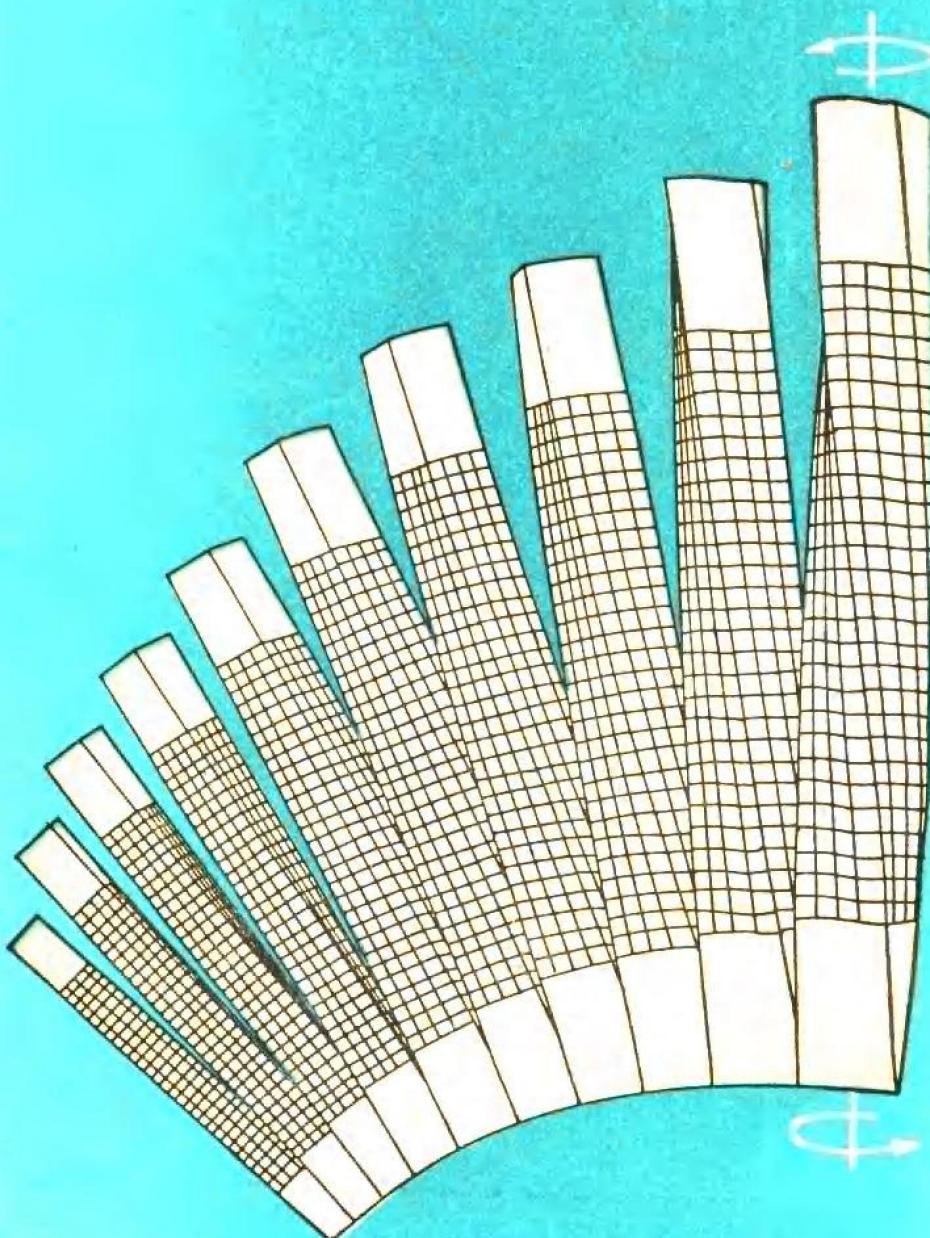


材料力學(上)

林正輝・陳維方 編譯



全華科技圖書股份有限公司 印行

世界图书出版公司重印

材料力学(上)

