

SHUZH  
JISUAN

# 数值计算传热学

CHUANREXUE

安徽科学技术出版社

责任编辑：刘海山  
封面设计：孙建斌

## 数值计算传热学

郭宽良 编著

\*

安徽科学技术出版社出版

(合肥市跃进路1号)

新华书店经销 安徽新华印刷厂印刷

\*

开本：850×1168 1/32 印张：13.5 字数：348,000

1987年5月第1版 1987年5月第1次印刷

印数：00,001—2,500

统一书号：15200·90 定价：9.80元

---

ISBN7-5337-0055-4/T·8

---

## 序

用数值方法对传热问题进行分析研究，由来已久；在一些有相当影响的较早的传热学教科书中，都有用有限差分方法求解瞬态热传导问题的内容。但只是借助于近代计算机技术和计算方法的新成就，才形成了传热学的一个分支——计算传热学。国际上，特别是美国，近十年来计算传热学得到了蓬勃发展，主要表现在：每年都有数量很多的计算传热学的论文；已举行了多次学术会议；出版了多种计算传热学方面的专著。在苏联，计算传热学被看作是用计算方法来研究传热问题的一种重要的“实验”手段。在“1984年全苏第七届传热、传质学术会议”的决议中，已正式建议苏联科学院“热物理综合问题学术委员会”在“传热、传质分会”内成立“传热、传质过程数值模拟”专题组，其任务是对计算热物理“实验”的实用软件工作进行协调和建立资料库。

本书作者郭宽良同志在数值计算传热学这块园地上已辛勤地耕耘了十年，并取得了丰硕的成果。1974年，我参加了他负责的一个研究小组，我们的课题是“用有限元法求解高温涡轮气冷叶片的稳态和瞬态温度场”。这也许是我国最早从事计算传热学研究的课题小组。通过四年工作，我们达到了预期的目标，并发表了五篇论文。在我们合作研究期间，郭宽良同志严谨的学风和敏捷的思路给我留下了很深的印象。1980年，郭宽良同志赴美国亚拉巴马大学进修，在该校机械系兼物理系教授S. T. Wu(吴式灿)先生指导下，继续进行计算传热学的研究工作。在短短的两年中，他完成了多项研究课题，相继发表了有关伴随相变问题的热传

导、有限空间的自然对流及储热水箱中的混合对流等论文。回国后,他指导研究生和高年级本科生开展了热传导问题的边界元法、用摄动法求解导热的反问题、套管内存在自然对流和导热的偶合问题等课题的研究,发表了一系列论文。他的许多工作都得到了同行们的好评。

近年来,郭宽良同志先后在我校工程热物理系和研究生院(北京)为本科生和研究生多次讲授计算传热学课程,积累了丰富的教学经验。本书就是以他的讲稿为基础,经补充和修订而写成的。虽然这是一本教材,但对在工程热物理领域内从事研究和设计的科技人员同样是一本有价值的参考书。

中国科学技术大学

工程热物理系系主任、教授 **葛新石**

1985年12月于合肥

## 前 言

近代科学的发展、技术的进步给传热学的研究带来了些什么影响？我认为主要有两个：

其一，是要求我们在更大的深度和广度上解决实际中存在的各种复杂的传热问题，以满足科学技术各个领域日益发展的需要。面对这种需要，传统的分析求解方法常常显得无能为力，而单纯基于相似理论指导下的实验研究方法则不仅在经济上和时间上所花的代价过大，有时甚至难以实现。因而，促使传热工作者去寻求更有效的研究手段，这就为数值计算传热学的研究提供了坚实的应用背景；其二，是为解决传热问题提供了诸如激光、计算机等新技术、新手段。计算机的广泛使用为数值计算传热学的发展提供了实际的可能性。

因此，可以说，数值计算传热学的形成是近十多年来科学技术突飞猛进的产物；同样，作为一种“反馈”，它的发展也必将进一步推动科学技术的不断进步。

当前，由于计算机和计算机语言的迅速推广和普及，使工作在第一线的工程技术和科研人员更加迫切希望学习和运用数值方法去解决各类传热问题；更多的高等院校将陆续对大学生和研究生开设数值计算传热学课程。但面临的问题是缺少合适的教材和参考书。我自七十年代中期开始从事数值计算传热学的研究，八二年至今我一直在中国科学技术大学工程热物理系和研究生院（北京）为本科大学生和研究生主讲这门课程。开设这个课程所受到的欢迎以及来自传热界的专家和同行们多方面的鼓励，促使我

