

初中数学

龙门 专题

代数 初步

南秀全
主编

$$\begin{aligned}x &= 7 \\ y &= 4 \\ z &= 0\end{aligned}$$

$$x(2x - y + 3z) = 70$$

(修订版)



龍門書局

代数初步

龙门题

(修订版)

主 编 南秀全

本册主编 余曙光



龍門書局

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64033640 13501151303 (打假办)

邮购电话：(010)64000246



(修订版)

代数初步

南秀全 主编

责任编辑 王 敏 乌 云

龙门书局 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

化学工业出版社印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2002年1月修 订 版 开本：890×1240 A5

2002年6月第四次印刷 印张：9 1/2

印数：60 001 - 80 000 字数：350 000

ISBN 7-80160-120-3/G·156

定 价：10.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前 言

参考书几乎是每一位学生在学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用,使学生阅读后,能更透彻、迅速地明晰重点、难点,在掌握基本的解题思路和方法的基础上,举一反三、触类旁通,这是编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学、生物四个学科共计 55 种,其中初中数学 12 种,高中数学 12 种,初中物理 5 种,高中物理 7 种,初中化学 4 种,高中化学 10 种,高中生物 5 种。

本套书在栏目设置上,主要体现了循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”(高中为“3+X”综合应用篇)。“基础篇”中的每节又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中“知识点精析与应用”着眼于把基础知识讲透、讲细,帮助学生捋清知识脉络,牢固掌握知识点,为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。“视野拓展”则是在牢固掌握基础知识的前提下,为使学生成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是,这部分虽然名为“拓展”,但仍然立足于教材本身,主要针对教材中因受篇幅所限言之不详,但却是高(中)考必考内容的知识点(这类知识点,虽然不一定都很难,但却一直是学生在考试中最易丢分的内容),另外还包括了一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高(中)考形势,综合题与应用题越来越多,试行“3+X”高考模式以后,这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是为顺应这种形势而设,旨在提高学生的综合能力与应用能力,使学生面对纷繁多样的试题,能够随机应变,胸有成竹。

古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局最新推出的《龙门专题》,有以下几个特点:

1. 以“专”为先 本套书共计 55 种,你尽可以根据自己的需要从

中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释,读过一本后,可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. 讲解细致完备 由于本套书是就某一专题进行集中、全面的剖析,对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识,能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小,更易于理解和记忆。

3. 省时增效 由于“专题”内容集中,每一本书字数相对较少,学生可以有针对性地选择,以实现在较短时间里对某一整块知识学透、练透的愿望。

4. 局限性小 与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及,并分别自成一册;“不同步”是指本套书不一定完全按教材的章节顺序编排,而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题,即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系,从而自然地连点成线,从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义,以减小其随教材变动的局限性。

5. 主次分明 每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例,使学生能够根据自己的情况,权衡轻重,提高效率。

本套书的另一特点是充分体现“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才,它是实施素质教育的重要环节。就各科教学而言,只有提高教学质量,提高效率,才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出,讲、练到位,对于提高学生对于某一专题学习的相对效率,大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖,编写难度很大,又受作者水平所限,书中难免有疏漏之处,敬请不吝指正。

编 者

2001年11月1日

编委会

(初中数学)

(修订版)

执行编委

王敏

余石南
山

余曙光
黄振国

编主总

委编划

肖九河
南秀全
龙门书局

付东峰



目 录

有理数

第一篇 基础篇	(2)
第一章 代数初步知识	(3)
1.1 代数式	(3)
1.2 列代数式	(11)
1.3 代数式的值	(18)
1.4 公式 谈一谈储蓄利息	(23)
1.5 简易方程	(32)
中考热点题型分析	(38)
第二章 有理数	(42)
2.1 正数与负数	(42)
2.2 数轴	(50)
2.3 相反数	(57)
2.4 绝对值	(62)
2.5 有理数的加法	(70)
2.6 有理数的减法	(77)
2.7 有理数的加减混合运算	(84)
2.8 有理数的乘法	(90)
2.9 有理数的除法	(97)
2.10 有理数的乘方	(105)
2.11 有理数的混合运算	(112)
2.12 近似数与有效数字	(119)
2.13 用计算器进行数的简单计算	(124)
中考热点题型分析	(129)
第二篇 综合应用篇	(134)
一、有理数的计算问题	(134)