林正辉 等编译

全华科技图书股份有限公司出版

世界图书出版公司 重印

(北京朝内大街 137 号)

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1991年2月第1版 开本: 787×1092 $\frac{1}{16}$

1991年2月第1次印刷 印张: 20.5

印数: 0,001—1,020 字数: 38.9万字

ISBN 7-5062-0839-3/TB·5

定价: 9.70元

本书经全华科技图书股份有限公司香港和中国大陆总代理

香港出版社有限公司特许世界图书出版公司独家重印

限国内发行

我們的宗旨。

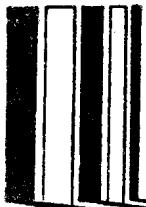
推展科技新知
帶動工業升級

為學校教科書
推陳出新

感謝您選購全華圖書
希望本書能滿足您求知的慾望

「圖書之可貴，在其量也在其質」，量指圖書內容充實，質指資料新穎夠水準。我們本著這個原則，竭心盡力地為國家科學中文化努力，貢獻給您這一本全是精華的“全華圖書”

為保護您的眼睛，本公司特別採用不反光的米色印書紙!!



原序

基本力學的主要目的在於訓練工科學生具有能利用簡單及邏輯的方式來分析問題的能力，並將一些基本且衆所皆知的原理應用於問題的解答上。本書係專為材料力學入門而設計的課程，供工科學生在大二或大三研習本課程之用。作者希望本書能協助教師達到本課程的特殊教學目的，同時也盼望作者先前所撰述的靜力學及動力學教科書也能對教師的教學有所裨益。

使用本書的學生宜先修過整個靜力學的課程，其中第一章的內容亦提供學生複習靜力學觀念的機會。本書中剪力與彎矩圖在第 7.2 節及第 7.3 節中會有詳盡的敘述，面積矩與面積形心的性質則編排在附錄中；本書適用於加強探討樑內正應力及剪應力的求法（第四章及第五章）。

第一章中將介紹材料中某一點的應力的觀念，在該章中也說明了軸向負荷可同時造成正應力與剪應力，主要是考慮斷面的所在位置而定。應力的計算乃依據“應力與斷面的方向有關”此亦將於第三、四、五章分別討論扭轉、純彎曲以及橫向荷重等內容中再次強調。至於某些計算的技巧，諸如應用在某一點上的應力變換的莫氏圓法，則將延至第六章才討論，此時學生已解過組合基本荷重的問題，此時才會發現需要利用這種技巧的重要性。同理，剪力與彎矩圖將在第七章中介紹，隨即可應用於樑及軸的設計。

*教師若欲提早討論剪力與彎矩圖，則第 7.2 節與第 7.3 節可在第一章中合併講授，或接在第四章前講授，同時可指定習題 7.1 至

7.16，7.21至7.24，以及7.33至7.50等為作業。

靜不定問題於第二章中首先討論到，且於本書中在各種不同的負荷情形下陸續提到。故學生在研究本科目之前面階段就可以結合靜力學中力的傳統分析的方法來分析物體變形的情形。如此，於研修完本課程之後，對於這基本方法學生必然完全熟悉。另外，此方法亦有助於學生知道只有藉考慮其相對應變的分佈，方能解出靜不定應力的問題。

在第二章中介紹了塑性變形的概念，可用來分析軸向負荷的構件。有關的問題包括圓柱軸及稜形柱樑的塑性變形，且在第二章及第四章中分別有所討論。其中一些資料可依教師的選擇課授或略去，至於置於本書中的主要目的係協助學生能瞭解線性應力——應變關係的假設所受的限制，此可使學生能小心避免誤用彈性扭轉及撓曲的公式。

