

力学丛书

双剪理论及其应用

俞茂宏 著



科学出版社

内 容 简 介

本书是作者对材料强度理论和结构强度理论长达 36 年研究的系统总结。书中包含了作者和天津大学、清华大学、东北大学、浙江大学等校的学者的有关的一系列研究成果,其中很多内容是首次发表。这些成果形成了独创性的全新的理论体系。它融合世界各国学者 100 多年来的有关理论和作者的理论于一体,可以广泛应用于各类工程材料和各类工程结构的强度研究和设计。书中阐述的理论还可以充分发挥材料和结构的强度潜力,具有巨大的经济意义和深远的社会意义。全书分三大部分共 26 章。可供力学、材料科学、地球科学、土木、水利、机械、航空航天、冶金矿业等有关专业的研究人员、教师、工程技术人员及研究生、大学生阅读和参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

双剪理论及其应用/俞茂宏著. -北京:科学出版社, 1998. 6

(力学丛书)

ISBN 7-03-006098-9

I. 双… I. 俞… II. 剪力-理论 N. O343

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 10028 号

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码 100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1998 年 6 月第 一 版 开本:850×1168 1/32

1998 年 6 月第一次印刷 印张:28 3/4 插页 1

印数:1—2 000 字数:749 000

定价:58.00 元

序 言

双剪理论是俞茂宏教授 30 多年来关于材料强度和结构强度的创造性研究成果的系统总结。他从双剪应力屈服准则到双剪强度理论，再到统一强度理论和统一弹塑性理论，又发展到现在的双剪理论，已形成了独创的理论体系。

我认识俞茂宏同志已经十多年了。1962—1984 年，在担任教育部工科力学教材编审委员会主任委员期间，对他的工作已有所了解。1981 年在广州召开的全国理论力学材料力学交流会上，邀请他作了“论强度理论”的特邀报告。他的报告受到大家的欢迎，反映很好。

当时，他已提出了双剪应力屈服准则。此后 10 年，他先后在国内外专业期刊上发表了一系列有关双剪理论的论文。这些论文受到国内外的重视和欢迎。有影响的国际机械科学学报 (Int. J. Mech. Sci.) 还将俞的论文列为该刊的代表性优秀论文。

俞茂宏关于强度理论研究有二个方面值得提出。一是他把 Tresca-Mohr-Coulomb 的单剪强度理论发展为双剪系列强度理论。它们分别为外凸强度理论的下限和上限，从而形成了二个独立的理论系统。二是从适合于某种材料的单一强度理论发展为可以适合于众多材料的统一强度理论，它有一个统一的力学模型和统一的数学表达式，形式简单，却可以灵活地适用于各种不同的材料。这些成果的得出，看来十分自然流畅，但是我们如果回顾一下历史就可看到，这二方面进展来之不易，它们解决了从 1882 年 Mohr 强度理论以来关于强度理论研究中的二个难题，即中间主应力效应问题和统一强度理论问题。

在 1953 年出版的 Timoshenko 著的《材料力学史》中，铁木

辛柯得出了下列看法：“为了检验莫尔的理论，进行了大量的复合应力试验，这些用脆性材料试验得出的结果均与莫尔理论不相符。Voigt（德国格丁根大学教授）由此得出结论认为强度理论问题是如此复杂，以致不可能用一个单一的理论成功地应用于所有结构材料”。此后，很多学者包括曾提出联合强度理论的前苏联科学院院士 Флидман 和 Давиденков 以及岩石力学与工程教授 Jaeger、Mogi 等都曾作出过努力，但直到 20 世纪 80 年代这个结论还没有改变，使这二个问题成为工程强度理论研究中的难题。因此俞茂宏的双剪强度理论和统一强度理论有很重要的理论意义。统一强度理论与很多实验结果相符合，可以在工程中十分方便地具体应用，并且能够较传统理论更好地发挥材料和结构的强度潜力，所以它也有很大的工程应用价值。

近年来，俞茂宏和他的研究小组又将他的双剪概念推广到结构强度研究中，建立了双剪弹塑性本构模型、双剪滑移线场、双剪孔隙水压力方程、双剪弹塑性本构方程和统一弹塑性有限元程序等；天津大学和清华大学教授还将双剪的概念推广为双剪特征线法和双剪损伤模型等。如此广泛而丰富的理论成果是难能可贵的。

现在俞茂宏教授将他多年研究成果写成专著，以供广大读者参考，是十分值得欢迎的。相信此书的出版定会推动我国学术界和工程界在强度理论及其实际应用方面的进一步发展，并使这一达到国际先进水平的研究成果更快地转化为生产力，在我国经济建设中发挥出巨大的经济效益。

