

渐开线齿轮与蜗杆传动 几何计算手册

[苏] И.А.鲍洛托夫斯基 主编

张 展 张国瑞 译



13-62

华东化工学院出版社

代号

- a ——标准中心距,环面蜗杆传动中心距;
 a_w ——中心距;
 a_{w0} ——加工啮合中心距;
 a_{w*} ——当量圆柱齿轮传动中心距;
 A ——锥齿轮基距;
 b ——齿宽,蜗杆加工部分长度;
 b_w ——工作齿宽;
 B ——从分度圆锥顶到大端齿顶圆平面间的距离;
 c ——顶隙,径向间隙;
 C ——从基面到锥齿轮大端齿顶圆平面间的距离;
 c^* ——顶隙系数,径向间隙系数;
 C_p ——周节,齿距;
 D_p ——径节,环面蜗杆成形圆直径;
 D ——量柱(球)直径;
 d ——分度圆直径;
 $d_{a\Delta}$ ——齿顶变尖的圆直径;
 d_b ——基圆直径;
 d_f ——齿根圆直径
 $d_{f\Delta}$ ——齿根变尖的圆直径;
 d_{bN} ——渐开线修形的基圆直径;
 d_{b*} ——渐开线倒角的基圆直径;
 d_0 ——通过滚子(球)中心同心圆的直径;
 d_e ——锥齿轮大端分度圆直径;
 d_{e0} ——插齿刀顶圆直径;
 d_i ——齿廓界限点的圆直径;
 d_o ——插齿刀分度圆直径,切齿刀盘直径;
 d_v ——节圆直径;

- d_w ——加工啮合节圆直径；
 d ——任意同心圆直径；
 e_w ——8字啮合锥齿轮传动从节圆平面到中心线间的距离；
 e ——齿槽宽；
 \bar{e}_o ——齿槽固定弦；
 h ——全齿高，螺牙高度；
 h^* ——全齿高系数，螺牙齿高系数；
 h_a ——分度圆齿顶高；
 h_a^* ——基本齿廓和基本蜗杆螺牙齿顶高系数；
 h_f ——分度圆齿根高；
 h_f^* ——基本齿廓和基本蜗杆螺牙齿根高系数；
 h_i ——极限齿高；
 h_i^* ——基本齿廓极限齿高系数；
 h_g ——齿顶修缘高度；
 h_g^* ——齿顶修缘高度系数；
 h_{a10}^* ——铲形齿条齿廓齿顶直线部分的高度系数；
 h_{f10}^* ——铲形齿条齿廓齿根直线部分的高度系数；
 h_w^* ——螺牙高度系数；
 \bar{h}_a ——分度圆弦齿高；
 \bar{h}_{ay} ——直径 d 上的弦齿高；
 \bar{h}_o ——固定弦弦齿高；
 i ——传动比；
 $\text{inv} \alpha_y$ ——对应于齿形角 α_y 的渐开线函数；
 j_n ——法向接触侧隙；
 j_w ——节圆弧侧隙；
 j_ϕ ——角侧隙；
 k ——行星齿轮传动中行星轮个数；
 k_2 ——齿轮 z_2 齿高缩短系数；
 k_b ——齿宽系数；

k ——蜗杆包围工作长度；
 l ——接触线总长度；
 l_m ——接触线平均长度；
 l_r ——从大端至计算截面的距离；
 l_s ——从大端至测量截面的距离；
 M ——量柱(球)距，比例；
 m ——模数；
 m_a ——法向模数；
 m_t ——端面模数；
 p ——周节，齿距
 p_b ——基节；
 p_x ——轴向齿距；
 q ——蜗杆直径系数；
 R ——锥距；
 s ——分度圆齿厚；
 s^* ——基本蜗杆螺牙齿厚计算系数；
 s_a ——齿顶厚；
 s_a^* ——齿顶厚系数；
 s_{a0}^* ——铲形齿条齿廓齿顶厚系数；
 s_w ——节圆齿厚；
 s_b ——基圆齿厚；
 s_y ——在同心圆直径 d_y 上的齿厚；
 s_{yx} ——锥齿轮任意截面上直径 d_y 圆上的齿厚；
 \bar{s} ——分度圆弦齿厚；
 \bar{s}_y ——在直径 d_y 圆上的弦齿厚；
 \bar{s}_o ——固定弦齿厚；
 \bar{s}_{ox} ——锥齿轮在检测截面上的固定弦齿厚；
 u ——齿数比；
 W ——公法线长度，刀顶距；
 x ——变位系数；