一般學生認為靜力學及動力學為兩科嚴謹且合乎邏輯的課程，而對於材料力學則認為是半經驗且只能提供近似解。此種反應可能由於研究靜力學及動力學中，往往可依少數幾個基本定律及簡單的數學模式，例如質點或剛體等，而在研修材料力學時則須使用許多不同的公式，這些公式的正確性又須依對其了解不深的假設或所必須記住的假設而定，故本書將材料力學的研究建立在一些基本觀念上，亦即力作用於結構上的平衡條件，材料中已知應力與應變間的關係，及構件的支撐與負荷的條件。利用這些方法再結合簡單的模型，便可以合理且合乎邏輯的發展出一切所須的公式，並可清楚的指出於分析及設計各種實際上工程結構及機械組件的安全使用情況。

於本書中廣泛應用自由體圖以求得未知的內力或外力。“圖形方程式”同時也協助學生瞭解負荷的重疊及其應力及變形的情形。

本書中於不同的章節中分別以積分法及力矩——面積法來計算樑的撓度，此可讓教師只討論這些方法或依序課授。在第八章中一些選擇性的章節包括奇異函數的應用及利用負荷分佈以直接求彈性曲線等論題。

本書中亦包含有殘留應力，非圓形及薄壁件的扭轉，曲樑的彎曲，非對稱元件內的剪力及損壞的判別準則等選擇性論題，以供在課程中作不同程度的強調。為了保持一貫性，這些額外的論題均依

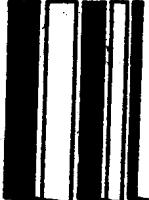
其性質作適當的編排，如果未在課中講授，學生在其它課程中或遭遇實際工程問題時，若有需要，亦可應用。習慣上，為了便於分別其前面的有星號。

本書中分為很多單元，每一單元包含一個或多個理論小節，隨後並附有例題及許多習題。每個單元也都有明晰的標題，可於一節課中授課完畢。每一小節之後並有例題以說明理論，並對理論加強瞭解。例題的目的則在說明理論應用於解工程上問題的應用。因為例題的算法與學生解習題的形式相同，故本書的例題具有使教材內容擴充且亦提供學生於解問題時井然有序的雙重目的。大多數習題均頗為實際且能吸引工科學生的興趣。其主要的目的係為了說明書中的內容且幫助學生瞭解用在材料力學的基本原理。所有習題均依照其原理的說明而分類，且由易而難排列。其中需要特別注意的問題附以星號，並於書末中附有偶數題的答案。

因為先前研修過的工程科目中使用公制的遠較英制的為多，故本書中的大多數例題均使用公制。然而因兩種單位系統在轉換的期間，學生仍須熟練兩種系統，習題中公制及英制各佔一半。因為題目很多，故教師可依使用公制或英制來選定習題為作業。

作者對曾閱過手稿並提供寶貴意見的先進深表謝忱，尤其是對 Drexel 大學的 Leon Y. Bahar 教授更表感激。同時也要感謝 Lehigh 大學，Connecticut 大學，Worcester 工學院及 SUNY 航海學院的師生採用本書初版為教材。也同時感謝 Felix Cooper 先生對本書生動的插圖貢獻。

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.



譯序

近年來由於科技日新月異，不論材料及技術均受到重視，因此，有關於工程材料及材料力學等方面發展乃是必然的結果，而其中尤以材料力學最為重要。

本書係翻譯 Ferdinand P. Beer 及 E. Russell Johnston 所合著的 *Mechanics of Materials* 一書，筆者在不失原著之精神下儘量以淺顯的字句詳加翻譯，以祈使讀者能瞭解原義，及深入思考，並在由原著者所提供之例題及習題中，可使理論與實務合為一體。