把讲稿整理成这本书付诸出版。

在写本书时，我遵循了下述几条原则：

(1) 力求把重点放在讨论传热学的基本数值方法上，而不对基本方程作繁琐的推导；

(2) 尽量从应用的角度介绍常用的数值方法，而不去追求它们在数学上的严格性和论证；

(3) 在叙述重要的常用数值方法的同时，注意结合自己的工作成果，尽可能地多介绍当前较新的实用方法。

在本书中，我还介绍了一些国外参考资料，并列入了我和合作者编制的几个程序，可供读者查阅和引用。然而，由于我的教学和科研经历，要在较大的深度和广度上编著好此书，深感是十分困难的。谨以此书抛砖引玉。

在编写本书的过程中，得到了国内外不少专家学者的热情帮助和鼓励，特别是中国科学技术大学数学研究所副所长李翊神教授仔细而认真地审阅了部分书稿；工程热物理系葛新石教授对编写本书始终给予了热诚的关心和帮助，并对书稿提出了许多宝贵的修改意见；美国亚拉巴马州立大学机械系兼物理系教授吴式灿先生给予了热情的帮助。借此，我深深地感谢他们。最后，我还要向中国科学技术大学工程热物理系和能源传热研究室的同志、研究生所给予的积极支持致谢。

限于作者水平，书中难免有错误和不妥之处，恳望得到批评和指正。

**郭宽良**

1985.12.合肥

# 目 录

<b>第一章 引言</b> .....	1
1.1 传热问题的数值研究 .....	1
1.2 数值计算和实验研究 .....	2
1.3 计算传热学的发展简介 .....	4
参考资料 .....	6
<b>第二章 传热问题的数学描述</b> .....	7
2.1 控制微分方程 .....	7
2.1.1 连续方程 .....	7
2.1.2 动量方程 .....	7
2.1.3 化学组分方程 .....	8
2.1.4 能量方程 .....	9
2.1.5 取时间平均的湍流流动方程 .....	9
2.1.6 湍流-动能方程 .....	10
2.1.7 通用微分方程 .....	10
2.2 边界条件和初始条件 .....	11
2.2.1 边界条件 .....	12
2.2.2 初始条件 .....	12
2.3 方程的属类和坐标性质 .....	13
2.4 方程的简化和无量纲化 .....	14
2.4.1 方程的简化 .....	15
2.4.2 无量纲化 .....	16
参考资料 .....	19

习题	19
<b>第三章 离散化方法</b>	<b>21</b>
3·1 泰勒级数表示式	22
3·2 变分原理	29
3·2·1 泛函、变分法及欧拉方程	29
3·2·2 导热问题的泛函表达式	31
3·2·3 离散化方程的推导方法	34
3·3 共轭变分原理	41
3·4 权余法	43
3·5 伽辽金方法	44
3·6 最小二乘法	46
3·7 控制容积法	51
3·8 摄动法	53
3·9 形状函数、赫密特多项式和样条函数	59
3·10 两个物理原则和四个基本规则	64
参考资料	67
习题	68
<b>第四章 离散化方程的求解方法</b>	<b>69</b>
4·1 高斯消去法	69
4·2 对称正定矩阵的分解法	72
4·3 三对角线矩阵解法(TDMA)	75
4·4 环形TDMA解法	77
4·5 双变量TDMA解法	79
4·6 块三对角矩阵解法	82
4·7 高斯-塞德尔迭代法	83
4·8 逐线迭代方法	86
4·9 交替方向隐式格式(ADI)	87
4·10 强隐式方法(SIP)	89
4·11 超松弛和欠松弛法	98



