得到的。

二、误差的分类

误差按其产生的原因和性质可以分为系统误差和随机误差两类,它们对测量结果的影响不同,处理方法也不同。

(一)系统误差

在同样条件下,对同一物理量进行多次测量,其误差的大小和符号保持不变或随着测量条件变化而有规律的变化,这类误差称为系统误差。系统误差的特征是它的确定性,它的来源主要有以下几个方面:

1. 仪器本身的固有缺陷或没有按规定条件使用而引起的误差。如仪器标尺的刻度不准,零点没有调准,等臂天平的臂不等,砝码不准,应水平放置的仪器没有放水平等等。
2. 由于测量所依据的理论本身的近似性或实验条件的局限,不能达到理论公式所规定的要求而引起的误差。如称质量时没有考虑空气浮力的影响,伏安法测电阻时忽略了电表内阻的影响,用单摆测量重力加速度时,摆角不够小等等。
3. 由于实验者本身的心理或生理的特点而引起误差。如使用停表计时,有人总是操之过急,计时短;而有人则反应迟缓,总是计时长;又如有的人对准目标时,总爱偏左

或偏右,致使读数偏大或偏小。

4. 外界环境的改变,如压强、温度、电磁场等。

系统误差可分为可定系统误差和未定系统误差两种不同类型。可定系统误差,如实验仪器零点不准确,实验方法和理论不完善等原因引起的系统误差。其特点是,一旦发现,可确定它的大小和正负,从而予以消除或充分修正。未定系统误差,如反映各种仪器,仪表及量具制造准确程度的仪器极限误差,其特点是只知道使用该仪器误差的极限范围,并不确切知道它的大小和正负,因而是无法忽略又无法消除和修正的。后面我们将介绍正确估算未定系统误差的大小和反映它对测量结果影响的方法。

(二)随机误差

在相同条件下,多次测量同一物理量时,即使已经精心排除了系统误差的影响,也会发现每次测量结果都不一样。测量误差时大时小,时正时负,完全是随机的。在测量次数少时,显得毫无规律,但是当测量次数足够多时,可以发现误差的大小以及正负都服从某种统计规律。这种误差称为随机误差,随机误差的特征是它的不确定性,它是由于测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的。如人的感官(视觉、听觉、触觉)灵敏度和仪器稳定性有限,实验环境中的压强、温度、湿度、气流的干扰,电源电压起伏,微小振动以及杂散电磁场等都会导致随机误差。

系统误差和随机误差,有时难以严格区分。例如环境温度对电表的影响,短时间为系统误差,长时间为偶然误差。强电磁场对实验的影响,为系统误差,弱电磁场的影响可视为随机误差了。

除系统误差和随机误差外,还有过失误差。过失误差是由于实验者操作不当或粗心大意造成的。如看错刻度、读错数字、记错单位或计算错误等。含有过失误差的测量结果是完全无效的,应舍弃不用。实验中的过失误差不属于正常测量的范畴,应该严格避免。

(三)测量结果的定性评价

定性评价测量结果,常用到精密度、正确度和准确度这三个概念。这三者的含义不同,使用时应加以区别。

精密度:反映随机误差大小的程度,它是指多次等精度测量各测量值的密集程度。精密度高指测量的重复性好,各次测量值的分布密集,随机误差小,但系统误差的大小不明确。

正确度:反映系统误差大小的程度,是指测量结果的正确性。正确度高是指测量数据的平均值偏离真值较少,测量的系统误差小,但数据分散的情况,即随机误差的大小不明确。

准确度:反映系统误差与随机误差综合大小的程度,是指测量结果既精密又正确,即随机误差与系统误差均小,则说明测量结果准确度高。

通常所说的“精度”是一种泛指,具体要看实际情况而定。现以射击打靶的弹着点分

布为例,形象说明以上三个术语的意义。如图 1—1 所示,其中图(a)表示精密度高而正确度低,图(b)表示正确度高而精密度低,图(c)表示精密度,正确度均高,即准确度高。

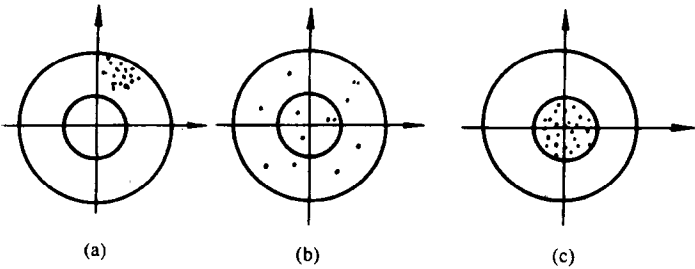


图 1—1 精密度、正确度、准确度

三、处理随机误差的一般知识

(一)测量值的分布

对一个物理量在等精度下进行测量,随着测量次数的增加,会发现测量值总是“堆集”在算术平均值的附近,呈现有规律的分布。例如对某物理量 x 作多次测量,所得的数据统计如表 1—1,相应的分布如图 1—2 所示。