- x_s ——总变位系数；
 x_d ——变位系数差；
 x_{min} ——最小变位系数；
 x_c ——切向变位系数；
 x_v ——节圆变位系数；
 z ——齿数，蜗杆头数；
 z_s ——外啮合齿轮副的齿数和；
 z_d ——内啮合齿轮副的齿数差；
 z_0 ——刀具的齿数和头数；
 z_{min} ——无根切的最少齿数；
 z_v ——当量圆柱齿轮齿数；
 z_e ——平面齿轮齿数；
 z_w ——公法线长度内跨测齿数；
 α ——齿形角；
 α_0 ——铲形齿条齿廓的齿形角；
 α_v ——啮合角；
 α_{w0} ——加工啮合角；
 α_y ——在直径 d_y 同心圆上点的齿形角；
 α_a ——齿顶压力角；
 $\alpha_{a\Delta}$ ——齿顶变尖圆上点的压力角；
 $\alpha_{f\Delta}$ ——齿根变尖圆上点的压力角
 α_l ——界限点压力角；
 α_p ——工作齿廓下界点齿形角；
 α_u ——单齿对啮合上界点的齿形角；
 α_v ——单齿对啮合下界点的齿形角；
 α_b ——基本齿廓端面齿形角；
 α_s ——弧齿锥齿轮分度圆上的法向齿形角，蜗杆法面齿形角；
 α_D ——通过圆柱(球)中心同心圆上的压力角；
 α_M ——基本齿廓修形线角；

- β ——分度圆上螺旋角；
 β_a ——锥齿轮齿线中点分度圆上螺旋角；
 β_y ——在同心圆直径 d_y 圆柱面上的螺旋角；
 β_b ——基圆柱上螺旋角；
 β_w ——节圆柱上螺旋角；
 β_0 ——插齿刀分度圆柱上螺旋角；
 γ ——蜗杆螺牙在分度圆柱上的升角；
 δ ——锥齿轮分度圆锥角；
 δ_s ——锥齿轮顶锥角；
 δ_t ——锥齿轮根锥角；
 δ_w ——锥齿轮节锥角；
 δ_D ——位于球中心点的锥角；
 $\Delta\delta$ ——节圆锥与分度母线间的夹角；
 $\varepsilon, \varepsilon_y$ ——重合度；
 ε_a ——端面重合度；
 ε_β ——纵向重合度；
 $\varepsilon_{n,T}$ ——可能重合度，潜在重合度；
 λ ——滑动率；
 θ ——综合参数；
 θ_p ——工作齿廓下界点的滑动比；
 θ_a ——锥齿轮分度圆上的齿顶角；
 θ_t ——锥齿轮分度圆上的齿根角；
 θ_{aw} ——锥齿轮节圆上的齿顶角；
 θ_{tw} ——锥齿轮节圆上齿根角；
 ν_y ——在同心圆直径 d_y 上点的展开角；
 ν_i ——在界限点齿廓的展开角；
 ν_s ——齿顶修缘起始点的展开角；
 ν_{s0} ——插齿刀修形起始点的展开角；
 ν_{e0} ——在界限点插齿刀齿廓的展开角；
 ν_e ——环面蜗杆计算包围半角；

ρ_f^* ——基本齿廓和基本蜗杆过渡曲率半径系数；
 ρ^* ——轮齿纵向齿顶倒角面的半径系数；
 $\rho_{k_0}^*$ ——铲形面齿顶倒圆半径系数；
 Σ ——锥齿轮和准双曲面齿轮传动的轴交角；
 τ_D ——绕测量球描绘的锥角；
 φ_y ——齿廓矢径点间的夹角；
 ψ_y ——在同心圆直径 d_y 上齿厚半角；
 ω ——角速度。

属于偏差和公差的代号见第 420—424 页。其他代号如文中所述。

角标

0——表示刀具，铲形面，加工啮合；
1——表示齿轮副中较小者（小齿轮）；
2——表示齿轮副中较大者；
c——表示平面齿轮；
v——表示当量圆柱齿轮；
n——表示法向截面；
t——表示端截面
e——表示锥齿轮大端截面；
i——表示锥齿轮小端截面；
m——表示锥齿轮中点端截面；
x——表示任意规定的截面；
y——表示任意指定的同心圆；
a——表示顶圆；
f——表示齿根圆；
b——表示基圆；
g——表示齿顶修缘的起始点；
k——表示齿顶倒角的起始点；
l——表示齿廓界限点；
M——表示修形参数；

