

数学史

〔美〕A·吉特尔曼 著

科学普及出版社

数 学 史

[美] A·吉特尔曼 著

欧 阳 绛 译

科学普及出版社

内 容 提 要

本书系按年代顺序编写的数学史。在讲述某一时期总的趋向时，都安排了具体的数学例题。内容包括：各种数系的使用；算术中各种不同的方法；代数、几何、三角、解析几何和微积分的起源；以及现代数学的发展。

中学生阅读本书不但能对中学数学的一般内容得到更好的理解，而且能获得对现代数学的洞察力。大学数学系的学生将从更高、更广的角度理解所学的课程。教师将能发现许多对课堂教学有用的素材。

Arthur Gittleman «History of Mathematics»

数 学 史

[美]A·吉特尔曼 著

欧 阳 绛 译

责任编辑：吴 之 静

封面设计：周 秀 璋

科学普及出版社出版（北京海淀区白石桥路32号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防科工委印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：10.625 字数：225 千字

1987年11月第1版

1987年11月第1次印刷

印数：1—6000册

定价：1.80元

统一书号：13051·1518

本社书号：1398

序 言

数学是富于魅力的。我希望：读者在学习过去五千年中许多引人入胜的数学发现时，能感受到一种沁人肺腑的愉快。此外，数学史本身还有其独特的魅力，它不仅回答数学本身的内容是如何得到的，而且还回答它们为什么会产生，是谁创造的，这些创造又是在什么时候、什么地点发生的。

数学被认为是人类文明的一个方面，它的发展受到社会需要和已存在的数学传统这两方面因素的推动。有关的传闻轶事则描绘了大数学家的天才，有时也讲他们的怪癖。

本书中，数学的历史按年代顺序编写，在讲述某一时期总的趋向时，安排有具体的数学例题。所论及的课题有：各种数系的使用；算术中的各种不同方法；代数、几何、三角、解析几何和微积分的起源，以及现代数学的发展。

我希望读者不仅从书中找到愉快，而且还能对中学数学的一般内容得到更好的理解，并获得对现代数学的洞察力。数学系的学生将能从更高、更广的角度理解他们所学的课程；而教师和未来的教师将能发现许多对课堂教学有用的素材。

我们假定读者已掌握中学的数学。书的后三分之一讨论较高深的课题，但内容多半是自我满足的，当然对于这些课题来说，事先读读微积分教科书是最好不过的了。

每章末尾都有习题。有些是为了让读者利用书中解释过

的方法做做练习；另外一些则提供有趣味的补充材料。书中对于精选的问题给出了解答。在附录B中，对教学计划提出了建议。

作者在每一章末尾列有参考资料，而在总参考书目中列有完整的书目信息。附录A是对进一步学习的建议；附录C是讲人名如何读音的。

我衷心感谢在数学史的不同方面写过著作的许多学者，因为人数过多，无法在这里一一列举，不过在脚注和参考资料中将加以引证。此外，我特别感谢G. 蔡平夫人，她以高超的技术完成了本书书稿的打字工作；我还要感谢我的妻子凯，她对我做的每项工作都给予帮助，手稿中的大部分艺术图片是她准备的，她还改进了文字的质量。锡拉丘兹大学教授F. 赫明森和C. E. 梅里尔出版公司的工作人员曾给予很大的帮助。我特别向责任编辑M. 施奈德表示谢意，他的专业知识对本书得以出版是非常可贵的。

阿瑟·吉特尔曼

目 录

第一章 古代数学	1
引言	1
§1 埃及	1
§2 巴比伦	12
§3 印度	22
第二章 希腊数学	29
引言	29
§1 希腊数学的肇始	30
§2 危机和演绎数学的起源	37
§3 希腊数字系统	44
§4 数学作为一门独立学科的早期成果和问题	46
§5 新方法和新思想	53
§6 «原本»——一份提要	65
§7 希腊几何学的顶峰	78
§8 晚期	91
第三章 亚洲数学	116
引言	116
§1 算盘	116
§2 中国数学	119
§3 印度数学	124
§4 阿拉伯(伊斯兰)数学	132
第四章 1630年前的欧洲数学	142
引言	142