张维

1994 年 9 月 27 日

* 张维，中国科学院院士、中国工程院院士、清华大学教授、原中国力学学会副理事长、中国土木工程学会副理事长、国家教育委员会科学技术委员会主任。

前 言

双剪理论是作者提出和创立的一个新的名词和新的理论。但是它的产生、发展和形成的过程已长达 30 余年。它牵涉到材料强度理论和结构强度理论的很多领域。

1961 年,作者首先提出的是适用于拉压强度相同材料的双剪应力屈服准则和十二边形的双剪应力屈服准则。此后,逐步发展为可以适用于拉压强度不同材料的双剪应力强度理论(1962, 1983—1985)、双剪帽子模型(1986)、双剪多参数准则(1988—1990)。最后形成了一个具有统一的力学模型、统一理论和统一数学表达式,而又可以十分灵活适用于各种不同材料的统一强度理论(1991)。这些内容组成了本书的第一部分内容,即双剪统一强度理论。

从 80 年代下半期开始,双剪强度理论又逐步推广应用于结构的弹塑性分析,发展形成了双剪弹塑性本构模型和统一弹塑性模型、双剪统一弹粘塑性本构模型、统一弹塑性有限元计算程序和双剪统一滑移线场理论,天津大学严宗达教授提出并发展了双剪特征线法,这些构成了本书的第二部分内容,即双剪统一弹塑性理论,其中包括作者所应用的一种结构塑性区观察方法。

在此同时,双剪的概念又推广应用到应力状态理论、双剪非线性变形模型、双剪孔隙水压力方程、双剪统一多重屈服面理论等更广泛的领域;清华大学又推广应用于断裂力学和损伤力学,这些研究成果组成了本书第三部分内容。

双剪理论的研究,包括了双剪统一强度理论、双剪统一弹塑性理论 and 双剪断裂损伤等三大部分。本书是对它们的首次系统总结。书中很多研究成果也是首次发表。

双剪理论的内容包括材料强度和结构强度的一系列基本理论、本构模型、计算准则和设计方法，涉及到材料力学、塑性力学、金属压力加工、岩石力学、土力学、混凝土力学、断裂力学、损伤力学、细观力学和材料科学，以及土木、水利、机械、航空、交通、采矿、岩土、压力加工等众多工程领域，并且用双剪的概念相互联系起来，形成系统的理论。双剪理论不仅自成体系，而且可以包含国外学者在过去 200 多年所提出的一些主要强度理论和各有关理论。它们都可以作为双剪理论的特例得出。因此，双剪理论又起到了一种统一理论的作用。

双剪理论的工程应用可以更好地发挥材料和结构的强度潜力，因而可以节约材料，减轻结构重量，为人类社会在现代化建设中的材料和能源的节省起到一些作用，这也是本书著述的目的之一。

书中有关材料强度理论的实验资料，引用了国内外众多学者的研究成果。这些资料是十分可贵的，它们的研究经费的总值超过数百万美元，这是作者力所不能及的，也是我们未能进行材料强度理论实验验证的原因之一。另一方面，保持理论研究与实验研究的相对独立性，使它们更客观，这也是国际上关于材料强度理论研究的一种共识。在本书第八章中，我们引用了大量的关于各种不同材料的强度理论的实验资料，其中包括中国科学院武汉岩土力学研究所许东俊研究员和国家地震局地球物理研究所耿乃光研究员在日本东京大学所完成的几种岩石的多轴试验结果，以及武汉岩土力学研究所关于黄河上游一大型水电站的花岗岩（这一花岗岩与长江三峡三斗坪花岗岩的性质相近）的真三轴试验结果。这些实验结果与双剪强度理论所预计的变化规律相符合。最近，总参工程兵第三研究所和哈尔滨建筑大学所作的岩石和钢纤维混凝土的复杂应力试验结果也与作者提出的双剪强度理论相一致。

双剪统一强度理论能够与很多实验资料符合，这也促使了它

的不断深入和推广应用。根据不完全统计,应用和引用双剪强度理论和统一强度理论的其他研究者的论著已超过 152 种 200 余次,并被写入科学出版社、高等教育出版社、中国建筑工程出版社、清华大学出版社、北京大学出版社、浙江大学出版社、天津大学出版社、西南交通大学出版社等出版的 50 余种学术专著、教材和国际国内学术会议论文集。在本书的有关章节中也反映了他们的研究成果。

