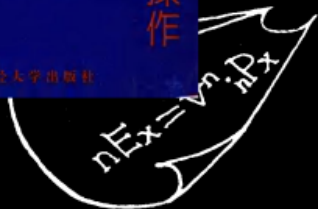


李 子 强 著

壽險精算的理論與操作



西南财经大学出版社



62

62

(川)新登字 017 号

责任编辑:方炯

寿险精算的理论与操作

卓志 编著

西南财经大学出版社出版 (成都市光华村)

西南财经大学出版社发行 四川日报新硕印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 9.125 字数:200 千字

1993 年 12 月第一版

1993 年 12 月第一次印刷

印数:1—1000 册

书号:ISBN7—81017—668—4/F. 531

定价:6.80 元

序

精算学(Actuarial Science)是培养专业精算师(Actuary)的基础学科。精算师是一项专门职业人士,他是运用数学技能以鉴定、分析及解决商业与社会问题(An Actuary is a professional person who uses mathematical skills to define, analyze and Solve business and Social problems)。为达成解决商业及社会问题的任务,精算师学习及被培训以能分析或然率(probability),不定性(uncertainty)及风险(Risk),就传统的实际工作范围而言,精算师所解决的商业及社会问题,大致限于牵涉到生命、健康、财产,意外及退休养老等意外事件(contingency)的经济安全方案,但自二次世界大战以来,它的应用范围逐渐扩大,兼涉及到人口分析,经济预测以及商业和金融投资的意外事件,随此发展,精算学已突破局限于应用或然率分析风险,而成为一项崭新的以数学为基础,结合经济学、金融和保险理论的交叉学科(Inter-disciplinary study)。

精算学及精算职业在西方国家中的发展有一百五十余年的历史,同一期间,也是中国自清末以迄于今的现代化的历程,在这一个半世纪的过程之中,保险商业随外洋贸易而来,登陆广州,而国人也于一八八五年开始自办保险公司,迄今已逾百年,但东施效颦的盲目模仿,并没有将中国的保险事业建立在现代化的科学基础之上,即使今日,中国保险业的经营,也未莫基于精算学的运用,往者不论,即在今日中国的几家保

险公司中,也没有一个合格,胜任的精算师。

因此,中国一百年来保险业的经营没有精算师,也就没有致力于精算师的培植,也就没有从事于精算学的研究,影响所及,自晚清迄今,近百年中国现代教育的发展,建立了新式的学堂和大学(一八八五/八六年北洋大学和南洋大学的建立是中国现人高等教育的原始),引进了各式各样的人文,社会科学及自然科学的学程,从西方的文,史,哲,基本的数,理,化,医学和工程,以致于最新的核能发电,航天科学、生物技术等等,可说五花八门,应有尽有,但在高等教育的学程之中,却于精算学独付阙如。

自一九七九年以来,中国重新对外开放,致力于现代化的改革,保险业于一九八〇年重新复业,财经院校也相继复课。南开大学于一九八三年重建经济学院,从即认识到精算学的重要,为了填补中国学术及教育的一项空白,于一九八七年开始作引进精算学的努力,在取得北美精算学会的支援及合作之后,于一九八八年九月开办精算学研究学程,招收硕士研究生,建立这一新的学程的双重目标为:一则为各大学培养精算学师资;另则为中国的保险业及社会保障制度培养具有现代知识及技术的精算师。

首批南开精算学研究生十五名于一九九一年六月毕业,其中八人从事实际工作,包括一人分在中国人民银行金融管理部门,五名分在三家保险公司,二名则在深圳市政府社会保险局工作;另外的七名则分散在南开及其他大学执教,而影响所及,于短短的五年之内,国内的金融当局及教育界也开始认识到精算学的重要,首先是中国人民银行所属的湖南财经学院于一九九一年秋季开办精算学程,继之复旦大学,中国人民

大学,中央财政金融学院等校也相继开授精算学程。

这固然是可喜的现象,但目前各校所面临的共同基本问题,一则是胜任的精算学教师的缺乏,再则是有关精算学教材的欠缺。在南开的国际保险研究所,是由北美洲精算学会选派美国及加拿大各大学中的精算学教授来校授课,并由精算学会提供各科英文教材,但为精算学在中国普及计,但非长期所有,自应致力于中文精算学参考书或教材的编写,以供各大学本科生研读。

本书编者卓志是南开大学首届精算学研究班于一九九一年毕业的硕士生之一。毕业后即分往西南财经大学任教,以迄于今,他于教学之中,认识到中文的基本精算学参考书或教材的重要性,在引进国外精算学学理的基础上,编写了这册“寿险精算的理论与操作”新书,这是一本精算学的基本参考书,又可作为教科书,不仅有利于在校学生的学习,也可供从事于人寿保险业务及社会保障实际工作的实务参考。

更足重视的,这是中国的第一本以中文撰写起点较高的精算学教科书,或参考书,它的出版,又将是精算学被引进中国之后的发展过程中的一个新的里程碑,也是卓君对精算学在中国发展的贡献,重阳节后在南开校园重晤卓君,告以此讯,并嘱为序,欣见此书行将问世,如今又远隔重洋,亦乐于执笔为序!