4·12 非稳态法 .....	100
参考资料 .....	102
习题 .....	102
<b>第五章 热传导</b> .....	<b>104</b>
5·1 一维热传导 .....	104
5·2 多维热传导 .....	115
5·2·1 二维问题 .....	115
5·2·2 三维问题 .....	116
5·2·3 控制容积面的位置 .....	118
5·2·4 其它坐标系 .....	120
5·3 较复杂几何形状的热传导 .....	121
5·4 变系数导热 .....	132
5·5 伴有相变的热传导 .....	137
5·5·1 焓法 .....	137
5·5·2 显热容法 .....	141
5·5·3 摄动法 .....	145
5·6 热传导的反问题 .....	149
5·7 热传导问题的边界元法 .....	157
5·7·1 稳态热传导 .....	158
5·7·2 非稳态热传导 .....	161
参考资料 .....	167
习题 .....	169
<b>第六章 对流</b> .....	<b>171</b>
6·1 对流项的离散化 .....	171
6·1·1 逆风格式 .....	174
6·1·2 严格解 .....	175
6·1·3 指数格式 .....	176
6·1·4 混合格式 .....	177
6·1·5 乘方定律格式 .....	179

6.1.6	几种格式的比较	180
6.1.7	一维对流-扩散的通用离散格式	181
6.2	多维问题的离散化方程	181
6.3	流函数-旋涡度方法	188
6.4	原始变量的有限差分法	189
6.5	对流问题的有限元方法	201
6.5.1	一维对流扩散	202
6.5.2	二维对流扩散	205
6.5.3	压力梯度项的处理	214
6.6	对流的相似解法	217
6.6.1	相似解法	218
6.6.2	局部非相似解法	227
	参考资料	232
	习题	233
<b>第七章</b>	<b>几个对流算例</b>	<b>236</b>
7.1	二维腔体内的自然对流	236
7.2	具有大长高比和倾斜角的封闭腔体内的自然对流	249
7.3	存在双向热流时腔体内的自然对流	264
7.4	储水箱内的混合对流	270
7.5	偶合的自然对流-导热问题	278
	参考资料	287
	习题	288
<b>第八章</b>	<b>热辐射</b>	<b>289</b>
8.1	角系数计算	290
8.2	角系数计算的有限元方法	297
8.3	漫射-灰表面间的辐射换热	303
8.4	非灰表面间的辐射换热	308
8.5	蒙特卡洛方法	312
8.6	气体辐射	323

8·7 导热和辐射的偶合问题·····	330
8·7·1 一维辐射热流密度·····	330
8·7·2 二维辐射热流密度·····	334
8·8 三种传热方式偶合的问题·····	342
参考资料·····	345
习题·····	345
<b>第九章 计算机程序</b> ·····	<b>347</b>
9·1 程序的准备和调试·····	347
9·2 几个计算程序·····	349
9·2·1 用有限元法计算气冷叶片二维非稳态温度场·····	349
9·2·2 二维腔体内的自然对流·····	351
9·2·3 水平同心管套内自然对流和导热的偶合问题·····	352
<b>符号表</b> ·····	<b>417</b>

# 第一章 引言

## 1.1 传热问题的数值研究

传热学是研究热能传递规律及其应用的一门科学。虽然这门学科只是在本世纪二十年代才开始形成独立、完整的体系，但是由于它有着广阔而深厚的应用背景，所以，半个多世纪来得到了飞速的发展。

我们知道，在很多工程技术部门中都存在着大量的传热问题，有效地解决这些问题，不仅能大幅度地提高能源的转换和利用效率，节省原材料，对生产过程进行严密的控制，以及保证设备的安全运行，而且，有时甚至对一些新技术、新工艺的实现起决定性的作用。

由于传统上和传热学关系最为密切的动力、化工、冶金、建筑、交通等工业部门的发展，特别是随着微电子器件、红外、低温超导及晶体生长等新技术和新工业的兴起，对传热过程的预测和控制提出了越来越高的要求，推动着传热学的研究向纵深方向发展，并且，它的应用范围也已伸展到新能源、环境保护、农业、生物工程、材料工业、食品、医学、地质等许多新的领域。一般来说，在工程技术领域中存在的大量传热问题，它们的几何条件都较复杂，它们的控制微分方程又都是非线性的，因此，几乎不能得到问题的严格解。传统上都是采用基于相似理论指导下的实验研究或近似模型计算。近十年来，随着计算机技术和数值方法的发展，利用数值方法把传热问题的控制微分方程离散成代数方

