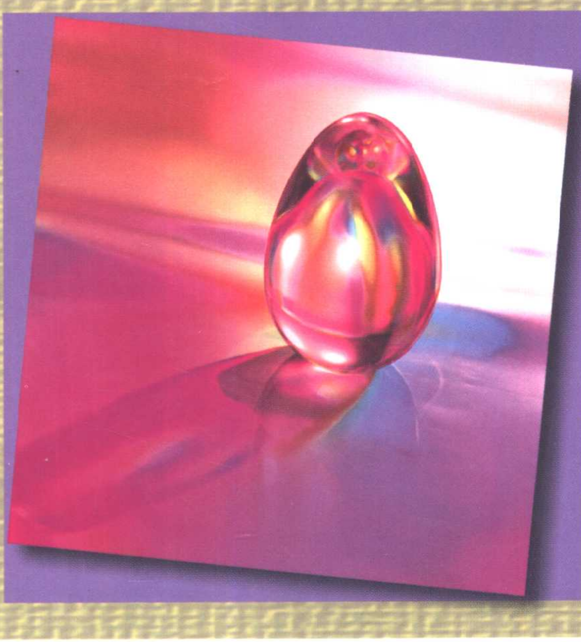
大学基础课学习辅导丛书

概率论与数理统计

习题集

GAILULUN YU SHULITONGJI



★ 主编 王庆成

科学技术文献出版社

◇ 大学基础课学习辅导丛书

概率论与数理统计习题集

主　编　王庆成
编　委　刘俊荣　张利凯　崔现伟
王晓易　王岩华　王述珍
刘淑霞　马守荣

科学技术文献出版社
Scientific and Technical Documents Publishing House
北　京

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题集/王庆成主编.-北京:科学技术文献出版社,2002.8

(大学基础课学习辅导丛书)

ISBN 7-5023-4013-0

Ⅰ.概… Ⅱ.王… Ⅲ.①概率论-高等学校-习题②数理统计-高等学校-习题 Ⅳ.021-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 010211 号

出　版　者:科学技术文献出版社
地　　　址:北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话:(010)68514027,(010)68537104(传真)
图书发行部电话:(010)68514035(传真),(010)68514009
邮购部电话:(010)68515381,(010)68515544-2172
网　　　址:http://www.stdph.com
E-mail:stdph@istic.ac.cn;stdph@public.sti.ac.cn
策划编辑:王亚琪
责任编辑:张述庆
责任校对:唐　炜
责任出版:刘金来
发　行　者:科学技术文献出版社发行　全国各地新华书店经销
印　刷　者:北京国马印刷厂
版(印)次:2002 年 8 月第 1 版第 1 次印刷
开　　　本:850×1168　32 开
字　　　数:310 千
印　　　张:9.5
印　　　数:1～15000 册
定　　　价:10.00 元

(京)新登字 130 号

内 容 简 介

本书是参考大量国内外概率论与数理统计教材和考题编写而成的习题集,习题涉及的内容包括事件与概率、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理、抽样分布、参数估计、假设检验、回归分析,每个习题都附有详细题解或答案。所收习题具有典型性和多样性,题解方法巧妙而灵活,掌握这些习题的解题方法有助于理解和巩固所学的知识,有助于提高实际运用这些知识的能力。

本书读者对象是高校在读学生、准备考研究生的学生及普通数学爱好者。

我们所有的努力都是为了使您增长知识和才干

科学技术文献出版社是国家科学技术部所属的综合性出版机构,主要出版医药卫生、农业、教学辅导,以及科技政策、科技管理、信息科学、实用技术等各类图书。

前　　言

概率论与数理统计是研究自然界、人类社会及技术过程中大量随机现象中的规律性的科学。因为随机现象普遍存在于自然界和人类社会，所以概率论与数理统计作为研究随机现象的一门数学学科已经成为从事社会科学、自然科学、管理、工程技术、生产和经营领域的工作人员的必备知识。并且随着现代科学技术的迅速发展和人类生活条件的不断改变，得到了蓬勃的发展，形成了系统的理论。由于这门学科在实际中得到了广泛的应用，现在很多院校开设了概率论与数理统计课，并且成为大多数专业的必修课。