双剪理论的具体内容较多,它们之间以及它们与国外学者在近百年所建立起来的相关理论之间的关系,可见本书第一章的表 1-1 和图 1-1、图 1-2 及图 1-3。

双剪理论的研究前后历经 30 余年。此外还有校内外很多师长、同行和研究生参加了讨论和推广应用研究。作者向一切参加研究和进行过各种讨论的国内外研究者表示衷心的感谢。天津大学严宗达教授、卜小明副教授建立了双剪特征线法,本书第十七章就是他们的研究成果。清华大学李庆斌、张楚汉和王光纶教授建立了混凝土的双剪损伤模型,本书第十八章由李庆斌撰写。第二十一章介绍了黄文彬教授、曾国平教授和李跃明博士等应用双剪屈服准则求解一些塑性力学问题的研究成果。第二十三章介绍东北大学赵德文、王国栋教授等应用双剪理论于金属压力加工方面的研究成果。沈阳工业大学和二炮工程兵学院等把双剪理论推广应用于断裂力学,本书第二十四章介绍了他们的研究成果。何丽南撰写了第十四和第二十五章,马国伟撰写了第十五章,杨松岩撰写了第十二和第十六章,王源撰写了第二十一和第二十三章。作者向他们表示衷心的感谢。全书交稿之后,还要经过科学出版社编辑的精心编审加工、制版、校对、印刷、发行等很多工作,这本书也是很多人共同努力的结果。

作者对中国科学院院士、中国工程院院士张维先生,国家教育委员会工科力学指导委员会主任委员刘鸿文教授和科学出版社在本书的写作过程中给予的关心和勉励,以及中国科学院科学出版

基金评委的支持和信任表示衷心的感谢. 作者对国家自然科学基金会、国家教育委员会、国家攀登计划“大型工程计算”、机械强度和振动国家重点实验室的支持表示衷心感谢. 此外, 作者应邀在德国斯图加特大学、日本名古屋工业大学、香港大学、新加坡南洋理工大学和中国科学院力学研究所、清华大学、浙江大学、哈尔滨建筑大学、河海大学以及在江苏、陕西、河南等省力学学会、河南省公路学会、航空部飞机结构强度研究所、电力部水利部西北勘测设计研究院、广东水利水电科学研究院、武汉锅炉厂、金属材料强度国家重点实验室所进行的学术交流和讨论, 对双剪理论研究的深入、系统化和提高都有很大促进和帮助, 作者向这些单位和有关学者表示衷心感谢. 作者特别要感谢张维先生为本书作序; 10 多年来作者一直得到他的积极的鼓励.

本书理论形成逾 30 载, 著述 3 年余, 成书一册, 70 余万字, 500 多个图. 由于双剪理论是一种新的理论, 书中内容不当之处恐所难免, 热切盼望各位读者予以指正.

全书完稿之后, 于 1994 年岁末, 参加在香港举行的国际结构工程和岩土工程计算方法会议以及张佑启教授学术讨论会, 会后参观香港大学图书馆和香港科技大学图书馆. 在香港十景之一的香港科技大学, 由图书馆负责人陪同, 与该校教授和正在该校作访问教授的清华大学教授江见鲸博士一起参观了图书馆的期刊阅览室、图书阅览室、中英文藏书和光盘检索阅读系统. 图书馆环境优雅、资料众多. 茫茫书海, “天无涯兮地无边”, 一册书稿, 犹如沧海之一粟. 如果这沧海一粟碰到哪一位读者, 并对他有所启发帮助的话, 那也是粟之有幸; 如果这一小粟被应用甚或被种植于那块土地中生长发展起来, 那就是粟之大幸.

本书部分内容的研究曾得到国家自然科学基金、国家教育委员会重点科学技术项目、金属材料强度国家重点实验室、机械结构强度和振动国家重点实验室的资助, 特表深切感谢. 科学出版社杨岭先生和陈菊华女士对本书初稿提出了很多宝贵的意见, 使书稿

的质量有很大提高,作者向他们表示深切的感谢.

俞茂宏

1994 年 10 月于贵阳龙潭

1994 年 12 月修改于香港

主要符号表

正应力

σ_1	最大主应力
σ_2	中间主应力 (中主应力)
σ_3	最小主应力
σ_{ij}	应力张量
$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$	平均应力
$\sigma_8 = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$	八面体正应力
$\sigma_{13} = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3)$	十二面体或正交八面体正应力
$\sigma_{12} = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2)$	十二面体或正交八面体正应力
$\sigma_{23} = \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3)$	十二面体或正交八面体正应力
$S_1 = \frac{1}{3} (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)$	大主应力偏量 (拉偏应力)
$S_2 = \frac{1}{3} (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)$	中主应力偏量 (中偏应力、拉或压)
$S_3 = \frac{1}{3} (2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)$	小主应力偏量 (压偏应力)
S_{ij}	偏应力张量
$\mu_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$	Lode 应力状态参数

u	孔隙水压力
σ'	有效应力

剪应力

$$\tau_{13} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad \text{最大主剪应力、十二面体或正交八面体剪应力}$$