本書為求內容編排完整精確，且排版清晰曾多次與全華科技圖書公司編輯部討論，以求以盡善盡美的成果供予讀者。

本書雖經多次校對，然筆者才疏學淺，疏忽之處在所難免，敬祈諸先進多所指教，在此亦向編輯部同仁表示謝意。

編者 林正輝・陳維方



編輯部序

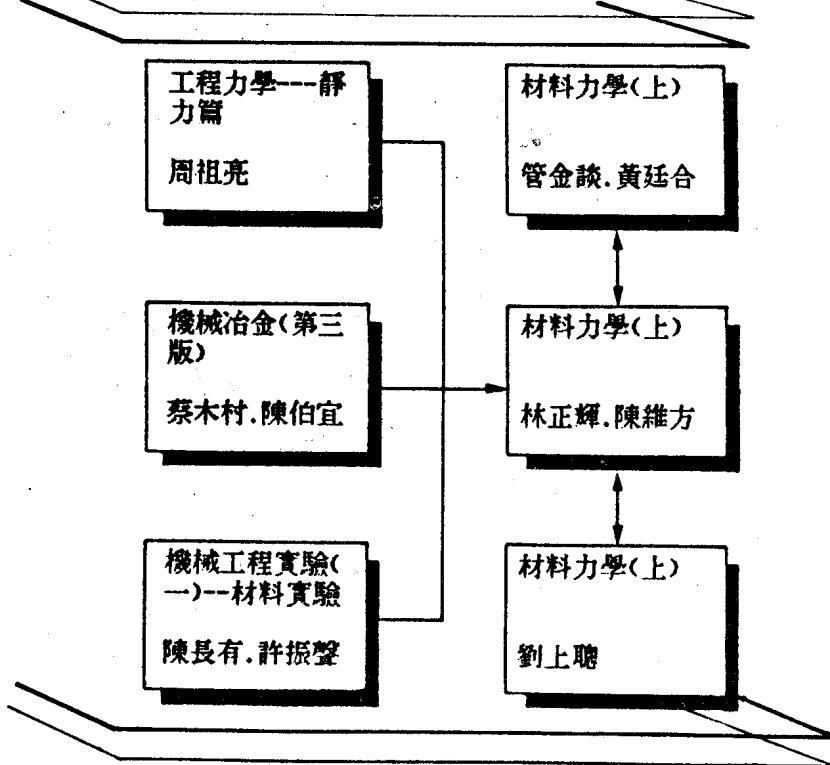
「系統編輯」是我們的編輯方針，我們所提供之
，絕不只是一本書，而是關於這門學問的所有知識，它們
由淺入深，循序漸進。

本書譯自 Beer & Johnston兩位材力權威的精華大作
“Mechanics of Materials”，此書涵蓋的範圍至為完善。
而譯者認真負責、仔細推敲的態度，使得譯文更忠於
原意且文句流利通順，讀者在閱讀時可事半功倍之。

本書為大專機械科的最佳教材，讀者研讀此書，必能
在材料力學領域中收穫匪淺。

同時，為了使您能有系統且循序漸進研習相關方面的
叢書，我們以流程圖方式，列出各有關圖書的閱讀順序，
以減少您研習此門學問的摸索時間，並能對這門學問有完
整的知識。若您在這方面有任何問題，歡迎來函連繫，我
們將竭誠為您服務。

流程圖



符號說明

| | | |
|--|---|-------------------|
| <i>a</i> | Constant; distance | 常數；距離 |
| A, B, C, ... | Forces; reactions | 力；反作用力 |
| <i>A, B, C, ...</i> | Points | 點 |
| A, Q | Area | 面積 |
| <i>b</i> | Distance; width | 距離；寬度 |
| <i>c</i> | Constant; distance; radius | 常數；距離；半徑 |
| C | Centroid | 形心 |
| C₁, C₂, ... | Constants of integration | 積分常數 |
| <i>d</i> | Distance; diameter; depth | 距離；直徑；深度 |
| D | Diameter | 直徑 |
| <i>e</i> | Distance; eccentricity; dilatation | 距離；離心率；膨脹 |
| E | Modulus of elasticity | 彈性模數 |
| <i>f</i> | Frequency; function | 頻率；函數 |
| F | Force | 力 |
| F.S. | Factor of safety | 安全係數 |
| G | Modulus of rigidity; shear modulus | 剛性模數；剪力模數 |
| <i>h</i> | Distance; height | 距離；高度 |
| H | Force | 力 |
| H, J, K | Points | 點 |
| I, I_r, ... | Moment of inertia | 慣性矩 |
| <i>J</i> | Polar moment of inertia | 極慣性矩 |
| <i>k</i> | Spring constant; shape factor; bulk modulus; constant | 彈簧常數；形狀因數；容積模數；常數 |
| K | Stress concentration factor; torsional spring constant | 應力集中因數；彈簧扭轉常數 |
| <i>l</i> | Length; span | 長度；指標 |
| <i>L</i> | Length; span | 長度；指標 |
| <i>L_e</i> | Effective length | 有效長度 |
| <i>m</i> | Mass | 質量 |
| M | Couple | 力偶 |
| M, M_r, ... | Bending moment | 彎矩 |
| <i>n</i> | Number; ratio of moduli of elasticity; normal direction | 數；彈性模數比；法向 |
| <i>p</i> | Pressure | 壓力 |
| P | Force; concentrated load | 力；集中負荷 |
| <i>P_{xy}, ...</i> | Product of inertia | 慣性積 |
| <i>q</i> | Shearing force per unit length; shear flow | 單位體積剪力；剪力流 |