ϕ ——表示刀具纵向齿顶倒圆、倒角；
p——表示工作齿廓下界点；
q——表示齿根修形起始点；
u——表示单齿对啮合的上界点；
v——表示单齿对啮合的下界点；
w——表示节圆；
 Δ ——表示齿顶、齿根变尖圆。

符号 n 和 m 在没有异文时说明可以省略。符号 t 可直接写在基本符号之后。

符号上面带星号(•)者表示为模数部分的系数值。

在所有公式中具有双重符号者，上面符号用于外啮合，下面符号用于内啮合。例外者应在文中加以说明。

在公式中没有标明齿轮代号 1 和 2 者，均适用于齿轮副中的齿轮。

为了简化文中的〈齿轮〉术语，同时又不会产生误解，用〈齿轮〉术语的缩语来代替。此外，采用了如下的缩语：

OC——存在范围；
БК——封闭图；
ИПРК——基本铲形齿条齿廓；
ПРК——铲形齿条齿廓；
ВЭП——交错轴斜齿轮传动；
ЭКК——8字啮合锥齿轮。

例如：

h_{w1} ——齿轮 z_1 大端节圆齿顶高；
 h_{yx} ——在同心圆直径 d_y 的测量截面上从齿顶面到弦齿厚的高度，用尺寸 x 表示；
 α_{wh0} ——渐开线修形加工啮合角；
 S_{tx2} ——齿轮 Z_2 在端截面上分度圆齿厚，用尺寸 x 表示；
 ψ_{sec} ——相应固定弦齿厚半角；
 α_{Δ} ——在轮齿齿顶变尖圆上的齿形角。

齿轮传动设计时的计算

1 概 论

1.1 齿轮的形式

回转面的轴线与齿轮轴线相重合者称为同轴。选定以同轴面作为基准，用于确定轮齿要素及其尺寸者称为分度面。

按分度面形状，可分为圆柱齿轮和圆锥齿轮。

按齿线，即按轮齿的侧面与分度面、节面或同一类型的同轴面的交线形状分为：

直齿，其齿线位于通过齿轮轴线的平面上。

螺旋齿，其齿线是任意形式的螺旋线。螺旋齿有各种变态：斜齿，在圆柱表面上为固定齿距的螺旋线；人字齿，由左、右旋向的斜齿部分组成；切线齿，在分度圆锥面的展开图上的齿线为切于同心圆的直线；曲线齿，在分度面的展开图上的齿线为圆弧、渐开线、摆线或其他曲线；曲线齿的变态为曲线齿圆柱齿轮。

按齿廓（即按齿廓侧面与不同形式的分度面，例如与齿轮轴线垂直的面，或者与球心和分度圆锥顶点重合的球面的交线），轮齿分为：

渐开线齿，其齿廓在圆柱齿轮传动中是圆的渐开线，而在锥齿轮中为球面渐开线。

准渐开线（8字线）齿，在加工啮合中，以平的铲形面形成的锥齿轮轮齿。

摆线齿，其齿廓为摆线族曲线。

圆弧齿，其齿廓为圆弧或与其相近的曲线。

此外,还有一些特殊的齿廓。

1.2 齿轮传动的形式

齿轮传动形式的表示,应考虑齿轮节面和锥面的位置与形状。用齿轮相对运动瞬时轴描绘的回转面称为轴面。同轴面彼此相切之面称为节面。轮齿在啮合线上任意点具有公切线,而齿轮相对运动的速度矢量方向沿着该切线或为零。

按齿轮轴线在空间的位置,可分为如下几种:

圆柱齿轮转动,组成两齿轮轴线是相互平行的(见图1-1, a),轴面和节面也是圆柱面,且相互重合;

锥齿轮传动,组成的两锥齿轮的轴线是相交的(见图 1-1, b),轴面和节面也是锥面、且相互重合;

混合型锥齿轮传动(圆柱-圆锥齿轮传动),由圆柱齿轮和锥齿轮组成的两轴线相交(见图 1-1, c);轴面为圆锥面,而节面一齿轮为圆柱面,另一齿轮为圆锥面;