作为一门数学学科，概率论与数理统计具有所有数学学科共有的特点：高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性。除此之外，由于它以随机现象为研究对象，因此有自己的一套崭新的理论和方法，要求学生逐渐培养概率统计的直觉，并能对实际中的随机性产生敏感。

习题是数学著作的重要组成部分，著名数学家华罗庚曾经说过，学习数学如果不做习题，就等于入宝山而空返。认真学习数学的人有一条基本的经验：要切实掌握一门数学，达到能熟练运用的程度以致有所创新，就要做大量的、有一定难度的习题。在教科书中我们学到了很多的概念、定理、公式，但是教科书的正文由于课时和篇幅的限制，不可能对所有的问题都面面俱到，往往只能对最重要的内容做详细的叙述，而许多相关知识、反例、补充以及与实际相联系的应用在正文中都不能体现出来，也不可能介绍很多解题技巧和解题中可能遇到的问题。通过精心设计的习题集就可以弥补上述缺陷，使内容更加完善，使学生增强对所学知识的理解和巩固。特别对于概率统计来说，由于其

给出的都是各种处理随机现象的统计方法，应用性很强，学习的时候不应该去死记硬背公式和结论，而应该通过做大量的习题去理解其应用的背景，这样才能很好地掌握其内容。

本书正是针对上述问题而编写，在编写过程中笔者查阅了大量的国内外的文献资料，收集了各种典型的例题。笔者相信本书对理工科的同学学习数理统计，对普通高校非数学专业的学生参加各种形式的高等教育学习（考试），以及参加硕士研究生的入学考试均会有很大的帮助。

由于笔者水平有限以及编写的时间仓促，本书中定有错误、疏漏之处，望广大的读者批评指正。

王庆成

目　录

第一章　事件与概率

第一节　事　件

一、填空题

1. 事件 A、B 的并 $A \cup B$ 与差 $A - B$ 分别是指______的事件。

2. 设 A、B 为两个随机事件,“A、B 都不发生”用事件运算关系可表述为______。

3.“A、B、C 为 3 个事件中至少发生 2 个”,此事件可以表示为______。

4. 设 A、B、C 为 3 个事件,则“A、B、C 中至多发生两件”表示为______。

5. 设 A、B、C 为 3 个事件,则“A、B、C 恰好发生一件”表示为______。

6. 若事件 A、B 满足 $AB = \varnothing$,则称 A 与 B ______。

二、选择题

1. 对掷一粒骰子的试验,在概率论中将“出现偶数点”称为(　　)。

(A) 样本空间　　(B) 必然事件

(C) 不可能事件　　(D) 随机事件

2. 设 $\Omega = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}$,$A = \{x \mid 0 \leqslant x < 2\}$,$B = \{x \mid 1 \leqslant x < 3\}$,则 $A\bar{B}$ 表示(　　)。

(A) $\{x \mid 0 \leqslant x < 1\}$　　(B) $\{x \mid 0 < x < 1\}$　　(C) $\{x \mid 0 \leqslant x < 2\}$