§1	中世纪 (529—1436) 的欧洲	142
§2	文艺复兴时期	153
§3	向现代数学迈进	165
第五章	解析几何和微积分的起源与发展	192
引言		192
§1	十七世纪时的发端	192
§2	十八世纪时的发展	219
第六章	自由创造时期的数学	242
引言		242
§1	先行者——高斯	243
§2	高等微积分	255
§3	形形色色的几何学	265
§4	各式各样的代数	270
§5	分析的算术化	278
§6	二十世纪数学的普遍性	291
附录		312
A	对进一步学习的建议	312
B	对教学计划的建议	314
C	姓名发音指导	315
D	对精选问题的解答	319
总参考书目		328

第一章 古代数学

引言

数学由于早期社会需要的推动而得到发展。随着在一起生活、工作，甚至参加战争的人数的增加，解决他们在文明生活中遇到的实际问题的需要接踵而来，例如，计算仓库所需材料的数量，供应军队所需食物的总量。除了这类实际数学问题外，还有由宗教的刺激而产生的问题，包括在建筑祭坛和庙宇时提出的几何问题。人们以许多方式从事早期的研究，甚至最古的数学记录就给我们这样的印象：解决数学问题本身就是某些人的一种享受。我们将在本章中探讨埃及、巴比伦和印度三个文明古国的数学。

§1 埃及

在埃及，人类社会是在肥沃的尼罗河两岸发展起来的。早在公元前2900年，埃及文明就发展到这样的程度，足以修建世界奇迹之一——奇阿普斯大金字塔。那个时代的任何数学记录都没有流传下来；现存的主要数学文献是属于大约公元前2100年到公元前1800年的中王国时期的。

令人惊异的是，任何文献无例外地全部来自中王国时期；事实上，未遗失的埃及数学原件数量极少，仅存的那些

文献之所以得以保存，或是由于某种目的被保存在坟墓里，或是由于某种偶然的因素与周围的自然环境相隔绝。埃及人在纸莎草纸上写字，草纸是用生长在水边的纸莎草心制造的。它是一种有机物，如果置于自然环境中，不久就会损坏。比如你可以想象，这本书要是不采取措施加以保存，五千年后会是什么样子。能有这么几片草纸保存下来作为证明埃及人曾发展了他们的数学知识的现存证据，确属万幸。

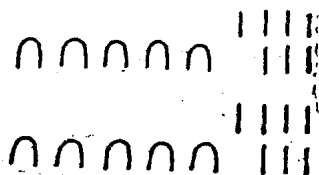
最古老的埃及文字是象形文字，由一个个象形字组成，一个象形字就是一张画，它可能是描述客观对象的最自然的方式。例如，房子可能曾用房子的图形表示。后来，该图形被简化成大家都习用的符号，虽然不那么象房子，但写起来容易。数的概念也被用象形文字作形象的描绘，表示数的象形符号有：

		=1
踵骨	∩	=10
圈套	9	=100
荷花	𐀀	=1000

还有表示数100000和1000000的符号，但是很少用。其它数目则是用一組組符号表示的。

$$\begin{aligned}
 532 &= 99999 \cap \cap \cap || \\
 47 &= \cap \cap \cap \cap |||||
 \end{aligned}$$

埃及人发展的做乘法的一套方法，也相当容易，因为只需做连续的加倍运算。实质上，是将数跟自身相加。例如，为了加倍57，先写

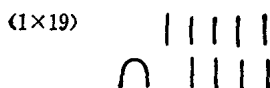


得

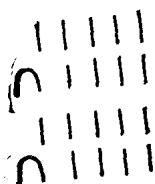


或114，它得自以一个圈套9代替十根踵骨 $\cap$ ，并且以一根踵骨 $\cap$ 代替十个1。

考虑 13×19 的例子，先写19

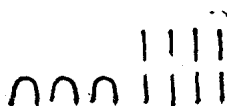


然后加倍之



得38

(2 x 19)