二、求代数式的值	(139)
三、归纳、猜想类问题	(143)
四、应用题	(148)
1. 与简易方程有关的应用问题	(148)
2. 数与式的应用题	(151)

整式的运算

第一篇 基础篇	(157)
第一章 整式的加减	(158)
1.1 整式	(158)
1.2 同类项	(168)
1.3 去括号与添括号	(176)
1.4 整式的加减	(184)
中考热点题型分析	(192)
第二章 整式的乘除	(195)
2.1 同底数幂的乘法	(195)
2.2 幂的乘方与积的乘方	(200)
2.3 单项式的乘法	(206)
2.4 单项式与多项式相乘	(212)
2.5 多项式的乘法	(219)
2.6 平方差公式	(229)
2.7 完全平方公式	(236)
2.8 同底数幂的除法	(245)
2.9 单项式除以单项式	(253)
2.10 多项式除以单项式	(259)
中考热点题型分析	(266)
第二篇 综合应用篇	(273)
一、有理数的计算问题	(273)
二、整式的化简或求值	(277)
三、整式与方程(组)的综合问题	(283)
四、整式与不等式(组)的综合问题	(287)
五、归纳、猜想类问题	(289)
六、整式应用问题	(293)

有 理 数

主编 余曙光

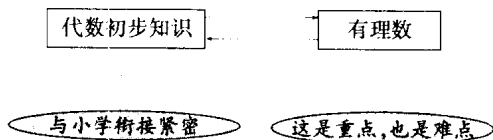
第一篇 基础篇

本篇各章节知识在全国各地的中考试题中所占的分数比例大约如下表:

内 容	代数初步知识	有理数
所占分数百分比	1%~2.5%	1%~3%

虽然本书各章节的知识在中考中所占的比例很小,但它们是代数的基础.要知道,万丈高楼从地起,不学好本书的各章节的知识,则后面代数知识的学习就进行不下去.望同学们注重打下这个坚实的基础.

本篇知识框图如下:

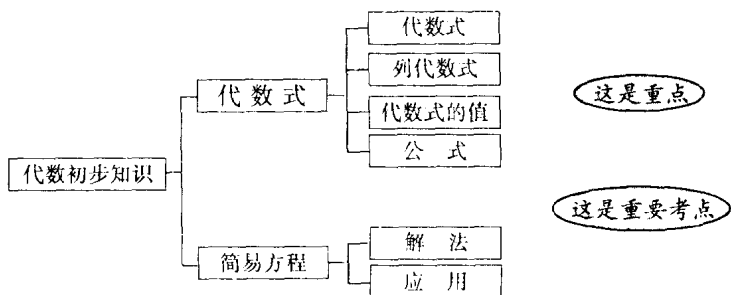


本篇的两章是初中数学的开头两章,第一章要注重与小学知识的衔接,要借助小数的知识类比地理解代数式的一些知识,要重视“公式”这一节的学习,因为这一节能较好地锻炼同学们的创新能力.第二章要特别注重对负数的意义的理解,要重点提高有理数的混合运算能力.