从测量过程知道,每次测量值的大小是随机的,但随着测量次数的增加,这种随机测量值的分布越来越稳定,并最终趋于一种确定的分布——正态分布(又称高斯分布)。

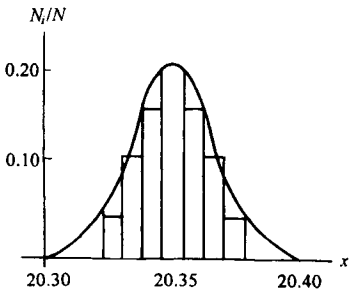


图 1—2 测量数据分布图

表 1—1 测量数据表

测量值 x_i	出现次数 n_i	相对出现百分率 ($n_i/n \cdot 100\%$)
20.31	1	0.5
20.32	4	2.0
20.33	11	5.5
20.34	24	12.0
20.35	37	18.5
20.36	45	22.5
20.37	39	19.5
20.38	22	11.0
20.39	12	6.0
20.40	3	1.5
20.41	2	1.0
$n = \sum n_i = 200$		100%

同样,当测量次数足够多(理论上 $n \rightarrow \infty$)测量误差 $\epsilon_i = x_i - x_0$ 的分布,也服从正态分布。图 1—3 表示测量随机误差的正态分布曲线。曲线横坐标为误差 ϵ ,纵坐标为误差分布的概率密度函数 $f(\epsilon)$,测量值的正态分布曲线与测量误差的正态分布曲线有着完全相同的统计特征。从分布曲线看,有以下特点:

(1)单峰性:测量值偏离平均值(真值)小的概率大,偏离大的概率小;或者说,绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现概率小。

(2)对称性:测量值大于或小于平均值(真值)的概率相等,或者说大小相等,符号相反的误差出现的概率相等,即正态分布误差的代数和趋于零。即

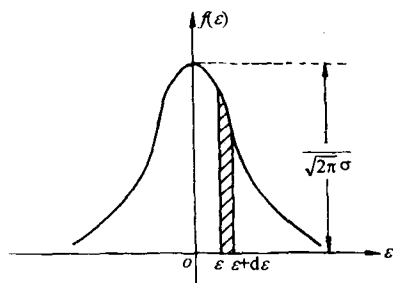


图 1—3 测量随机误差的正态分布曲线

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = 0 \quad (1-3)$$

这一特点的直接推论就是:理想的正态分布其测量平均值 $\bar{x}$ 等于待测定的真值 x_0 ,即

$$x_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n x_i / n \right) = \bar{x}$$

在实际有限次数测量中,平均值并非真值,测量次数越多,平均值 $\bar{x}$ 就越接近真值 x_0 。因此,我们把多次测量的算术平均值作为真值的最佳测量值。

(3)有界性:任一次测量值总是有限的,或者说非常大的正负误差出现的概率为零。

实际测量的次数总是有限的,但只要测量的次数不太少,就有理由“期望”测量的分布基本上符合上述规律,并且可以得出如下结论:

(1)测量值的算术平均值为最接近真值的最佳值。

(2)通过适当的数学处理,可以用计算偏差(测量值与平均值之差)的方法来评估测量的误差,从而对测量结果作出可信度的评价。

因此,熟悉和掌握随机测量误差正态分布的特点,对于正确评价测量结果有着基本的意义。

(二)随机测量误差的正态分布

1. 分布的概率密度函数 $f(\epsilon)$

根据概率密度函数的一般定义: $f(\epsilon) = \frac{dp}{d\epsilon}$,它表示在误差值 ϵ 附近,单位间隔内,误差出现的概率。

高斯最先给出了正态分布概率密度的具体形式:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} \quad (1-4)$$

式中 σ 是一个常数,称为标准误差。

按照分布函数的意义,它必须满足归一化条件,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\epsilon) d\epsilon = 1 \quad (1-5)$$

它反映随机误差出现在 $(-\infty, \infty)$ 区间的概率应为 100%。从分布曲线看,上式积分表示分布曲线下与横轴间所包围的面积恒为 1。

2. 标准误差 σ

我们可以从以下几方面来认识 σ 的意义。

(1) σ 的表达式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2} \quad (1-6)$$

可见 σ 是一个取决于测量具体条件的常数。图 1—4 表示 $\sigma - n$ 曲线,随着测量次数 n 的增加, σ 逐渐减小,在 $n > 10$ 以后,减小缓慢而趋稳定。因此,在科学实验中应该有足够的测量次数。考虑到本课程的要求和条件,一般取 $n \geq 6$ 即可。