(D) $\{x \mid -\infty < x < 0\} \cup \{x \mid 1 \leqslant x < +\infty\}$

3. A、B 为两事件,则 $AB \cup A\bar{B} = $(　　)。

(A) $\varnothing$(空集)　　(B) Ω(全集)　　(C) A　　(D) $A \cup B$

4. 设 A、B、C 表示 3 个事件,则 $\overline{ABC}$ 表示(　　)。

(A)A、B、C 中有一个发生　　(B)A、B、C 都不发生

(C)A、B、C 中不多于一个发生　　(D)A、B、C 中恰有两个发生

5. 下列等式中,正确的是(　　)。

(A)$A \cup B = A\bar{B} \cup B$　　(B)$\bar{A}B = A \cup \bar{B}$

(C)$(AB)(A\bar{B}) = A$　　(D)$AB \supset A \cup B$

6. 设甲、乙两人进行象棋比赛,考虑事件 A = {甲胜乙负},则 $\bar{A}$ 为(　　)。

(A){甲负乙胜}　　(B){甲乙平局}

(C){甲负}　　(D){甲负或平局}

7. 甲、乙两人射击,A、B 分别表示甲、乙射中目标,则 $\overline{AB}$ 表示(　　)。

(A) 两人都没射中　　(B) 两人没有都射中

(C) 两人都射中　　(D) 至少一人没射中

(E) 至少一人射中

8. 事件 $A - B$ 又可表示为(　　)。

(A)$\bar{A}B$　　(B)$A\bar{B}$　　(C)AB　　(D)$A - AB$　　(E)$AB - A\bar{B}$

9. A、B 表示事件,则(　　)成立。

(A)$A \cup B = A\bar{B} \cup B$　　(B)$\bar{A}B = A \cup \bar{B}$

(C)$A - B = A\bar{B}$　　(D)$(AB) \cap (A\bar{B}) = \varnothing$

(E) 若 $A \subset B$,则 $A = AB$

10. A、B、C 表示 3 个事件,则 A 不发生而 B、C 均发生的事件可表示为(　　)。

(A)$\bar{A} \cap B \cap C$　　(B)$\bar{A} \cap (B \cup C)$

(C)$\overline{A \cup \bar{B} \cup \bar{C}}$　　(D)$\overline{A \cup \overline{B \cup C}}$

(E)$\bar{A} \cap \overline{\bar{B} \cup \bar{C}}$

11. 袋中有 10 个球,分别编有 1 至 10 的号码,从中任取一球,设 A = “取得的球的号码是偶数”,B = “取得的球的号码是奇数”,C = “取得的球的号码小于 5”,则取得的球的号码是 6、8 或 10,可以用(　　)来表示。

(A)$A - AC$　　(B)$C - B$

(C)$\overline{B \cup C}$　　(D)$\bar{C}$　　(E)$\bar{C} - B\bar{C}$

12. 设随机事件 A、B,化简 $\bar{A}B \cup A\bar{B} \cup AB$ = (　　)。

(A)$A \cup B$　　(B)$\bar{A} \cup \bar{B}$　　(C)$\overline{A \cup B}$

13. 以 A 表示事件“甲种产品畅销，乙种产品滞销”，则其对应事件 $\bar{A}$ 为（　　）。

(A)“甲种产品滞销，乙种产品畅销”

(B)“甲、乙两种产品均畅销”

(C)“甲种产品滞销”

(D)“甲种产品滞销或乙种产品畅销”