程组，然后借助于电子计算机来得到它们的数值解，才逐渐使这些问题的理论预测成为可能，从而开始形成了计算传热学分支，并成为基础传热学的一个补充和发展。

虽然，计算传热学不可能替代实验研究，但现有的大量成功的算例表明，它确实是一种研究和解决复杂的实际传热问题的有力工具；显然，数值计算和实验研究的结合必将成为解决传热问题的最有效的手段。可以相信，在今后，这种数值研究的能力还会有一个很大的提高，这就是说，越来越多、越来越复杂的传热问题可以用数值计算方法求解；随着传热问题的数学模型更加完善，预测精度将会进一步提高；更有效的数值计算方法的发展，将使利用数值研究进行预测变得更加简便和经济。

## 1.2 数值计算和实验研究

预测传热过程的主要方法有两种：实验研究和理论计算。一般地说，实验研究是基于相似理论指导下在一定条件下再现实际的传热过程，并借助于测试仪器获得重要参数之间的内在联系；而理论计算则是求解依据守恒或平衡原理对传热过程建立的控制微分方程，得到各影响参数之间的关系，从而达到预测和控制的目的。因此，实验是研究新的基本现象的主要方法，也是检验理论计算的唯一途径。但是，理论计算，特别是数值计算的重要作用也是不能忽视的，相对于实验研究来说，它具有以下几方面的特点：

(1) 经济性好 通常，实验研究是在全尺寸的试验设备上进行的，因此耗费巨大。虽然，依据相似理论进行小尺寸的模型试验可以减少实验费用，但在生产实践和自然界中所遇到的许多复杂的热现象，很难根据相似理论实现严格的热模拟。这样，把小尺寸、低参数等条件下得到的实验结果外推到全尺寸、高参数等较大范围的实际情况中去，必将造成误差。而且，有时在模型试

验中，不能真正模拟到全尺寸设备中的物理特征。无论如何，理论计算所需费用也还是比相应的实验研究的费用低得多，特别是物理问题越大越复杂，理论计算的这个特点就越突出。

(2) 研究周期短 理论计算能以非常快的速度进行，尤其在选择设计方案时，要得到最佳方案就必须进行不同参数组合情况下的比较，才能选取最满意的参数匹配，进行这类工作，数值计算具有明显的优点。不难设想，进行这类相应的实验研究将会带来多大的工作量和需要化多长的时间。

(3) 资料完整 一个数值解可以给出详尽和完整的数据，它能提供感兴趣的区域内的所有有关变量的数值。和实验研究不同，在计算中几乎不存在难以接近的位置，并且，不存在由于测头引起的流动扰动而产生的失真等问题。由于这个原因，即使完成了实验，仍有很大的价值去得到可供参考的数值解，用以补充实验结果。

(4) 模拟真实条件的能力强 在理论计算中，很容易模拟真实条件，没有必要求助于小尺寸或冷态模型试验。对尺寸很小或很大，处理很低或很高温度，以及有毒或易燃物质，或者很快或很慢的过程，理论计算几乎不存在什么困难。

(5) 模拟理想条件的能力强 在研究基本现象而不是复杂的工程应用时，人们总是希望集中研究某几个基本参数，而忽略所有不相干的因素，希望有许多理想化的条件（有时是实际过程的极端情况），如二维、常密度、绝热壁面、或无穷大的反应速率等。在计算中，这样的条件是很容易并能很严格地实现的。相反，即使一个精细安排的实验也只能勉强接近这些理想化的条件。

值得指出的是，只是在以合理的数学物理模型描述物理过程和用正确的数值方法时，理论计算才具备上述优点。如果使用的数学物理模型不合理，或者数值方法不正确，那必定不能得到有价值的结果，甚至会得到荒谬的结论。而且，对于那些几何形状复杂，非线性很强的复杂传热问题，至今还不能用理论计算预

测，仍需依靠实验研究。如果需要预测的是一个很有限的内容（如找出一台航空发动机的总压力降），理论计算也可能要比实验研究化费更多，耗时更长。再者，为了验证理论计算所用的数学模型和方法是否正确，也必须依靠实验结果来分析和检验。