段用紫端

一九九三年深秋于中美友好双城
天津·费城

前 言

保险及其发展，离不开精算科学。在国外保险界流传着精算是保险的科学基石的说法。

保险与数学的结合并非偶然，相反，在于保险经营自身固有的特性所决定。保险经营中的风险率，保险成本的匡定，责任大小的核算以及生命表的构造，解约价值的确定等，无不与数学有不解之缘。

鉴于保险与数学的内在联系，随数学与保险的发展，在国外保险业发达的国家，业已形成了一门融合多学科的边缘交叉型新学科——精算学。与此相应地，这些国家还纷纷成立了致力于精算学研究、教育及发展的各种团体和协会。其中影响较大、资格较老的协会是北美精算协会和英国精算协会。

相比之下，在我国至今不仅没有精算协会，而且精算科学尚处于一片有待开垦的处女地。其原因主要有：第一，中断几十年后的我国保险业，恢复时间不长，正处于探索，发展并逐步规范、完善的阶段，精算科学不可能在保险经营中广泛地应用；第二，长期以来形成的保险体制，还不十分健全和完善，有待深化改革，这表现在：保险经营缺乏更大的自主权，内部核算体系不完善；费率的“大一统”；投资额度和投资方向受金融政策左右较大；总准备金的提留受制于财政方针等。这使得精算人员心有余而力不足；第三，公平竞

争的保险市场尚未真正形成,保险市场机制的运作不够充分,以致于保险经营者对市场的反映还欠灵敏,这就削弱了科学调整和精确计算有关栏目的紧迫感和使命感;第四,从业于精算工作的专业人员,可参阅的精算书籍和资料;计算依赖的大量统计数据等,在数量上和质量上与要求尚有一段距离,这也在客观上制约了精算的普及和实施。

然而,值得可喜和庆幸的是,我国保险业正方兴未艾,蓬勃发展。远见卓识的保险理论和实务工作者已经深深意识到精算在保险经营中的重要性,加快学习和借鉴无国界之分的精算科学的紧迫性;以及采取多渠道、多形式培养匮乏精算人才的危机感。近些年来,国家劳动部曾多次聘请国外精算师来华举办短期精算培训班;南开大学与北美精算协会于1988年在南开开始共同培养精算硕士。……。这些举措无疑对我国精算的教育和发展,做了良好的奠基工作。另一方面,我们应清楚地看到,保险的发展对精算专门人才的需求,远不仅限于上述人员。基于这样的背景,为教学与研究的需要;为大专院校保险系研究生、大学生,广大保险理论与实务工作者,以及关心精算的有关人员,提供系统学习寿险精算知识,掌握精算原理,进而指导实际工作的参考读物。作者在吸收了国内外有关成果的基础上,同时结合自己的教学实践和研究成果,编著了这本小册子,希望它能对精算科学在国内的普及和推广,尽上微薄之力。

本书的出版,得到了西南财经大学金融系曾康霖教授,保险系艾孙麟、刘知忠、林义副教授,海口博爱城市信用社卓正行董事长以及中国银行成都分行刘芳等人的关怀和支持,作者深表谢意。同时,我不能忘记段开龄博士(美国费城天

普大学终身荣誉教授，南开大学国际保险研究所所长，西南财经大学名誉教授)，南开大学金融系刘茂山教授，以及北美精算协会的多位教授，精算师，是他们带我进入了保险与精算领域，为本书的写作和完成奠定的基础。