三、解答与证明题

1. 写出下列随机试验的样本空间及表示下列事件的样本点集合：

(1)10 件产品中有 1 件是不合格品，从中任取 2 件得 1 件不合格品。

(2) 一个口袋中有 2 个白球、3 个黑球、4 个红球，从中任取一球：(ⅰ) 得白球；(ⅱ) 得红球。

2. 在数学系的学生中任选一名学生，令事件 A 表示被选学生是男生，事件 B 表示该生是三年级学生，事件 C 表示该生是运动员。

(1) 叙述事件 $AB\bar{C}$ 的意义。

(2) 在什么条件下 $ABC = C$ 成立？

(3) 什么时候关系式 $C \subset B$ 是正确的？

(4) 什么时候 $\bar{A} = B$ 成立？

3. 考虑随机试验：观察某条交通干线中每天交通事故的次数 ν，试描绘基本事件空间 Ω。

4. 化简事件算式 $(AB) \cup (A\bar{B}) \cup (\bar{A}B) \cup (\bar{A}\bar{B})$。

5. 下列各式说明 A 与 B 之间具有何种包含关系？

(1)$AB = A$；　　(2)$A \cup B = A$。

6. 试判断事件“A,B 至少发生一个”与“A,B 最多发生一个”是否是对立事件。

7. 设 A、B、C 是 3 个随机事件，试用 A、B、C 表示下列各事件：

(1) 恰有 A 发生；

(2)A 和 B 都发生而 C 不发生；

(3) 所有这 3 个事件都发生；

(4)A、B、C 至少有一个发生；

(5) 至少有两个事件发生；

(6) 恰有一个事件发生；

(7) 恰有两个事件发生；

(8) 不多于一个事件发生；

(9) 不多于两个事件发生；

(10) 三个事件都不发生。

8. 设某工人连续生产了 4 个零件，A_i 表示他生产的第 i 个零件是正品 $(i = 1,2,3,4)$。试用 A_i 表示下列各事件：

(1) 没有一个是次品；

(2) 至少有一个是次品；

(3) 只有一个是次品；

(4) 至少有三个不是次品；

(5) 恰好有三个是次品；

(6) 至多有一个是次品。

9. 设 A、B 为事件，问下列各事件表示什么意思？

(ⅰ) $\overline{A} \cup \overline{B}$；　(ⅱ) $\overline{A}B$；　(ⅲ) $\overline{AB}$。

10. 若 $A = B$，则 A、B 同时发生或 A、B 同时不发生。

第二节　概率的定义与性质

一、填空题

1. 古典概型是一种概率模型，它的特征是______。

2. 100 件产品中有 5 件次品，任取其中 10 件恰好有 2 件为次品的概率等于______。

3. 设有 10 个零件，其中 2 个是次品，任取 2 个，至少有 1 个是正品的概率是______。

4. 若 A、B 为任意两事件，则 $P(A \cup B) =$ ______。

5. 设 A、B 互不相容，$P(A) = p$，$P(B) = q$，则 $P(\overline{A}\overline{B}) =$ ______。

6. 事件 A、B 互不相容，且 $P(A) = 0.4$，$P(B) = 0.3$，则 $P(\overline{A}\overline{B}) =$

______。

7. 对任意的事件 A、B、C，则 $P(A \cup B \cup C) =$ ______。

8. 一名射手连续向目标射击3次，事件 A_i 表示射手第 i 次击中目标($i = 1,2,3$)，则 $\overline{A_1 \cup A_3}$ 表示______。

9. 向半圆 $0 < y < \sqrt{2ax - x^2}(a > 0)$ 内任掷一点。点落在半圆内任何区域的概率均与该区域的面积成正比，则该点与原点连线与轴的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率为______。

二、选择题

1. 设有10个零件，其中2个是次品，现随机抽取2个，恰有一个是正品的概率为(　　)。

(A) $\frac{8}{45}$　　(B) $\frac{16}{45}$　　(C) $\frac{8}{15}$

2. 设 A、B 为随机事件，性质(　　)为概率的三条基本性质之一。

(A) $P(A) \geqslant 0$　　(B) $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

(C) $P(\Omega) = 1$　　(D) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

(E) A、B 互斥，则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

3. 已知事件 A、B 满足 $A \supset B$，则 $P(A - B) =$ (　　)。

(A) $P(A\bar{B})$　　(B) $P(A) - P(B)$

(C) $1 - P(AB)$　　(D) $P(A) - P(AB)$

(E) $P(A) - P(B) + P(AB)$

4. A、B 为事件，$\overline{A \cup B} =$ (　　)。

(A) AB　　(B) $\bar{A}\bar{B}$　　(C) $A\bar{B}$　　(D) $\bar{A} \cup \bar{B}$

5. 当 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 互不相容时，则 $P(\overline{A \cup B}) =$ (　　)。

(A) $1 - P(A)$　　(B) $1 - P(A) - P(B)$

(C) 0　　(D) $P(\bar{A})P(\bar{B})$

6. 从一副52张的扑克牌中任意抽取5张，其中没有 K 字牌的概率为(　　)。

(A) $\frac{48}{52}$　　(B) C_{48}^5/C_{52}^5　　(C) $C_{48}^5/52$　　(D) $\frac{48^5}{52^5}$

7. 6本中文书和4本外文书任意往书架上摆放，则4本外文书放在一起的概率为(　　)。

(A) $\frac{4!6!}{10!}$　(B) $\frac{7}{10}$　(C) $\frac{4!7!}{10!}$　(D) $\frac{4}{10}$