加倍38

〇〇〇 ||||

〇〇〇 ||||

得76

(4×19) 〇〇〇〇 ||||

加倍76

〇〇〇〇 ||||

〇〇〇〇 ||||

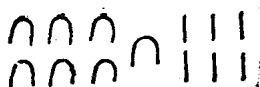
得152

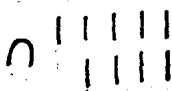
(8×19) 9〇〇〇〇〇 ||

再用不着加倍了，因为 16×19 大于 13×19 ，我们知道，19乘的倍数13是8、4、1的和，于是将 8×19 ， 4×19 ，和 1×19 加起来就得 13×19 。

(8×19)

9〇〇〇〇〇 ||

(4×19) 

(1×19) 

得247

(13×19) 

此方法用我们的符号写作：

19的倍数	乘积
✓ 1	19
2	38
✓ 4	76
✓ 8	152

相加标有✓的乘积，我们得

$$152 + 76 + 19 = 247$$

用埃及数系做除法就相当困难了，在试作除法以前，必须理解埃及人的分数概念。埃及人只有象 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{27}$ 、 $\frac{1}{101}$ 这

样的单位分数的概念。例如分数 $\frac{1}{4}$ 被称做四分之一部分，并

记作  或以我们的符号记作 $\frac{1}{4}$ 。类似地， $\frac{1}{10}$ 被记作  或

$\frac{1}{10}$ 。

考虑一下分数，你就能理解为什么埃及人只有单位分数的表示法。作为例子，将一块馅饼分成四分（图1.1）这里有四个分离的小块，每一块是四分之一部分。没有一块等于这块馅饼的 $\frac{3}{4}$ ，我们看到的只是

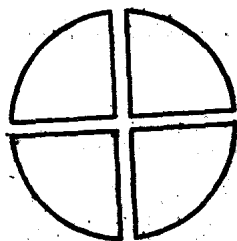


图 1.1

三个四分之一部分。埃及人没有单独的名称或符号来表达象 $\frac{3}{4}$

（三个对象构成的组合）这种数。

按照埃及人的分数概念（无论如何，看来是自然的）做除法很困难，因为它必须以取一半（乘以 $\frac{1}{2}$ ）的办法做。例如，要算 $19 \div 13$ ，我们要利用13来计算，以得到19（记住：单位分数的表示法是在数字上加一横，即： $\frac{1}{2} = \overline{2}$ ， $\frac{1}{4} = \overline{4}$ ，等等）。首先，写13

$$(13 \times 1) \quad 13$$

然后取13的一半

$$(13 \times \overline{2}) \quad 6 + \overline{2}$$

13和 $13 \times \frac{1}{2}$ 的和大于19，所以我们必须再取一半，因为我们需用13的某个倍数得到19。

$$(13 \times \overline{4}) \quad 3 + \overline{4}$$

13和 $13 \times \frac{1}{4}$ 的和小于19，所以我们需要加另一个值。我们再取一半

$$(13 \times 8) \quad 1 + \overline{2} + \overline{8}$$

加 13×1 , 13×4 和 13×8 , 我们有 $13 + 3 + \overline{4} + 1 + \overline{2} + \overline{8}$ 或 $17 + \overline{2} + \overline{4} + \overline{8}$, 显然不是我们找的19。

用13通过运算得1, 很容易, 只要取13的 $\frac{1}{13}$,

$$(13 \times \overline{13})$$

把它加到上述的和中, 便给出 $18 + \overline{2} + \overline{4} + \overline{8}$ 。要得到19, 我们需要另一个八分之一部分 (如果凭观察看不出来, 我们可以使用埃及人求公分母的方法, 但这样做太复杂了), 因为13的 $\overline{13}$ 给出1, 我们发现: 连续地取一半将给出

$$(13 \times \overline{26}) \quad \overline{2}$$

$$(13 \times \overline{52}) \quad \overline{4}$$

$$(13 \times \overline{104}) \quad \overline{8}$$

于是我们看到: 如果将 13×1 、 $13 \times \overline{4}$ 、 $13 \times \overline{8}$ 、 $13 \times \overline{13}$ 和 $13 \times \overline{104}$ 相加, 便得19, 即

$$13 + 3 + \overline{4} + 1 + \overline{2} + \overline{8} + 1 + \overline{8}$$

$$= 18 + \overline{2} + \overline{4} + \overline{8} + \overline{8} = 19$$

所以, 把上述那些乘积中13的倍数相加, 就能得到我们求的结果:

$$19 \div 13 = 1 + \overline{4} + \overline{8} + \overline{13} + \overline{104}$$