| | | |
|---|---|-------------------|
| Q | Force | 力 |
| Q | First moment of area | 一次面積矩 |
| r | Radius; radius of gyration | 半徑；迴旋半徑 |
| R | Force; reaction | 力；反作用力 |
| R | Radius; modulus of rupture | 半徑；破裂模數 |
| s | Length | 長度 |
| S | Elastic section modulus | 彈性斷面模數 |
| t | Thickness; distance; tangential deviation | 厚度；長度；切線率 |
| T | Torque | 扭矩 |
| T | Temperature | 溫度 |
| u, v | Rectangular coordinates | 直角座標 |
| u | Strain-energy density | 應變能密度 |
| U | Strain energy; work | 應變能；功 |
| v | Velocity | 速度 |
| V | Shearing force | 剪力 |
| V | Volume; shear | 體積；剪力 |
| w | Width; distance; load per unit length | 寬度；距離單位長度負荷 |
| W, W | Weight, load | 重量；負荷 |
| x, y, z | Rectangular coordinates; distances; displacements; deflections | 直角座標； 距離；位移；撓度 |
| $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ | Coordinates of centroid | 形心座標 |
| Z | Plastic section modulus | 塑性斷面模數 |
| α, β, γ | Angles | 角度 |
| α | Coefficient of thermal expansion; influence coefficient | 熱膨脹係數；影響係數 |
| γ | Shearing strain | 剪應變 |
| δ | Deformation; displacement | 變形；位移 |
| ϵ | Normal strain | 正應變 |
| θ | Angle; slope | 角度；斜率 |
| λ | Direction cosine | 餘弦方向 |
| ν | Poisson's ratio | 波以森比 |
| ρ | Radius of curvature; distance; density | 曲率半徑；距離；密度 |
| σ | Normal stress | 正應力 |
| τ | Shearing stress | 剪應力 |
| ϕ | Angle; angle of twist | 角度；扭曲角 |
| ω | Angular velocity | 角速度 |



目 錄

1

概述——應力的概念

1

| | |
|---------------------|----|
| 1.1 概述 | 1 |
| 1.2 軸向負荷；正應力 | 4 |
| 1.3 剪應力 | 6 |
| 1.4 承應力 | 8 |
| 1.5 簡單結構分析之應用 | 9 |
| 1.6 軸向負荷下斜面上之應用 | 19 |
| 1.7 一般負荷條件下的應力；應力分量 | 21 |
| 1.8 極限與容許應力；安全係數 | 26 |