第一章 代数初步知识

本章知识框图:



1.1 代数式

知识梳理

本节的重点是认识用字母表示数的意义,通过实例了解代数式的概念,本节的难点是学会用字母表示数及说出一个代数式所表示的数量关系。

知识点精析与应用

【知识点精析】

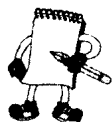
1. 用字母表示数

用字母表示数具有简明、普遍的优越性,从具体的数过渡到用字母表示数、渗透了抽象概括的思维方法,在认识上是一个质的飞跃。

2. 代数式的认识

像 5 、 a 、 $4a$ 、 ab 、 $a+b$ 、 $\frac{s}{t}$ 、 a^2 这样的式子都是代数式。理解代数式的概念可以从这样几个角度去理解:

(1) 我们以前学习中遇到的式子都是代数式。



(2) 代数式是不含等号的. 如 $S = \pi R^2$ 是以等式形式出现的, 它不是代数式, 但等式的左右两边各是一个代数式.

(3) 代数式是用基本的运算符号把数、表示数的字母连接而成的式子. 单独一个数或字母也是代数式.

3. 代数式的书写格式

要养成良好的书写习惯

代数式的书写格式有如下规定:

(1) 在代数式中用到乘号时, 若是数字与数字相乘, 要用“ $\times$ ”号, 若是数字与字母相乘或字母与字母相乘, 通常简写作“ $\cdot$ ”或者省略不写. 如 $2 \times a$ 写作 $2 \cdot a$ 或 $2a$.

(2) 数字因数、字母因数排列时, 要把数字因数写在前边. 如 $3b$ 不能写成 $b3$.

(3) 带分数与字母相乘时, 应把带分数写成假分数. 如 $3\frac{1}{2}ab^2$ 不能写成 $3\frac{1}{2}ab^2$.

(4) 代数式中除的关系, 一般按分数的写法来写. 如 $2a \div b$ 写作 $\frac{2a}{b}$.

(5) 几个字母因数排列时, 要按字母表的顺序排列书写, 如 $\frac{4}{3}abc$, $5xyz$.

(6) 最后一步是加减运算的代数式, 如若需要注明单位, 那么必须用括号把整个式子括起来, 后面再写单位. 如 $(2a + b)\text{km}$ 不能写成 $2a + b\text{km}$.

4. 代数式的读法

代数式的读法没有统一的规定, 可以按其意义去读, 在不引起误会的情况下, 往往也可以比较简练地读.

要准确读出代数式, 应注意以下几点:

(1) 要熟知加、减、乘、除(乘方、开方)的结果分别是和、差、积、商(幂、方根). 如 $a + b$ 可读成 a 与 b 的和.

(2) 读代数式要注重最后运算. 如果最后的运算是加法, 应读成“……与……的和”, 最后的运算是除法, 应读成“……与……的商”, 如 $\frac{c}{ab}$ 应读成“ c 与 ab 的商”, 若读成“ c 除以 a 乘以 b ”就错了.

(3) 读代数式要注意括号. 如 $(a + b)^2$, 应读作“ a 与 b 的和的平方”, 若读作 a 加 b 的平方则易误会为 $(a + b^2)$. 又如 $a(b - c)$ 应读作“ a 与 $b - c$ 的积”等.

常常一个代数式可以有几种正确的读法. 但都要以不造成别人误解为前提, 都要有还原为原代数式的惟一性. 常用还原代数式的方法来检验代数式读

法的正误。措词严谨是代数式语言表述的生命线。

【解题方法指导】

【例1】用字母表示：

- (1) 加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，和不变；
- (2) 加法结合律：三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变；
- (3) 乘法交换律：两个数相乘，交换乘数的位置，积不变；
- (4) 乘法结合律：三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变；
- (5) 分配律：一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。

解 (1) 如果用 a 、 b 表示任意两个数，那么加法交换律可表示成： $a + b = b + a$ ；

(2) 如果用 a 、 b 、 c 表示任意三个数，那么加法结合律可表示成： $(a + b) + c = a + (b + c)$ ；

(3) 如果用 a 、 b 表示任意两个数，那么乘法交换律可表示成： $ab = ba$ ；

(4) 如果用 a 、 b 、 c 表示任意三个数，那么乘法的结合律可表示成： $(ab)c = a(bc)$ ；

(5) 如果用 a 、 b 、 c 表示任意三个数，那么分配律可表示成： $a(b + c) = ab + ac$ 。

说明 ①由此可见，这些小学里学过的运算律都可以用字母简明地表示出来。用字母表示的这些运算律在今后的学习中应用很广，有些省市的中考题中，常以填空的题型考查本知识点。同学们不仅要学会用字母表示这些运算律，还要准确地记住它们。