准双曲面齿轮,其齿轮轴线是相错的,轴面是单叶的回转双曲面,可分为两类:第一类准双曲面齿轮传动,其两齿轮轮齿的共轭齿面可由同一铲形齿面在加工啮合中形成;对于第二类传动,齿轮副中的每一齿轮的铲形齿面是不同的。

属于第一类的准双曲面齿轮传动有:

交错轴斜齿轮传动(见图 1-1,d),由圆柱齿轮组成;

准双曲面齿轮传动(见图 1-1,e),由锥齿轮组成;

第一类准双曲面齿轮传动也可认为是由 8 字啮合锥齿轮组成(见8.6),是其变位系数沿齿长方向变化的圆柱齿轮。

属于第二类准双曲面齿轮传动有: 蜗杆传动(见图1-1,f),交错轴斜齿轮传动(见图 1-1,g)等。

按齿顶面和齿根面的相对位置 齿轮可分为: 外啮合齿轮传动,即两齿轮均为外齿轮; 内啮合齿轮传动,即其中一齿轮为外齿轮,而另一齿轮为内齿轮。

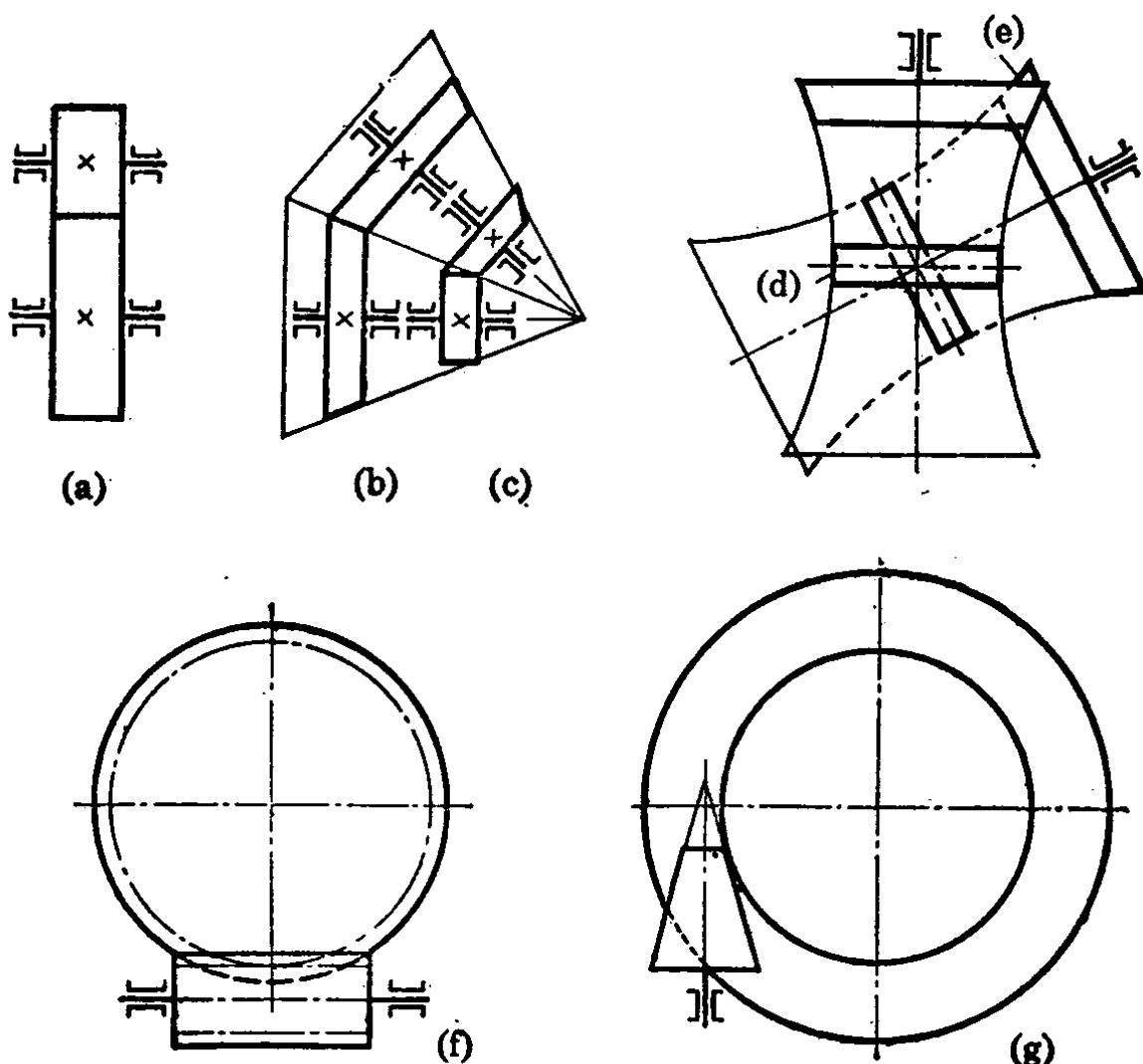


图 1-1 齿轮传动

按用途，可分为：

动力齿轮传动，用于传递功率；

运动齿轮传动，纯粹用于执行运动的作用，不传递大的功率。

本手册所研究的仅是应用最广的渐开线和准渐开线形式的齿轮传动。

1.3 齿轮传动的设计

齿轮传动的设计过程包括确定基本参数，满足所提出的传动的强度、运动学、几何尺寸和经济要求的最佳形式：

设计过程包括如下：

运动学计算——确定各级的传动比和齿轮的角速度；

动力计算——确定齿轮传递的功率，作用在齿轮上的力矩和作用在轮齿上的作用力；

强度和寿命的计算；

几何尺寸计算——选择基本的几何参数，确定齿轮的几何尺寸和制造与检测时所必需的尺寸，校核啮合几何质量指标。

几何计算和强度计算是相互关联的。

对于动力齿轮传动，在确定其外形尺寸（对于圆柱齿轮传动和准双曲面齿轮传动，为其节圆直径或中心距；对于锥齿轮传动，为其大端节圆直径或锥距，模数）时进行初步的强度计算。在进行计算时，选择啮合角、相对齿宽和一些其他参数。