2

應力及應變——軸向負荷

37

| | |
|----------------|----|
| 2.1 變形；應變的觀念 | 37 |
| 2.2 軸向負荷時的正應變 | 38 |
| 2.3 應力——變應圖 | 39 |
| *2.4 真應力與真應變 | 43 |
| 2.5 虎克定律；彈性模數 | 44 |
| 2.6 材料之彈性及塑性行為 | 45 |
| 2.7 覆變負荷；疲勞 | 48 |
| 2.8 軸向負荷下構件的變形 | 49 |
| 2.9 靜不定問題 | 56 |
| 2.10 涉及溫度變化的問題 | 61 |

| | | |
|-------|---------------------------------|----|
| 2.11 | 蒲松比 | 71 |
| 2.12 | 多軸向負荷；廣義虎克定律 | 72 |
| *2.13 | 膨脹；容積彈性模數 | 74 |
| 2.14 | 剪應變 | 77 |
| 2.15 | 軸向負荷下變形之進一步討論； E , 及 G 間之關係 | 80 |
| 2.16 | 軸向負荷下之應力及應變分佈；聖維南定理 | 86 |
| 2.17 | 應力集中 | 89 |
| 2.18 | 塑性變形 | 91 |
| 2.19 | 殘留應力 | 94 |

3

扭轉

| | | |
|-------|-----------|-----|
| 3.1 | 概述 | 104 |
| 3.2 | 軸內應力的討論 | 105 |
| 3.3 | 圓軸的變形 | 106 |
| 3.4 | 彈性範圍內的應力 | 109 |
| 3.5 | 彈性範圍內的扭轉角 | 118 |
| 3.6 | 靜不定軸 | 122 |
| 3.7 | 傳動軸的設計 | 133 |
| 3.8 | 圓軸的應力集中 | 136 |
| 3.9 | 圓軸的塑性變形 | 140 |
| 3.10 | 彈性塑性材料的圓軸 | 142 |
| 3.11 | 圓軸的殘留應力 | 146 |
| *3.12 | 非圓形構件的扭轉 | 153 |
| 3.13 | 薄壁空心軸 | 156 |

4

純彎曲

| | | |
|-----|--------------|-----|
| 4.1 | 概述 | 165 |
| 4.2 | 純彎曲應力的基本討論 | 167 |
| 4.3 | 純彎曲時對稱構件的變形 | 168 |
| 4.4 | 彈性範圍內的應力與變形 | 171 |
| 4.5 | 橫斷面的變形 | 175 |
| 4.6 | 多種材料組合成構件的彎曲 | 183 |

| | |
|---------------------|-----|
| 4.7 應力集中 | 186 |
| * 4.8 塑性變形 | 194 |
| * 4.9 彈塑性材料的構件 | 196 |
| * 4.10 單一對稱面構件的塑性變形 | 200 |
| * 4.11 殘留應力 | 201 |
| 4.12 對稱面的偏心軸向 | 210 |
| 4.13 不對稱軸彎曲 | 218 |
| 4.14 偏心負荷的一般情形 | 223 |
| * 4.15 曲件的彎曲 | 233 |

5

橫向負荷

| | |
|---------------------------|-----|
| 5.1 概述 | 247 |
| 5.2 關於正應力分佈的基本假設 | 249 |
| 5.3 水平面上剪力的求法 | 250 |
| 5.4 梁中剪應力 τ_{ss} 的求法 | |
| 5.5 常見梁的剪力 τ_{ss} | |
| * 5.6 狹矩形梁應力分佈更廣泛的討論 | 256 |
| 5.7 任意縱向切面的剪力 | 263 |
| 5.8 薄壁構件的剪應力 | 265 |
| 5.9 塑性變形 | 267 |
| 5.10 組合負荷下的應力 | 276 |
| 5.11 薄壁構件其非對稱負荷；剪力中心 | 288 |

1

概述——應力的概念

INTRODUCTION—
CONCEPT OF STRESS

1.1 概述 (INTRODUCTION)