②用 a 、 b 、 c 表示以上运算律是约定俗成的，若无特别需要或规定，请不要改用其他字母。

【例2】用字母表示：(1) 圆的面积公式；(2) 圆锥的体积公式。

解 (1) 如果用 R 表示圆的半径， S 表示圆的面积，圆周率用 π 表示，那么圆的面积公式可表示成： $S = \pi R^2$ 。

(2) 如果用 R 表示底面圆的半径，用 h 表示圆锥的高，用 V 表示圆锥的体积，圆周率用 π 表示，那么圆锥的体积公式可表示成： $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ 。

说明 用 R 表示圆的半径，用 S 、 V 分别表示面积与体积，用 π 表示圆周率也是约定俗成的。

[例 3] 一辆汽车以 $v \text{ km/h}$ 的速度行驶, 写出行驶距离 s 千米与行驶时间 t 小时的关系式.

分析 路程 = 速度 $\times$ 时间

解 $s = vt$.

说明 km/h 是速度单位, 读作“千米每小时”. 如 5 km/h 读作“5 千米每小时”, 表示每小时移动 5 km . 注意不要写成千米/小时. 此外, 速度的单位还常用 m/min , m/s 等. 在小学里, 限于认识的水平, 对速度的单位没有作要求, 但从现在起, 要理解并熟练运用速度的单位.

[例 4] 指出下列各式哪些是代数式, 哪些不是代数式

- (1) $2 - 3a + \frac{b}{2}$; (2) $3 - \frac{3}{4} + 1.5$;
 (3) 1 ; (4) $2a - 1 = b$;
 (5) $s = vt$; (6) $\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} < 1$;
 (7) a ; (8) $a + b = b + a$.

解 (1), (2), (3), (7) 是代数式; (4), (5), (6), (8) 不是代数式.

说明 类似的题目可这样简单判断: 一般来说, 因为等号和不等号都是非运算符号, 故含等号或不等号的式子一定不是代数式.

这是判别代数式的秘诀

[例 5] 下列各式中, 符合代数式书写规范的是 ()

- A. $1 \frac{1}{3}x$ B. $(a+b) \div c$ C. $\frac{n}{m}$ D. $a+b$ 厘米

解 C. $1 \frac{1}{3}x$ 应写成 $\frac{4}{3}x$, $(a+b) \div c$ 应写成 $\frac{a+b}{c}$, $a+b$ 厘米应写成 $(a+b)$ 厘米.

[例 6] 说出下列代数式的意义

- (1) $\frac{1}{3}x + 4y - 5$; (2) $\frac{1}{2}a^2 - 2b^3$;
 (3) $\frac{2xy}{a+b}$; (4) $\frac{3}{4}(x^2 - y^2)$.

解 (1) $\frac{1}{3}x + 4y - 5$ 的意义是 $\frac{1}{3}x$ 加 $4y$ 减 5 ;

(2) $\frac{1}{2}a^2 - 2b^3$ 的意义是 $\frac{1}{2}a^2$ 与 $2b^3$ 的差;

(3) $\frac{2xy}{a+b}$ 的意义是 $2xy$ 与 $a+b$ 的商;

(4) $\frac{3}{4}(x^2 - y^2)$ 的意义是 $\frac{3}{4}$ 与 $x^2 - y^2$ 的积.

这里只读出最后一步的运算, 你注意到了吗?

说明 (1) 以上各题的叙述都不是惟一的, 仅写出一种作为参考.