在繁忙教学之余编著的此书，成书时间仓促，加之作者水平有限，错误之处难免，恳请读者不吝指正。

编著者

一九九三年八月

目 录

绪论	(1)
1 利息的度量及其基本计算	(9)
1.1 利息的度量	(9)
1.2 不同利息度量方式下的终值和现值的计算	(11)
1.3 利率、贴现率及息力之间的关系	(19)
1.4 等值方程及其求解	(21)
2 确定年金	(25)
2.1 年金给付期等于利息结算期的确定年金	(25)
2.2 年金给付期不等于利息结算期的确定年金	(31)
2.3 连续确定年金	(38)
2.4 变动确定年金	(39)
3 生命函数	(45)
3.1 基本随机变量	(46)
3.2 基本生命函数	(48)
3.3 一般整数年龄生命函数	(49)
3.4 生命期望值	(53)
3.5 分数年龄生命函数	(56)
4 生存年金	(59)
4.1 生存年金概述	(59)
4.2 以生存为条件的一次性给付	(60)
4.3 以生存为条件每年提供一次给付的生存年金	(63)
4.4 以生存为条件每年提供数次给付的生存年金	(77)
4.5 以生存为条件每年连续地提供给付的生存年金	(82)

4.6	完全期末生存年金和比例期初生存年金	(83)
5	人寿保险	(86)
5.1	趸缴纯保费及其基本假定	(87)
5.2	在死亡发生年末提供保额的寿险	(88)
5.3	在死亡发生期末提供保额的寿险	(94)
5.4	在死亡后立即提供保额的寿险	(97)
5.5	人寿保险与生存年金的关系	(101)
5.6	变动保额人寿保险	(105)
6	年缴纯保险费	(112)
6.1	年缴纯保费计算的一般原理	(112)
6.2	年缴付一次的纯保费	(114)
6.3	年缴付数次的纯保费	(122)
6.4	两全保险纯保费的分析	(135)
6.5	保险费返还的保单	(138)
7	均衡纯保费准备金	(143)
7.1	均衡纯保费准备金及其性质	(143)
7.2	预期法准备金	(144)
7.3	追溯法准备金	(148)
7.4	预期法与追溯法的等价性及其运用规则	(153)
7.5	期末准备金的不同表达式	(156)
7.6	相邻年度期末准备金之间的关系	(158)
7.7	年缴数次纯保费准备金	(162)
8	毛保险费	(168)
8.1	寿险费用分析与附加保费计算	(169)
8.2	安全加成的基本方法	(173)
8.3	毛保险费的计算	(177)
8.4	毛保险费率	(183)
9	实际责任准备金	(186)

9·1	实际责任准备金的概念及其计算原理	(186)
9·2	法定准备金标准介绍	(190)
9·3	现金价值	(195)
9·4	保单选择权	(199)
10	利源分析	(203)
10·1	资产份额的评估	(203)
10·2	利源分析	(209)
10·3	资产份额的应用	(212)
11	简单多生命函数	(220)
11·1	连生状态的年金和保险函数	(221)
11·2	最后生存者状态的年金和保险函数	(227)
11·3	复合状态的年金和保险函数	(230)
11·4	简单的条件保险函数	(235)
11·5	复合的条件保险函数	(240)
12	保单精算分析	(243)
12·1	简易人身保险	(244)
12·2	个人养老金保险	(251)
12·3	职工养老金保险	(256)
附录 1:	常见利息率的复利函数表	(259)
附录 2:	寿险精算的生命样表	(264)
I:	1958CSO3%男性生命表	(264)
II:	1958CSO3%替换函数表	(267)
III:	1958CSO3%趸缴纯保费表	(273)
IV:	1958CSO3%年缴纯保费表	(276)
V:	Anderson's $X_{1:3}^{\frac{3}{4}}$ %选择片断表	(277)
主要参考书目		(278)

绪 论

—

迄今为止，国内外对精算的描述，尚未达成统一的解释。按照现行对精算的一般描述，结合自己的理解，所谓精算，就是应用数学、统计学、金融学、保险学及人口学等学科的知识 and 原理，去解决工作中的实际问题，进而为决策提供科学依据。而保险精算，便是应用数学、统计学、金融学、保险学及人口学等学科的知识 and 原理，去解决商业保险与各种社会保障业务中需要精确计算的项目。如死亡率的测定，生命表的构造，费率的厘定，准备金的计提以及业务盈余分配等。

显然，精算与保险精算是种概念与子概念的关系。精算外延比保险精算的外延更宽、更广。精算可以与投资结合，形成投资精算学；精算用于人口问题中的有关计算，有人口精算学之说。当然，精算与保险固有的联系决定着保险精算是精算的重要组成部分。

保险精算通常可分作寿险精算和意外险精算两大类。寿险精算主要研究以生存和死亡为两大保险事故而引发的一系列计算问题。通常情况下，与生存有关的问题由生存年金来处理，与死亡有关的问题由寿险（主要指死亡保险）来应付。生存和死亡保险事故危及单生命（single-life）时，涉及的主要精算问题是：单生命下的纯保费计算，准备金提存等问题；