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \text{中间或最小主剪应力、十二面体或正交八面体剪应力}$$

$$\tau_{23} = \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3) \quad \text{中间或最小主剪应力、十二面体或正交八面体剪应力}$$

$$\tau_1 = \frac{1}{3} (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) \quad \text{第一纯剪切应力}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{3} (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) \quad \text{第二纯剪切应力}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{3} (2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2) \quad \text{第三纯剪切应力}$$

$$\begin{aligned} \tau_m &= \sqrt{\frac{1}{3} (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{12} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \end{aligned}$$

均方根剪应力

$$\tau_8 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

八面体剪应力

$$\mu_\tau = \frac{\tau_{12}}{\tau_{13}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{双剪应力状态参数}$$

$$\mu'_\tau = \frac{\tau_{23}}{\tau_{13}} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{双剪应力状态参数}$$

$$T_\tau = \tau_{13} + \tau_{12} \quad \text{双剪应力函数}$$

$$T'_\tau = \tau_{13} + \tau_{23} \quad \text{双剪应力函数}$$

应力不变量

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad \text{应力张量第一不变量}$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \quad \text{应力张量第二不变量}$$

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \quad \text{应力张量第三不变量}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

应力偏量第二不变量

$$J_3 = S_1 S_2 S_3 = \frac{1}{27} (\tau_{13} + \tau_{12}) (\tau_{21} + \tau_{23}) (\tau_{31} + \tau_{32})$$

应力偏量第三不变量

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \quad \text{应力柱坐标主轴、静水应力轴矢长}$$

$$r = \sqrt{2J_2} \quad \text{应力柱坐标 } \pi \text{ 平面应力矢长}$$

$$\theta \quad \text{应力柱坐标 } \pi \text{ 平面应力矢与主应力投影轴的夹角, 简称应力状态角}$$

$$\cos 3\theta = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{J_2^3}} J_3$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 = \sqrt{3} \sigma_m = \sqrt{3} \sigma_8 = \sqrt{3} p$$

$$r = \sqrt{2J_2} = 2\tau_m = \sqrt{3} \tau_8 = \sqrt{\frac{2}{3}} q$$

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

应变

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主应变
ϵ_{ij}	应变张量
$\gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{13}$	主剪应变
$\theta = \frac{1}{3} (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3)$	体积应变
ϵ_e	弹性应变
ϵ_p	塑性应变
$\dot{\epsilon}$	应变率
$d\epsilon$	应变增量
ϵ_{vp}	粘塑性应变
$\Delta\epsilon_{vp}$	粘塑性应变增量

材料性能参数

σ_s	拉伸屈服极限
τ_s	剪切屈服极限
$B = \frac{\sigma_s}{\tau_s}$	剪应力系数
σ_t	拉伸强度极限
σ_c	压缩强度极限
σ_{cc}	双向等压强度极限
$\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c}, m = \frac{\sigma_c}{\sigma_t}$	材料拉压强度比
$\bar{\alpha} = \frac{\sigma_{cc}}{\sigma_c}$	材料双向等压强度比
$\beta = \frac{\bar{\alpha} + 2\alpha - 3\alpha\bar{\alpha}}{\alpha(1+\alpha)}$	正应力影响系数
r_t	π 平面上的拉伸强度矢长

r_c	π 平面上的压缩强度矢长
$K = \frac{3\bar{\alpha} + \bar{\alpha} - \alpha}{2\bar{\alpha} + \alpha} = \frac{r_t}{r_c}$	π 平面上的拉压强度比
C_0	材料粘结力参数
φ_0	材料摩擦角参数
$\sigma_t = \frac{2C_0 \cos \varphi_0}{1 + \sin \varphi_0}, \sigma_c = \frac{2C_0 \cos \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0}$	
ν	泊松比
E	弹性模量
G	剪切弹性模量
K_{Ic}	张开型裂纹临界应力强度因子
K_{IIc}	滑开型裂纹临界应力强度因子
b	中间应力影响因数
m	中间主应力参数或压力加工摩擦因子
H	材料强化参数

屈服函数和强度理论函数

$f(\sigma_{ij})$	应力屈服函数
$f(\epsilon_{ij})$	应变屈服函数
$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$	主应力屈服函数
$f(I_1, J_2, J_3)$	张量不变量屈服函数
$F(\sigma_{ij})$	强度理论函数
$g(r, \theta)$	π 平面形状函数
$\Phi(\sigma_{ij})$	帽子模型函数