这远不是一种简单的程序。然而, 埃及人在使用这种方法计算的好多个世纪里, 对每一问题都研究出了最有效的方法, 他们做起除法来远比创始者强。

与我们上面说的相反, 埃及人对于一个并非单位分数的分数 $\frac{2}{3}$, 给出了一个符号, 它是 $\frac{1}{3}$, 意思指 $1/1(1/2)$, 我们

把它写作 $\overline{3}$ 。这符号被用于另一个除法运算的例子是 $2 \div 5$

$$\begin{array}{r} (5 \times 1) \quad 5 \\ (5 \times 3) \quad 1 + \overline{3} \end{array}$$

于是，要得到 2 只需要 $\overline{3}$ 。如果 5×1 得 5，推知 $5 \times \overline{5}$ 得 1， $5 \times \overline{15}$ 得 $\overline{3}$ 。

$$\begin{array}{r} (5 \times 5) \quad 1 \\ (5 \times 15) \quad \overline{3} \end{array}$$

将 (5×3) 与 (5×15) 相加得 2，所以 $2 \div 5$ 的结果是 $\overline{3} + \overline{15}$ 。

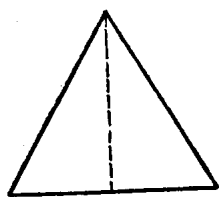
回到阿默士纸草书，我们发现四个问题讲的是将六、七、八或九个面包分给 10 个人的事，答案分别是：每人 $\overline{2} + \overline{10}$ ，每人 $\overline{3} + \overline{30}$ ，每人 $\overline{3} + \overline{10} + \overline{30}$ 和每人 $\overline{3} + \overline{5} + \overline{30}$ 。演算程序也给出了。第一个计算： $6 \div 10$ （记住，我们利用 10 通过运算以得到 6）将这样进行：

$$\begin{array}{r} 1 \quad 10 \\ \sqrt{\quad} \quad \overline{2} \quad 5 \\ \sqrt{\quad} \quad \overline{10} \quad 1 \quad \text{结果: } \overline{2} + \overline{10} \end{array}$$

所以，每人得半个另十分之一面包（注意：在第一列只写出 10 的倍数，没有必要每次重复写 $10 \times$ ）。

埃及的计算法被应用于诸如确定酿造啤酒或面包所需的谷物量，求面积和体积等各种问题。例如，阿默士纸草书中的问题 51 就是计算一个等腰三角形面积的（图 1.2a）。

你们已经知道求三角形面积的方法是取底乘高的一半。有趣的是他们这样来证明此方法的正确性：说明等腰三角形如何被高分成两个直角三角形，它们又能并成高等于原三角形的高，底等于原三角形底的一半的矩形（图 1.2b）。这是埃及人采用的一种直观证明法。



a.



b.

图 1.2

问题48是这样的：有一个边长9的正方形，将其每边分成三份，联接分点（图1.3）得到一个八边形，试求其面积。解法是：先求出该正方形的面积是 $(9)^2=81$ ，从该面积中减去角上四个三角形的面积，每一个三角形的面积是 $1/2(3)(3)$ ，所以四个三角形的面积为 $4(9/2)=18$ ，于是，该八边

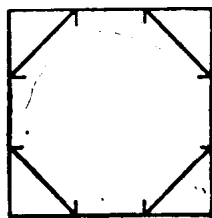


图 1.3

形的面积为 $81-18=63$ 。这个八边形可以被看作直径是9的圆的近似，求得它的面积为63，这和边长为8的正方形的面积差不多。在阿默士纸草书的问题50中，直径为9的圆的面积就被当做边长为8的正方形面积计算的，这可能就是以问题48为基础的。

问题48和50实质上是几何题，在阿默士纸草书中还有代数方面的问题。问题24说的是：如果一堆和一堆的七分之一是19，问一堆是多少？这可写作： $x + \frac{1}{7}x = 19$ ，但是埃及人

用的是后来称做虚位律的方法解的。具体做法是：对这堆的数量做出一个聪明的猜测，针对这道题应猜7，因为算7的