然后应进行几何计算，必要时再作进一步精确的几何参数计算（例如，圆整中心距，改变齿数和啮合角等）。

最后，精确的强度和疲劳寿命计算仅用来校核，一般在完成几何计算之后进行。

本手册中论述了各种形式齿轮传动的几何计算。

1.4 不同类型的几何计算

用选择切齿刀具来确定的计算类型 齿轮最后计算的几何尺寸确定于精加工齿轮刀具的几何尺寸，而槽面和过渡曲面不用精加工刀具，则只确定于粗加工刀具的几何尺寸。

应用具体的标准刀具的估算 在结构计算（考虑工艺上的可能性）时，可选择任意标准刀具——齿轮滚刀、插齿刀、剃齿刀和砂轮等，及其参数——插齿刀齿数，刀头直径，以及刀具相对于在加工啮合中毛坯的位置所确定的参数——变位系数，刨齿刀刃或砂轮的位置，砂轮的安装角等。

在综合传动与优选质量指标时，设计师可利用每种具体刀具的所有性质。同样设计师具有无论对于通常的或对于精确的几何尺寸、强度校核所需要的所有尺寸与参数。

应用非专用的标准刀具时的初步计算，没有具体规定的形式

和参数(例如,不管被加工齿轮是否采用滚刀或插齿刀,插齿刀的齿数如何等)。这种计算稍为扩大了生产工艺的可能性,但同时缩小了传动组合和优选的可能性,以及未充分给定齿轮的几何尺寸:齿根圆直径、过渡曲线形式、齿廓界限点的位置,即进行精确的几何计算和强度计算所必须的数据仍未知。

采用专用刀具时的初步计算,这时组合的可能性扩大了,设计师可根据特殊需要求得所需的齿轮几何尺寸。但是,这对于每种齿轮副,有时对每一单独齿轮,需要制造专用刀具。

采用标准刀具是最常用的计算,是保证齿轮传动的互换性、工艺性和经济性的最好方法。

特殊情况下,允许采用特殊刀具的计算,这仅用于真正需要齿轮的特殊几何尺寸,经充分论证存在的,并且用标准刀具不可能获得的情况下。这种计算的应用范围是对于单独制造刀具的费用不产生大的影响的重载和特别重要的齿轮传动设计,即大批生产的传动设计。