生存和死亡保险事故也危及多生命(multi--life),与此对应的精算主要讨论连生年金和连生保险的纯保费、准备金的计算。意外险精算与寿险精算在研究对象上各有侧重,有所不同。意外险精算乃研究自然灾害、意外事故的出险频率和损失幅度的分布以及由此而产生的一系列计算问题。意外险精算包含有两个重要分支:一是损失分布理论,研究在过去统计资料的条件下,未来损失的分布状况以及损失与赔款的相互关系等问题,以此作为预测的依据与基础,提高经营决策的科学性。二是风险理论,即通过分析出险频率与损失幅度的分布,研究这种出险次数与每次损失大小的复合随机过程,以期洞察保险应具备多大的基金,方可不致于发生“破产”;若有可能发生破产,评估这一“破产”的概率大小等问题。

由于寿险精算是保险精算的一个构成部份,保险精算从属于精算科学,而精算与数学、统计学具有密不可分的关系,因此从根本上讲,精算学属于一门计算和应用数学的分支学科。寿险精算也就离不开应用和计算数学作为数理基础。只不过除数学外,寿险精算还会涉及到寿险原理及其它多种学科。这体现出寿险精算的交叉性和边缘性。

二

寿险精算是从寿险经营的窘境中应运而生的一门新兴学科。寿险的前身是欧洲中世纪的基尔特(guild)制度。据记载,世界上最早的寿险保单之一,是在十六世纪末,由一群海上保险承保人在伦敦对 william Gibbon 签发的,一年保险期限,保险金额为 382.68 镑的定期保单。

十八世纪中期以前,英国早期的寿险组织、资格最老的

要数于 1706 年在伦敦特许成立的协和保险社。1721 年经特许成立皇家交易保险公司和伦敦保险公司，这两家保险公司同年开始经营寿险业务，此外，还有一些捐助团体以及联盟协会也经营寿险业务。这些互助协会、保险公司以及其它团体经营的寿险业务，其经营概括起来，具有如下几个特点：第一，寿险仅为火险、海险的副产品，尚未大规模独立地经营寿险；第二，寿险业务所承保的对象限制较多。互助协会承保会员人数有限，主要局限于商人、企业合伙人；特许保险公司经营的寿险，将病人、老年人及天花病人等一概拒之门外。第三，寿险的保费采用赋课式，未将年龄大小、死亡率高低等与保费挂钩；最后，寿险经营缺乏严密的科学基础，表现在有关计算单一、粗糙，考虑因素较少。这样的寿险经营导致的是寿险业的不景气，保险技术的停滞不前。也正是在这种经营思想指导下，协和保险社在 1756 年以詹姆斯·道森（James Dodson）年龄偏大为由，拒绝吸收其为保险社会员，其结果成为寿险精算兴起的导火绳。

按照协和保险社的经营之道，承保对象年龄与保险费无关，保险费采用赋课式。倘若吸收了年长者，那么无疑会增大自身的风险。詹姆斯·道森鉴于此事，意识到寿险经营的这种狭隘性，提出了保险费应与死亡率挂钩，保险费随投保人年龄和预期寿命有所差异等新观点和新方案。这就是现代寿险精算的最初雏形。也就是现代精算科学的最初雏形。

但是，限于道森当时所处的社会与经济环境，他的建议在其有生之年并未得到协和保险社以及特许保险公司等的重视和赞同，相反遭到的是无情的抗议和否定。直至 1757 年道森死后，寿险经营面临的严重窘境，致使他的同谋者采纳了

他的方案，并于1762年创立了伦敦公平人寿保险社，简称“老公平”。“老公平”于1764年开业，由于它采纳了道森的方案，并依英国政府公布的1728~1750年伦敦市死亡统计，编制了死亡率表，且依被保险人年龄及保额收取保险费，制作了第一张保费表。所以“老公平”能够制订长期寿险契约，能够接受和调整范围广泛的各类风险。寿险经营据此打开了新的局面，同时寿险业务开始步入科学的经营之路。就这样，现代精算科学正式地从老公平的寿险经营中诞生了。