8. 某小组共9人，分得一张观看亚运会的入场券，组长将一张写有"得票"字样和8张写有"不得票"字样的纸签混合后让大家依次各抽一张，以决定谁得入场券，则(　　)。

(A) 第一个抽签者获"得票"的概率最大

(B) 第五个抽签者获"得票"的概率最大

(C) 每个抽签者获"得票"的概率相等

(D) 最后抽签者获"得票"的概率最小

9. 若二事件 A 和 B 同时出现的概率 $P(AB) = 0$，则(　　)。

(A) A 和 B 不相容(相斥)　(B) AB 是不可能事件

(C) AB 未必是不可能事件　(D) $P(A) = 0$ 或 $P(B) = 0$

10. 对于任意二事件 A 和 B，有 $P(A - B) = ($　　$)$。

(A) $P(A) - P(B)$　(B) $P(A) - P(B) + P(AB)$

(C) $P(A) - P(AB)$　(D) $P(A) + P(\bar{B}) + P(\bar{B}) - P(A\bar{B})$

三、解答与证明题

1. 将 C、C、E、E、I、N、S 等 7 个字母随意排成一行，试求恰好排成 SCIENCE 的概率 p。

2. 假设电话号码由 7 位数字组成(第一位数不为 0)。试求下列事件的概率：$A_1 = \{7$ 位数两两不同$\}$；$A_2 = \{7$ 位数为 3501896$\}$；$A_3 = \{7$ 位数完全相同$\}$；$A_4 = \{7$ 位数不含 0 和 9$\}$；$A_5 = \{7$ 位数不含 0 或 9$\}$；$A_6 = \{7$ 位数含 0 不含 9$\}$。

3. 一楼房共 14 层，假设电梯在一楼起动时有 10 名乘客，且乘客在各层下电梯是等可能的。试求下列事件的概率：$A_1 = \{10$ 人在同一层下$\}$；$A_2 = \{10$ 人在不同楼层下$\}$；$A_3 = \{10$ 人都在第 14 层下$\}$；$A_4 = \{10$ 人中恰有 4 人在第 8 层下$\}$。

4. 假设箱中有 a 个红球(记作 R)和 b 个白球(记作 W)。现在从箱中接连

抽出 n 个球,试求事件 A_n = {第 n 次抽到的是红球} 的概率 P。

5. 假设有一批 N 件产品,其中有 M 件不合格品(A),$N-M$ 件合格品($\bar{A}$),从该批产品中进行 m 次简单随机抽样,设 A_m = {恰好抽到 m 件不合格品},求概率 $p_m = P(A_m)(m = 0,1,\cdots,n)$。

6. 假设有 n 个同样形状的球,N 个盒子($n \leqslant N$),将 n 个球分到 N 个盒子中去,有如下 4 种分配方式:1) 每盒可容纳任意 $m(0 \leqslant m \leqslant n)$ 个球,对应于球有可分辨(如每球有编号)和不可分辨两种情形;2) 每盒最多只能容纳一个球,也对应于球有可辨和不可辨两种情形。试就这四种不同情形求下列事件的概率:

A_1 = {某固定的 n 个盒中恰好有一个球};A_2 = {所有 n 个球分到不同的盒中}。

7. 在 $\triangle ABC$ 中任取一点 P,证明 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比大于 $\frac{n-1}{n}$ 的概率为 $\frac{1}{n^2}$。

8. 两艘轮船都要停靠同一个泊位,它们可能在一昼夜的任意时刻到达。设两船停靠泊位的时间分别为 1 小时与 2 小时,求有一艘船停靠泊位时必须等待一段时间的概率。

9. 在线段 AB 上任取三点 x_1, x_2, x_3,求:

(1) x_2 位于 x_1 与 x_3 之间的概率;

(2) Ax_1, Ax_2, Ax_3 能构成一个三角形的概率。

10. 考试时共有 N 张考签,n 个同学参加考试($n \geqslant N$),被抽过的考签立刻被放回,求在考试结束后,至少有一张考签没有被抽到的概率。

11. 设 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}$。

i) 若 $AB = \varnothing$,求 $P(B\bar{A})$

ii) 若 $A \subset B$,求 $P(B\bar{A})$

iii) 若 $P(AB) = \frac{1}{8}$,求 $P(B\bar{A})$

12. 设 A_1、A_2 为两个随机事件,证明:

(1) $P(A_1A_2) = 1 - P(\overline{A_1}) - P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2})$;

(2) $1 - P(\overline{A_1}) - P(\overline{A_2}) \leqslant P(A_1A_2) \leqslant P(A_1 \cup A_2)$

$$\leqslant P(A_1)+P(A_2)。$$

第三节　条件概率与独立性

一、填空题

1. 若事件 A、B 互斥，则 $P(A \cup B) =$ ______。

2. 若事件 A、B、C 相互独立，则 $P(A \cup B \cup C) =$ ______。

3. 若事件 A、B、C 满足 $P(AB) = P(A)P(B)$，$P(AC) = P(A)P(C)$，$P(BC) = P(B)P(C)$，则 A,B,C 的关系是______。