用选择计算系统来确定的计算类型 在大多数情况下,当轮齿加工时,齿顶面是不加工的,其参数(顶圆直径,顶锥角)在规定的已知范围内,与轮齿的加工方法无关。

顶面参数的规定方法在所谓《计算系统》中作进一步的论述。

对最常用的计算系统,其齿顶面参数规定为:应使啮合时的径向间隙不随其他齿轮的参数而变化,传动的径向间隙均为 c^*m ,并推荐以 ГОСТ 16532—70 作为计算系统的基础。同时,在有充分依据时,可以允许不按标准规定。

其他计算系统有:

按固定的,但径向间隙不标准的计算;

按固定齿高计算;

按保持齿高对径向间隙固定比例的计算;

按齿顶面固定齿厚的计算;

按加工啮合中或齿轮副啮合中不发生干涉的计算。

还有其他的特殊的计算系统,在手册的相应章节中加以叙述。

在选择计算系统时，应考虑下列方面：

随着齿高的增大，其弹性柔度增大，啮合时的动载荷下降；重合度增大。

随着齿高的增大，通常齿根的弯曲应力也增大。由于出现干涉以及不允许减小径向间隙，因而可能有的变位系数范围减小。

刀具和计算系统的选择，可能与传动的存在范围及其性能产生明显的影响，有扩大传动几何学和运动学组合的可能性。

1.5 渐开线轮齿、齿轮与齿轮副的参数

渐开线轮齿和齿轮的几何尺寸的确定

(1) 基圆直径 d_b

(2) 齿廓，是基圆的展开——渐开线。在渐开线上任意点 Y 的位置可由下列参数表示(见图 1-2, a)：展开角 ν_y 、齿形角 α_y ，角的渐开线函数为

$$\operatorname{inv}\alpha_y = \tan\alpha_y - \alpha_y = \nu_y - \alpha_y; \quad (1-1)$$

在点 Y 位置的圆直径

$$d_y = d_b \cos\alpha_y; \quad (1-2)$$

在点 Y 齿廓的曲率半径

$$\rho_y = 0.5 d_b \tan\alpha_y; \quad (1-3)$$

在点 Y 的齿廓曲率中心为点 N。

(3) 顶圆直径 d_a

(4) 齿根圆直径 d_f

(5) 齿廓过渡曲线的形状和位置

(6) 表示异名齿廓(左侧与右侧)的相对位置参数，这些参数如下：

- 1) 在基圆上的齿厚 s_b (见图 1-2,b)。
- 2) 在异名齿廓的相交点，齿顶变尖的圆直径 $d_{a\Delta}$ 。
- 3) 齿顶变尖圆 $d_{a\Delta}$ 上的齿形角，在文献[24, 25]中将此角称为“综合参数”，用字母 θ 表示，