寿险精算的产生，并不是偶然的，相反，它具有自身的理论渊源。第一，采纳了道森的有关计算方案。而道森的思想，又直接受其老师，法国数学家 Abraham de Moivre (1667—1754) 的影响。Moivre 曾对死亡率及其模型作过大量的研究，在1724年提出了一个死亡法则，即将一定年龄对应的生存人数看作这一年龄的函数，用式子可表为 $l_x = k(\omega - X)$ ，其中： X 代表年龄， $12 < X < 86$ ， ω 为终极年龄， K 为比例常数， l_x 为活到 X 岁的生存人数。Moivre 运用自己的死亡法则，成功的计算和简化了当时棘手的年金问题；第二，英国数学家、天文学家埃德蒙·哈雷 (Edmund · Halley) (1656—1742)，在1693年利用德国 Breslan 市 Nevman Casper 所搜集整理该市1687—1691年五年间按年龄分类的死亡记录，统计出按不同年龄和性别分类的死亡人数和出生人数，编制好一份完整的 Breslan 市生命表。哈雷在其中对死亡率、生存率以及死亡率随年龄不同而异等概念的研究，无不为后来精算的产生奠定了科学基础。

寿险精算自产生以来，目前不仅研究单个生命单一偶然因素相关的一系列问题，而且还涉及单个生命多个偶然因素

的有关问题。当多个偶然因素涉及到死亡、残废，离退休及退休等，现又派生出一门与生命随机性相关的分支学科：社会保障精算，此外，寿险经营也发展到多个生命遭遇单偶然因素的情形，与此对应的保费计算，准备金计提等，统统包括在寿险精算之列。

三

从历史发展来看，寿险精算起源于寿险业，寿险精算是寿险经营的科学基石。随寿险经营的不断扩大和发展，寿险精算愈发表现出重要性。寿险科学运行离不开精算，寿险精算与寿险经营密不可分，还是寿险经营的内在客观要求。

首先，寿险经营的对象是风险，确切地说，主要是活得太久与死得过早这样的两类风险。这些风险总是与损失相联系。一般地，它们具有如下三个基本性质：（1）风险是客观存在的。对一个人而言，生和死总是只居其一，生与死是不以人的意志为转移的；（2）风险具有不确定性，就一个人观察，存活多久或者何时死亡，死亡或生存的时间，死亡或生存对应的年龄，事先不能精确地知晓，从而表现出不确定性。但是人不能存活到永远，人终归一死。当以一群人来观察时，风险又表现出另一个性质，即：（3）风险的可测性，在有关相似风险大量资料的前提下，可以测定，评估风险的值。具体地说，就是以过去群体观察的人的生与死的可能性大小推断现在、未来相似群体的人的生、死概率近似值。但是，为确保寿险经营正常、科学地运行，准确地评估生与死的概率以及派生出的一些概率，便成为寿险经营中极其重要的一项工作。在实际经营中，预期的生与死概率几乎难以与实际的

生与死概率的吻合。不吻合是绝对的，一般的和普通的。这表明寿险经营不可避免地存在一定的风险。要减小或缩小这一风险，理想的要件是（1）承保人数应尽可能地多，充分发挥大数法则的作用，同时又要避免出现自身难以承受的局面。这样做就可以自动减小相对风险，使出险频率和损失幅度更具稳定性，又能正常地经营和发展。（2）同一年龄组的人，尽可能满足同质性，即生与死概率在各年龄组间应尽量一致或接近，表现在合理选择各年龄组的投保人。（3）被保险人之间应当尽量地满足相互独立。一个人的生或死，不必然引起别人的生或死。令人遗憾的是，理想的要件在实际中每每得不到满足。表现在：参加保险的人毕竟有限，从而决定着相对风险并不为零，风险是客观存在的；再者，同一年龄组的人，要完全做到同质性，也是苛刻的，一是受技术的限制，不能办到这一点；另一方面即便办得到，将使寿险功能受到抑制，否定保险的基本内涵，动摇大数法则的科学性。此外，寿险经营中也许可能罕见，但也不排除几年、几十年甚至上百年来遭受突发性大灾，如战争、洪水、地震、翻车等，造成大面积被保险人死亡。医疗条件改进，可能使人存活平均余命普遍提高。凡此种种，要求在寿险经营中经营必须考虑到这些风险的存在，除采取积极措施，防范道德风险及逆选择外，还得用定量方法进行风险加成或安全附加，以应付实际与预期的偏差。进一步，为应付巨灾和巨损，还应逐步积累总准备金，壮大自身的偿付能力。而无论风险加成，还是总准备金积累，离不开精算的方法或技术。

其次，保险经营的成本，与一般工商企业的产品成本的差异，表现在一般产品成本发生在过去，且由不变资本和可