(2) σ 与测量值置信概率的关系

按照分布函数的定义,在某一次测量中,随机误差出现在 $[a, b]$ 区间的概率应为

$$P = \int_a^b f(\epsilon) d\epsilon = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} d\epsilon \quad (1-7)$$

人们把测量值落在给定误差范围内的概率称为测量数据的置信度或置信概率,把相应的误差范围称为置信区间,据此可计算出置信区间在 $[-\sigma, \sigma]$ 、 $[-2\sigma, 2\sigma]$ 、 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 的置信概率分别为 0.683、0.955、0.997。说明对物理量 x 做任一次测量时,

测量误差落在 $\pm\sigma$ 、 $\pm 2\sigma$ 、 $\pm 3\sigma$ 三种区间的概率分别为 68.3%、95.5% 和 99.7%。

(3) σ 与分布曲线形状关系

正态分布曲线以 $\epsilon = 0$ 为轴对称分布,曲线上的两个拐点所对应的横坐标 $\epsilon = \pm\sigma$,正是标准误差。由

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

可知,如果标准误差 σ 越小, $f(0)$ 的值越大,曲线中部将上升较高,因曲线下与横轴间所包围的面积恒为 1,曲线两侧下降必然较快,整个曲线呈高峰窄腰形状(参看图 1—5),说明测量离散性小,重复性好,精密度高。反之 σ 大,则 $f(0)$ 就小,曲线两侧下降较缓慢,整个曲线呈低峰宽腰形状,表示测量误差分布宽,测量的离散性大,重复性差,精密度低。

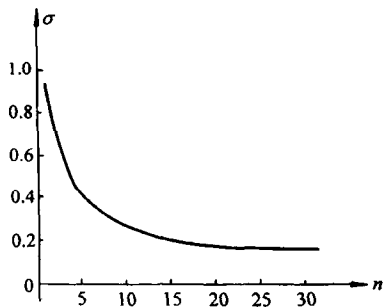


图 1—4 $\sigma - n$ 曲线

因为标准误差 σ 具有明确的概率含义,突出的曲线特征,又能反映测量的离散性大小,精密度的高低。因此,把它作为评价测量质量优劣的指标。

(三)随机测量误差的估算

1. 测量偏差(残差)

在实际测量中,测量次数 n 是有限的,而且真值也不知道,但前面已经论述过,多次测量的算术平均值是最接近真值的最佳测量值,于是就有了偏差的概念。偏差是测量值与最佳值之差,也称残差。若 x 为测量值, $\bar{x}$ 为最佳值, V 为偏差,即

$$V = x - \bar{x} \quad (1-8)$$

误差与偏差是不同的,误差多用于理论分析,而实际的误差估算则使用偏差。

同样也可以定义相对偏差,以百分数表示为

$$E = \frac{V}{x} \times 100\% \quad (1-9)$$

2. 有限次测量的标准偏差

误差理论证明,当测量次数为有限时,可用标准偏差 S_x 作为标准误差 σ 的估计值。 S_x 的计算公式为

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-10)$$

称为贝塞尔公式。 S_x 具有与 σ 相同的概率含义,即在测量列中任一次测量值的偏差落在区间 $\pm S_x$ 内的概率为 68.3%。

3. 有限次数测量算术平均值的标准偏差

如前所述,我们将用算术平均值 $\bar{x}$ 表示测量 x 的最佳值,但平均值 $\bar{x}$ 也是一个随机变量。若在完全相同的条件下,对 x 进行不同组的有限次测量,各组结果的算术平均值也会不同。因此也存在标准偏差,记作 $S_{\bar{x}}$,其置信概率也是 68.3%。可以证明

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-11)$$

此式将作为测量结果随机误差的估算式。

(四) t 分布

根据误差理论,当测量次数较少时(如少于 10 次),测量列的误差分布将偏离正态分布。这时测量值的随机误差将遵从 t 分布。 t 分布与正态分布类似,其区别是 t 分布的峰值低于正态分布,而且上部较窄,下部较宽,如图 1—6 所示。 t 分布在 $n \rightarrow \infty$ 时

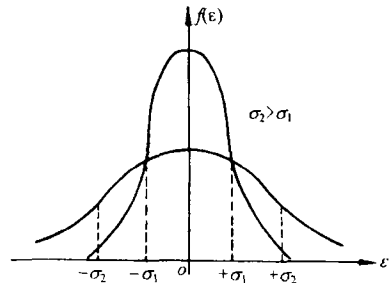


图 1—5 σ 与分布曲线形状关系

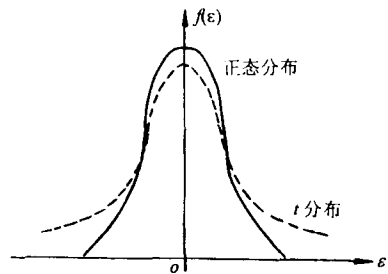


图 1—6 t 分布