(2) 叙述代数式的意义要用清晰简洁的语言, 为方便起见, 教科书上规定

只需读出最后一步运算.

[例 7] 说出代数式 $7(a-3)$ 的意义.

误解 $7(a-3)$ 的意义是 7 乘 a 减 3.

分析 若将 $7(a-3)$ 读成 7 乘 a 减 3, 就会产生歧义, 究竟是 $7a-3$ 呢? 还是 $7(a-3)$ 呢? 有模棱两可之感. 代数式 $7(a-3)$ 的最后运算是积, 应把 $(a-3)$ 作为一个整体.

正确解答 $7(a-3)$ 的意义是 7 与 $(a-3)$ 的积.

【达标跟踪训练】

一、判断题 (对的打“√”, 错的打“×”)

1. 7 是代数式. ()
2. a 可以表示任意数. ()
3. m 与 3 的差是 $m-3$. ()
4. $2(a+3)$ 的意义是 2 乘 a 加 3. ()
5. 甲重 a 千克, 乙重 b 千克, 则甲、乙共重 $a+b$ 千克. ()

二、填空题

6. 儿子今年 a 岁, 母亲比儿子大 24 岁, 母亲今年_____岁.
7. 正确写出 $5 \times a - b \div 3$ 的代数式是_____.
8. 三角形的底是 a , 这个底上的高为 h , 则这个三角形的面积 $S =$ _____.
9. 代数式 $a^3 - b^3$ 的意义是_____.
10. 用字母表示零乘以任意数得零_____.

三、选择题

11. 下列各式是代数式的个数有 ()
(1) $ab = ba$; (2) $2a + 3b$; (3) $1 + 3 + \frac{1}{7}$; (4) $S = \pi R^2$; (5) a .
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
12. 下列各式中, 符合代数式书写规范的是 ()
A. $a5$ B. $7 \times y$ C. $5.5b$ D. $5\frac{1}{2}b$
13. a 、 b 两数差的平方除 a 、 b 两数的平方差是 ()
A. $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$ B. $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$ C. $\frac{a-b^2}{a^2-b^2}$ D. $\frac{a^2-b^2}{a-b^2}$

四、解答题

14. 说出下列代数式的意义

- (1) $a - (b - c)$;
- (2) $(4a)^2 - 4a^2$;
- (3) $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$.

15. 盐水溶液 x 千克, 其浓度为 20%, 则含纯盐多少千克?

16. 某商场按每辆 m 元的价格购进自行车, 加 18% 的利润后再优惠 10% 出售, 问售出价是多少元?

17. 有黑、白棋子各 1 堆, 若从白棋中取出 3 个白棋棋子放入黑棋堆中, 此时黑棋堆棋子数是白棋堆棋子数的 2 倍, 若白棋堆原有棋子数为 a 个, 问黑棋堆原有棋子多少个?

【答案与提示】

1. $\sqrt{\quad}$ 2. $\sqrt{\quad}$ 3. $\sqrt{\quad}$ 4. $\times$ (应为 2 与 $(a+3)$ 的积) 5. $\times$ (应为共重 $(a+b)$ 千克) 6. $a+24$ 7. $5a - \frac{1}{3}b$ 或 $5a - \frac{b}{3}$ 8. $\frac{1}{2}ah$ 或 $\frac{ah}{2}$
 9. a 、 b 的立方差或 a^3 与 b^3 的差 10. $0 \times a = 0$ 11. C ((2)、(3)、(5) 是代数式, (1)、(4) 不是代数式) 12. C ($a5$ 应写成 $5a$, $7 \times y$ 应写成 $7y$, $5 \cdot \frac{1}{2}b$ 应写成 $\frac{11}{2}b$ 或 $5.5b$, 显然 $5.5b$ 符合代数式的书写规范) 13. B (a 、 b 两数差的平方是 $(a-b)^2$, a 、 b 两数的平方差是 $a^2 - b^2$, $(a-b)^2$ 除 $a^2 - b^2$ 即 $a^2 - b^2$ 除以 $(a-b)^2$, 即为 $\frac{a^2 - b^2}{(a-b)^2}$) 14. (1) a 与 $(b-c)$ 的差; (2) $(4a)^2$ 与 $4a^2$ 的差; (3) $m^2 - n^2$ 与 $m^2 + n^2$ 的商 15. $20\%x$ 千克 16. $(1+18\%) \times (1-10\%)m$ 元 17. $[2(a-3)-3]$ 个