研究材料力學的主要目的，在提供工程師們各種方法以分析及設計各種機械及負荷結構。

現討論圖 1.1 之結構，係由一撐桿 AB 及一吊桿 BC 所組成。我們要決定在這個結構中的 B 點能否安全地承受一個 30 kN 負荷。

從靜力學的知識來判斷，我們知道 AB 及 BC 二桿皆為二力構件，在其各端點處有大小相等但方向相反的軸向力作用在其上： F_{AB} 和 F'_{AB} 其大小皆為 F_{BC} ，而 F_{BC} 和 F'_{BC} 其大小皆為 F_{BC} (圖 1.2)，繪出銷 B 之自由體圖 (free-body diagram) 及其相對應之力三角形 (force triangle) (圖 1.3)，即可由相似三角形定理得到下列式子

$$\frac{F_{AB}}{4 \text{ m}} = \frac{F_{BC}}{5 \text{ m}} = \frac{30 \text{ kN}}{3 \text{ m}}$$

由上式可得

$$F_{AB} = 40 \text{ kN} \quad F_{BC} = 50 \text{ kN}$$

經由 BC 桿上之任一點 D 切 BC 桿取其斷面，可得到 BD 和 CD 兩個部分 (圖 1.4)。

因為在 D 處須有 50 kN 之力作用於兩部分上以維持兩個部分的平衡，故可得知當 B 處受 30 kN 之負荷時， EC 桿中

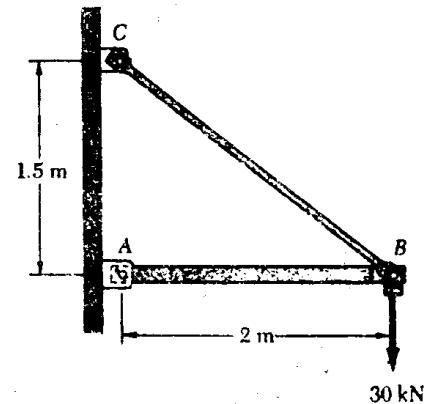


圖 1.1

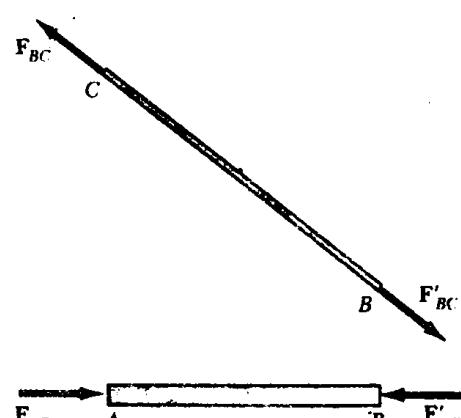
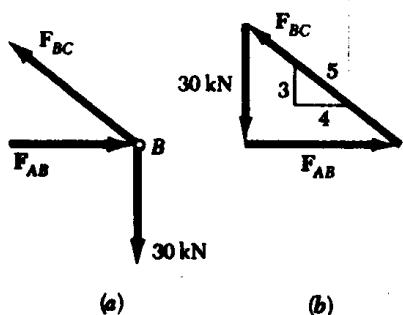
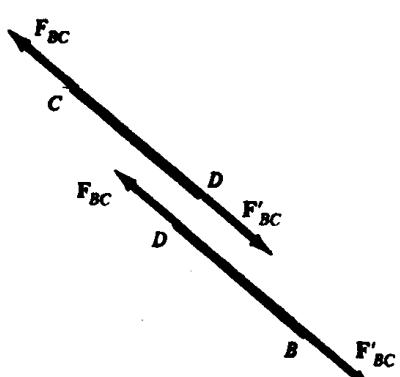


圖 1.2

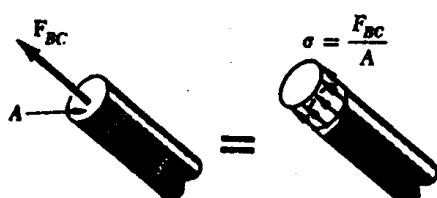
2 材料力學(上)