图 2-10 北朝(公元 535—557)多面印彩照

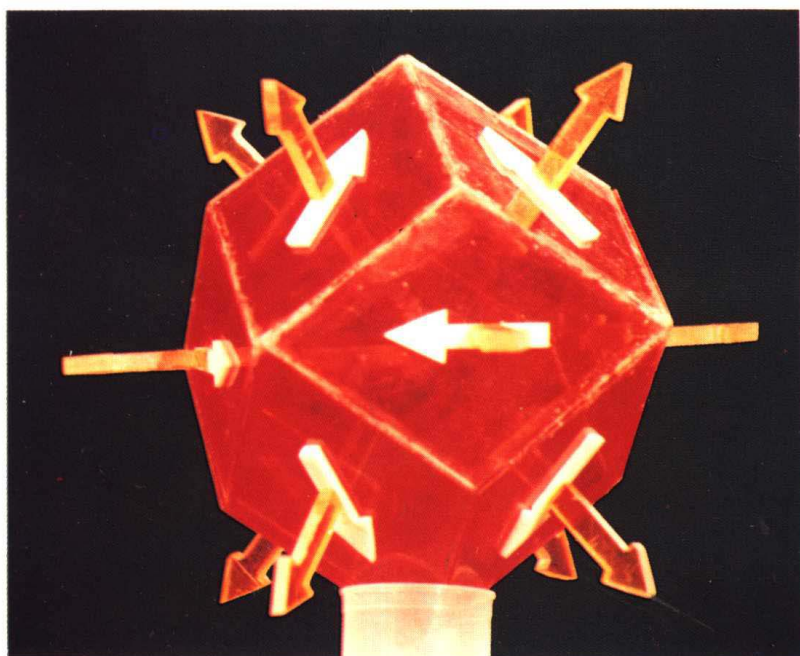


图 2-11 十二面体主剪应力彩色模型

目 录

序言	张维 i
前言	iii
主要符号表	xx
第一章 绪论	1
§ 1.1 双剪理论的产生、发展和形成	1
§ 1.2 双剪理论的内容	4
§ 1.3 双剪理论的体系	4
§ 1.4 双剪理论的发展	9
§ 1.5 双剪理论的应用	14
参考文献	15
第二章 双剪单元体、双剪应力状态	18
§ 2.1 概述	18
§ 2.2 单元体和点的应力状态	18
§ 2.3 空间应力状态	20
§ 2.4 六面体、八面体和十二面体及相应面上的 应力	25
§ 2.5 二十六面体和双剪单元体	28
§ 2.6 应力圆、双剪应力圆	32
§ 2.7 应力路径、双剪应力路径	33
§ 2.8 应力状态的分解、空间纯剪切应力状态 ($S_2 < 0$)	35
§ 2.9 空间纯剪切应力状态 ($S_2 > 0$)	40
§ 2.10 纯剪切应力状态 ($S_2 = 0$)	43
§ 2.11 剪应力定理	45

§ 2.12 应力状态类型、双剪应力状态参数	45
§ 2.13 双剪应力函数	48
§ 2.14 主应力空间	50
§ 2.15 静水应力轴空间柱坐标	53
参考文献	57
第三章 双剪统一屈服准则	59
§ 3.1 概述	59
§ 3.2 屈服函数的一般性质	60
§ 3.3 单剪应力屈服准则 (Tresca 屈服准则)	63
§ 3.4 八面体剪应力屈服准则 (Mises 屈服准则)	65
§ 3.5 双剪统一屈服准则	68
§ 3.6 双剪统一屈服准则的其他形式	70
§ 3.7 双剪统一屈服准则的典型特例	72
§ 3.8 双剪非凸屈服准则	81
§ 3.9 统一屈服准则的应力不变量表达式	85
§ 3.10 统一屈服准则的其他双剪应力解释	87
§ 3.11 二次式双剪应力屈服准则	88
§ 3.12 平面应力状态的双剪统一屈服准则	91
§ 3.13 $\sigma - \tau$ 复合应力状态的双剪统一屈服准则	94
§ 3.14 中间应力系数 b 和屈服面的外凸性	98
§ 3.15 屈服准则的发展综述	99
§ 3.16 统一屈服准则在结构弹性设计中的应用	109
参考文献	113
第四章 统一屈服准则的推广	116
§ 4.1 概述	116
§ 4.2 静水应力型广义屈服准则	117
§ 4.3 静水应力型统一屈服准则	120
§ 4.4 广义统一屈服准则的特例	122
§ 4.5 二次式广义统一屈服准则	126