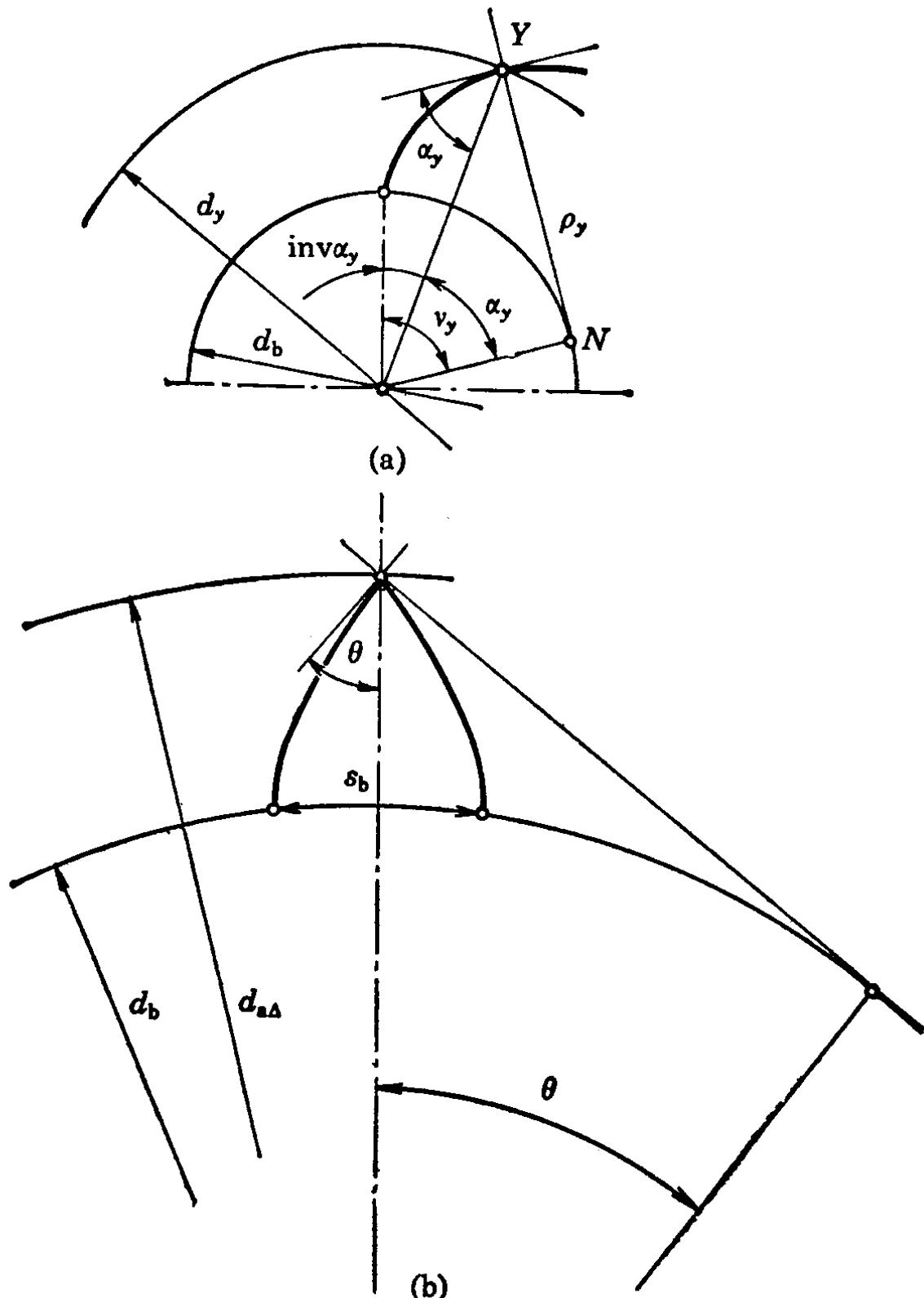


图 1-2 (a) 渐开线参数, (b) 渐开线轮齿

$$\theta = \alpha_{y\Delta} = \arccos \frac{d_b}{d_{y\Delta}}. \quad (1-4)$$

4) 直齿条参数(基本齿廓)——齿形角 α 、模数 m (齿条齿距对 π 之比值)和描述在紧密的、无侧隙的啮合条件下齿条相对于齿

轮位置的变位系数 x 。这时齿条的齿形角可以是任意的。齿可属于,例如,当变位系数为 x 时具有齿形角 α 、模数 m 的基本齿廓;这同样的齿也可认为从属于具有 α' 角的基本齿廓,但这时的模数和变位系数应满足如下公式:

$$m' = m \cos \alpha / \cos \alpha'; \quad (1-5)$$

$$x' = x \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha'} + \frac{z(\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha')}{2 \tan \alpha'}. \quad (1-6)$$

从理论观点出发,所有列举的方法给出的异名齿廓的相对位置是等价的。从实际观点来看,采用基本齿廓是具有优点的,因为无论对齿轮参数标准化,或对齿轮刀具标准化最为方便。

由于齿形角 α 选择是任意的,合理的所有计算应按标准齿形角 $\alpha = 20^\circ$ 进行。

齿轮传动的基本参数是: 齿数 z 、中心距 a_w 、啮合角 α_w 和传动比

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1}, \quad (1-7)$$

或齿数比

$$u = z_2/z_1 \geq 1.$$

1.6 齿轮和齿轮传动基本参数的选择

传动比 i ,对于几何计算通常是给定的,在齿数选择时允许有误差 Δi 。

齿数,在某些情况下,最后由运动学计算确定。在其他情况下,进行个别动力传动计算时,齿数可以任意选择,只要满足给定的传动比 i 和 Δi (或齿数比 u 和 Δu)便可。

当 a_w 不变时,稍减小 z_2 或 z_1 (如 1—4 只齿),可增大啮合角 α_w ,稍提高齿面的接触疲劳强度。显著地减少齿数,则模数随之增大,可提高轮齿的弯曲疲劳强度。随着齿数 z 的减少,根切的危险性增大,滑动率增大,有趋于胶合的倾向。

当低的圆周速度和固定的载荷时,最好齿数 z_1 和 z_2 彼此间是