在另一方面，为了设计实验，初步的理论计算常常是有益的。如用计算作为辅助研究的话，实验工作量往往能显著减少。所以，理论计算和实验研究的结合是十分重要的。

### 1.3 计算传热学的发展简介

近十年来，国际上，特别是美、英等国的计算传热学的研究发展异常迅速。1978年专门创刊了国际性的计算传热杂志“*Numerical Heat Transfer*”。两年一次的国际热问题的数值方法会议已经开了四次，并出版了会议文集。美国也举行了三、四次数值计算传热学专题讨论会。另外，在历届国际传热会议，国际传热传质中心举办的国际会议，以及美国的机械工程师学会(ASME)，化学工程师协会(AIChE)，航空和航天协会(AIAA)举办的传热会议，ASME的冬季年会，采暖、制冷、空调工程师学会(ASHRAE)的年会上都有相当数量的计算传热方面的论文。在上述会议中，有的还请专家发表有关计算传热的评述文章，有的举办了计算传热的短期讲座和专题讨论。除了 *Numerical Heat Transfer* 专门发表计算传热方面的论文以外，在 *J. Heat Transfer, ASME; Int. J. Heat Mass Transfer; AIAA J; Computers and Fluids; Int. J. Numerical Methods in Engineering; SIAM J. Numerical Analysis; J. Computational Physics; AIChE J.; Solar Energy; Инженерно-Физический Журнал; Изв. АН СССР Энергетика И Транспорт; Теплофизика Высоких Температур* 等十多种杂志上均发表了很多计算传热的论文。这反映了计算传热学的研究正越来越受到人们的关注。

由于工程技术发展的需要，计算传热学的研究内容也十分广泛，如导热、边界层流动、腔体内的自然对流、管套内的流动、湍流流动、卷流、射流和尾流、多孔介质内的流动和换热、正在开展的通道流动、耦合的传热和传质、辐射、以及传热的数值方法的研究，等等。相对地说，由于导热问题较为简单，求解方法也较成熟，因此，目前研究的主要兴趣是变物性或伴随相变的导热问题，以及导热的反问题。对流问题，特别是内部对流问题也只是近些年来才得到较深入的研究，这是因为处理对流换热问题还必须解决流动问题，即求解不同条件下的纳维尔-斯托克斯方程组，因而求解较为复杂，不论在数学模型还是在数值方法上都仍需要进行大量的研究工作。至于辐射换热问题，由于描述这类物理现象的控制方程是积分-微分方程，加之要考虑参与介质的散射、吸收和发射等性质，以及和其它传热方式的耦合等，所以求解更为复杂，有待进行更多的研究。

为了经济而有效地解决各类传热问题，计算传热学面临的任务将是：

(1) 为了提高数值计算的精度，首先必须对传热问题建立合理的数学模型，并不断地加以改进和完善。

(2) 在代数方程组的求解方面，由于在某些边界条件情况下方程的迭代求解收敛很慢；或当结点数增多时，几乎所有的迭代方法都要求有更多的迭代次数，而且当处理的传热问题复杂时，常常需要采用非常精细的网格，即求解的结点数显著增加，因此，要求采用更为有效的迭代求解方法。

(3) 在处理对流问题时，常用的对流项离散格式都不能克服虚假扩散，而一般没有虚假扩散的格式又十分复杂，并且有时还可能产生计算的发散，因此，对流项的处理需要有更可靠的离散格式。

(4) 在计算流场时，一般都采用交错网格或混合插值法，这种做法不能完全令人满意。因此，需要建立不交错的网格和等阶



的插值格式，以及建立具有收敛性更快和更可靠的计算格式。

(5) 在处理强非线性以及多种传热方式偶合和传热与传质偶合等问题时，必须寻求更好的途径，以避免收敛慢或发散等问题。

### 参 考 资 料

- [1] Patankar, S.V., “ Numerical Methods in Heat Transfer”  
Proceedings of The 7th Int. Heat Transfer Conference,  
vol.1, Munchen, F.R.G., 1982.
- [2] Shih, T.M., “A Literature Survey on Numerical Heat  
Transfer” , Numerical Heat Transfer, vol. 5, P. 369~420,  
1982.
- [3] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,  
Hemisphere, New York, 1980.