■ 1.3



■ 1.4



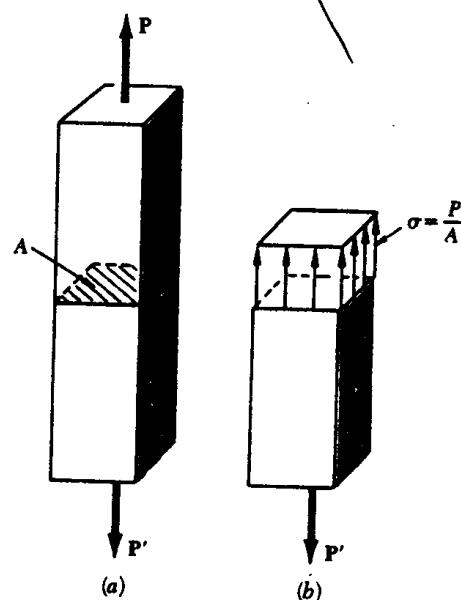
■ 1.5

產生了 50 kN 之內力，並注意到吊桿 BC 承受拉力 (tension)。同理可得，撐桿 AB 之內力為 40 kN 且該桿承受壓力 (compression)。

雖然從上述所得之結果，代表了結構分析時之首要步驟，但並未告訴吾人該結構能否安全地支撐已知的負荷。例如，BC 桿在該負荷之下是否會斷裂，不僅要看所求得之內力 F_{bc} 的大小，而且要依桿之斷面積及材質而定。的確，內力 F_{bc} 確實代表分佈於整個斷面積 A 所有微小力 (elementary force) 之合力 (圖 1.5)，且此分佈力的強度等於單位面積上之力 $-F_{bc}/A$ (拉力)。桿之斷裂與否，顯然就跟該桿材料是否能承受相當於 F_{bc}/A 之分佈內力而定，因此與力 F_{bc} 、截面積 A 及桿的材質有關。

每單位面積上之力，或分佈在所給斷面上的作用力之強度，稱為該斷面之應力 (stress)，並以一希臘字母 σ (sigma) 表示之。在一斷面積為 A 之構件，承受一軸向負荷 P 時 (圖 1.6)，構件中的應力可由 P 之大小除以面積 A 而得：

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1.1)$$



■ 1.6

在往後的內容中，正號表示拉伸應力 (tensile stress)，即構件承受張力；負號則表示壓縮應力 (compressive stress)，亦即構件承受壓力。

在 SI 制中，如果 P 以牛頓 (N)、 A 以平方公尺 (m^2) 表示，則 σ 為 N/m^2 。該單位稱為巴斯卡 (pascal)，記為 Pa，因為以巴斯卡所表示之量太小，故實用上以其千倍、百萬倍、十億倍表之，稱之為千巴斯卡 (kPa)、百萬巴斯卡 (MPa)、十億巴斯卡 (GPa) 等。其值如下：

$$1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa} = 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa} = 10^9 \text{ N/m}^2$$

今考慮桿 BC ，假設此桿是由鋼材製造，且其直徑為 20 mm 時，即得

$$P = F_{BC} = +50 \text{ kN} = +50 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{20 \text{ mm}}{2} \right)^2 = \pi (10 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+50 \times 10^3 \text{ N}}{314 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = +159 \times 10^6 \text{ Pa} = +159 \text{ MPa}$$

為求桿 BC 是否能支撐 30 kN 之負荷，就須將在此負荷下所計算得到的 σ 值與鋼所能安全承受的最大容許應力值作一比較。從材料性質表中查得此處所用鋼材之最大容許應力為 $\sigma_{\text{all}} = 165 \text{ MPa}$ ，既然 BC 桿所求得的實際應力值較 σ_{all} 為小，則可得知 BC 桿可安全地支撐所給予的負荷。為了達到完整分析的目的，還須包括求撐桿 AB 之壓應力，以及銷和承座內所產生應力的檢視等。這些將在本章的後面討論。最後，我們還得討論因負荷所引起的變形是否可以接受。而有關軸向負荷下變形的研究則為第二章討論的主題。

工程師的角色不只限於既有結構或機件在承受已知負荷情況下的分析，另一重要的任務則是能夠設計新的結構或機件，亦即，選擇適當的結構元件以達成特定的目的。