暂不要求化简

视野拓展

【释疑解难】

1. 关于用字母表示数

用字母表示数是代数的基石, 具有无比的优越性, 但要注意如下几点:

(1) 用字母表示数是数学从算术到代数的一大进步, 是代数的显著特点.

(2) 一般地, 用字母所表示的数是某个范围内所有数的代表, 具有普遍性, 又是这个范围内的任意一个数, 具有任意性. 因此, 用字母表示数可以简明地表达现实中浩繁的数量间的关系, 表达数的各种运算定律、性质和法则.

(3) 用字母表示的数虽然具有普遍性、任意性, 但往往还要受到该字母所表示的量和该字母在算式中的情况的限制. 如: 当字母 a 表示人数时, 它只能取自然数或 0, 分数 $\frac{1}{x}$ 中, x 不能是 0 等等.

(4) 用字母表示数, 同一个问题中的相同量要用同一个字母表示, 不同量必须用不同字母表示.

(5) 用字母表示数时, 一些规定了的、约定俗成或相沿成习的表示习惯我们应该照办或随大流.

2. 关于代数式的习惯读法

有些代数式比较常见, 故有习惯读法:

1. $a^2 + b^2$ 习惯读成 a 、 b 的平方和;
2. $a^2 - b^2$ 习惯读成 a 、 b 的平方差;
3. $a^3 + b^3$ 习惯读成 a 、 b 的立方和;
4. $a^3 - b^3$ 习惯读成 a 、 b 的立方差;
5. $(a + b)^2$ 习惯读成 a 、 b 的和的平方;
6. $(a - b)^2$ 习惯读成 a 、 b 的差的平方;
7. $(a + b)^3$ 习惯读成 a 、 b 的和的立方;
8. $(a - b)^3$ 习惯读成 a 、 b 的差的立方.

要掌握这
些习惯读法

3. 要注意用字母表示数时, 必须使式子本身有意义, 必须使实际问题有意义.

【典型例题导析】

【例 8】用字母表示分数的基本性质.

误解 $\frac{n}{m} = \frac{2n}{2m}$, 或 $\frac{n}{m} = \frac{n \div 2}{m \div 2}$.

分析 上面的解答错在用特殊代替一般. 用字母表示分数的基本性质, 除分子、分母用字母表示外, 分子、分母同时乘以或除以同一个不为零的数也要用字母表示.

正确解答 $\frac{n}{m} = \frac{kn}{km}$, 或 $\frac{n}{m} = \frac{n \div k}{m \div k}$ ($k \neq 0$).

【例 9】判断题 (正确的打“√”, 错误的打“×”).

(1) a 的倒数是 $\frac{1}{a}$. ()

(2) 学校的学生人数可用表示任意数的字母 m 表示. ()

解 (1) ×. 因 0 没有倒数, 即当 $a = 0$ 时, $\frac{1}{a}$ 没有意义, 故必须强调 $a \neq 0$.

(2) ×. 因人数不能是分数或小数, 故 m 必须为自然数.

【例 10】用代数式表示: a 与 b 的平方和.

分析 a 与 b 的平方和, 就是 a 与 b^2 的和, 故应写成 $a + b^2$. 注意: 它与 a 、 b 的平方和的意义是不相同的, 其关键是连词“与”使它们的意义大不相同, “与”字体现最后一步运算, 它前面和后面的运算是彼此独立的.