4. 若事件 A、B 相互独立，且 $P(A) = 0.5$，$P(B) = 0.25$，则 $P(A \cup B) =$ ______。

5. 若事件 A、B 相互独立，且 $P(A) = 0.25$，$P(B) = 0.50$，则 $P(A - B) =$ ______。

6. 若事件 A、B、C 相互独立，且 $P(A) = 0.25$，$P(B) = 0.50$，$P(C) = 0.40$，则 $P(A \cup B \cup C) =$ ______。

7. 甲、乙两门高炮彼此独立地向一架飞机射击，设甲击中的概率为 0.3，乙击中的概率为 0.4，则飞机被击的概率为______。

8. 设 $P(A) > 0$，$P(B) > 0$，则

(ⅰ) $P(A \mid B) =$ ______；

(ⅱ) $P(B \mid A) =$ ______。

9. 若 A 表示某甲得 100 分的事件，B 表示某乙得 100 分的事件，则

(ⅰ) $\overline{A}$ 表示______；(ⅱ) $A \cup B$ 表示______；

(ⅲ) AB 表示______；(ⅳ) $A\overline{B}$ 表示______；

(ⅴ) $\overline{A} \cap \overline{B}$ 表示______；(ⅵ) $\overline{AB}$ 表示______。

10. 设 $U = \{1,2,\cdots,10\}$，$A = \{2,3,4\}$，$B = \{3,4,5\}$，则 (ⅰ) $\overline{A}B =$ ______；(ⅱ) $\overline{A} \cup B =$ ______；(ⅲ) $\overline{A\,\overline{AB}} =$ ______。

11. 设 A,B 两厂产品的次品率分别为 1% 与 2%。现从 A,B 两厂产品分别占 60% 与 40% 的一批产品中任取一件是次品，则此次品是 A 厂生产的概率为______。

12. 设 X,Y 为随机变量,且 $P(X\geqslant 0,Y\geqslant 0)=\frac{3}{7}$,$P(X\geqslant 0)=P(Y\geqslant 0)=\frac{4}{7}$,则 $P(\max\{X,Y\}\geqslant 0)=$______。

13. 三个箱子中,第一箱装有4个黑球1个白球,第二箱装有3个黑球3个白球,第三箱装有3个黑球5个白球,现先任取一箱,再从该箱中任取一球,问这个球是白球的概率为(　　),取出的白球是属第二箱的概率为______。

14. 若从10件正品2件次品的一批产品中,任取2次,每次取一个,不放回,则第二次取出的是次品的概率为______。

15. 设在一次试验中,事件 A 发生的概率为 p,现进行 n 次独立试验,则 A 至少发生一次的概率为______;而事件 A 至多发生一次的概率为______。

16. 设有三个箱子,第一个箱子中有4个黑球、1个白球,第二个箱子中有3个黑球、3个白球,第三个箱子有3个黑球、5个白球。现随机地取一个箱子,再从这个箱子中取出1个球,这个球为白球的概率等于______;已知取出的球是白球,此球属于第二个箱子的概率为______。

17. 设三次独立试验中,事件 A 出现的概率相等,若已知 A 至少出现一次的概率等于19/27,则事件 A 在一次试验中出现的概率为______。

18. 设随机事件 A、B 及其和事件 $A\cup B$ 的概率分别是0.4,0.3和0.6,若 $\overline{B}$ 表示 B 的对立事件,那么积事件 $A\overline{B}$ 的概率 $P(A\overline{B})=$______。

19. 设两两相互独立的三事件 A、B 和 C 满足条件:$ABC=\varnothing$,$P(A)=P(B)=P(C)<\frac{1}{2}$,且已知 $P(A\cup B\cup C)=\frac{9}{16}$,则 $P(A)=$______。

20. 一射手对同一目标独立地进行四次射击,若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$,则该射手的命中率为______。

21. 一个实习生用同一台机器连接独立地制造3个同种零件,第 i 个零件是不合格品的概率 $P_i=\frac{1}{i+1}(i=1,2,3)$,以 X 表示3个零件中合格品的个数,则 $P\{X=2\}=$______。

22. 设10件产品中有4件不合格品,从中任取两件,已知两件中有一件是不合格品,则另一件也是不合格品的概率为______。

23. 设 A、B 是任意两个随机事件,则 $P\{(\overline{A}\cup B)(A\cup B)(\overline{A}\cup\overline{B})(A\cup\overline{B})\}=$______。