

电网络理论

● 原理、分析和应用

黄慕义 主编

华中工学院出版社



电 网 络 理 论 (上册)

黄慕义 主编

责任编辑 李 德

华中工学院出版社出版

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所发行
华中工学院出版社印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 16.25 字数: 379,000

1986年 月 第一版 1986年 月 第一次印刷

印数 1—5000册

统一书号: 15255—077 定价: 平 2.70 元
精 3.20 元

内 容 简 介

本书的特点是：提高起点；加强基本元件特性、基本分析方法和基本原理的论述；矩阵分析贯穿全书，构成传统内容和近代内容有机结合的体系；精选内容，在基本不增加篇幅的情况下，加深加宽，以适应电类（本科）各专业的需要。

全书分上、下两册，共十二章。上册包括八章：电路的基本元件和基本定律，简单电路，网络图论，电阻网络分析，网络定理，一阶和二阶电路，线性时不变动态电路概述，正弦稳态分析。下册包括六章：三相电路，非正弦周期电流电路，网络的复频域分析法，网络的状态变量分析法，多端网络，均匀传输线。

序言

《电网络理论——原理、分析和应用》是电类专业一门重要的技术基础课。它应为专业学习提供扎实且较宽厚的电路理论基础。为了在规定学时内取得高的教学效益，教材应具有较完善的体系、足够的深度和适当的广度。教材的体系不仅反映了作者对学科内在联系的理解，而且也反映了作者对教学原则的基本观点。深度和广度应既反映当前的要求，又适应学科发展的需要。

本书是在我院多年使用的自编讲义的基础上修订出版的，其特点是：提高起点；加强电路基本元件的特性、基本分析方法、基本原理的论述；矩阵分析贯穿全书，构成传统内容和近代内容有机结合的体系；精选内容，在基本不增加篇幅的情况下加深、加宽，以适应电类各专业的需要。

1. 关于提高起点

教学实践表明，充分考虑学生的数理基础和主观能动性，提高课程起点是合理的，也是可行的。起点低，不利于激发学生的求知欲望，抑制了学生学习的积极性。例如，（线性）电阻元件及其串并联，中学、大学物理都有论述，设想通过简单重复进行巩固，弄清参考方向问题，往往难于达到目的。本书在“伏安特性”这一普遍定义上讨论电阻元件，让学生在线性和非线性的对比学习中，掌握线性、非线性电阻元件的特性和分析方法，理解和重视参考方向问题。又如，独立电源是学生比较熟悉的电路元件，本书尽早地提出了典型波形，特别是冲激波形，使一些问题的讨论更加透彻。电容、电感元件的电压、电流连续性问题的讨论，使读者懂得，所谓“开闭定律”只不过是元件特性在特定条件下的表现，从而深刻掌握基尔霍夫两定律及元件特性是集中参数电路分析的依据。

2. 关于电路基本元件

电子器件的出现，使传统的电路基本元件——电阻、电感、电容已不能满足需要，要求电路理论中要有这种器件的模型；其广泛地应用，又要求加强这类电路分析方法的讨论。

电路基本元件是一些基本实际器件的理想模型。任一实际器件的特性都可由电路基本元件的特性的组合获得。电阻、电感和电容，是实际电阻、电感和电容器件的理想模型。我们把实际运算放大器的理想模型——（理想）运算放大器作为电路的第四种基本元件。这四种基本元件的组合，可构成各种受控电源、回转器等含电子器件的电路。

本书除了讨论含运算放大器的简单电路外，还讨论含受控源电路的各种分析方法，专门讨论了含受控源电路的等效化简问题。

3. 关于教材体系

学生在学习本课程之前已学过线性代数。本书将矩阵分析这一工具用于全书中，应用网络图论，构成把传统内容和近代内容有机结合的体系。在讨论了电路的基本元件和基本定律、简单电路之后，紧接着讨论了网络图论，并以此为根据，讨论电阻网络分析和其他电路的分析。由于物理概念和数学工具两方面互相配合，因而诸如电路的可解性、网络独立变量数、独立方程的列写、各种分析方法等的讨论，内容集中、紧凑、充实，更具启发性。

线性和非线性电路的分析紧密配合，相互对比。如简单电路里既讨论线性电阻，又讨论非线性电阻；在电阻网络分析中讨论了分段线性化法；在网络的状态变量分析法中讨论了相平面法分析等。

最后，讨论了分布参数电路的稳态和暂态分析。

4. 关于适当的广度

电路理论的内容极其丰富，它包括电路分析、电路综合和模拟电路故障诊断三个方面。诚然，在本课程里应以电路分析为主，但适当涉及网络综合和模拟电路故障诊断的内容，不仅有助于电路分析问题的掌握，而且使学生对电路理论有较全面的了解。

本书在第二章简单电路里讨论了简单电路的综合，提出凹电阻器和凸电阻器的概念；在第十二章网络的状态变量分析法里讨论了有源滤波器、灵敏度问题和伴随网络的概念；在第十三章多端网络里讨论了模拟电路故障诊断的简单示例。

本书由黄慕义主编。参加初稿编写的有：黄慕义（第一、二、五章，第十一章的§11-6、§11-7、§11-8、§11-9，第十二章的§12-7、§12-8，第十三章的§13-6），戴旦前（第三、六、七、八章，第十一章的§11-1—§11-5，第十二章的§12-1—§12-6），艾礼初（第九、十、十三章），张文灿（第十四章），邹锐（第四章，第十二章的§12-9、§12-10）。

我们热诚希望读者对本书多提出批评意见和建议。

编 者

1985. 12.

目录

第一章 电路的基本元件和基本定律

§1-1 电路中的基本电磁量	(1)
1-1-1 电荷与电场	(2)
1-1-2 电流	(3)
1-1-3 电位与电压	(4)
1-1-4 磁通链	(5)
§1-2 电磁量的几种典型波形	(6)
1-2-1 定义和波形	(7)
1-2-2 奇异函数是一种极限情况	(9)
1-2-3 波形的表示式	(10)
§1-3 电阻元件	(11)
1-3-1 线性电阻元件	(12)
1-3-2 非线性电阻元件	(14)
§1-4 独立电源	(15)
1-4-1 电压源	(15)
1-4-2 电流源	(16)
§1-5 电容元件	(16)
1-5-1 线性时不变电容元件的电压和电流	(17)
1-5-2 线性时不变电容元件端电压的连续性	(17)
§1-6 电感元件	(19)
1-6-1 线性时不变电感元件的电压和电流	(19)
1-6-2 通过线性时不变电感元件的电流的连续性	(20)
§1-7 线性特性和时不变特性	(21)
1-7-1 线性特性	(21)
1-7-2 时不变特性	(22)
§1-8 运算放大器	(23)
§1-9 集中参数电路与分布参数电路	(24)
§1-10 基尔霍夫电流定律和电压定律	(24)
1-10-1 基尔霍夫电流定律	(25)
1-10-2 基尔霍夫电压定律	(25)
习 题	(27)

第二章 简单电路

§2-1 电阻元件的串联	(31)
§2-2 电阻元件的并联	(33)
§2-3 电阻元件的混联	(34)
§2-4 平衡电桥电路	(36)
§2-5 电源与电阻元件的串并联	(37)

§2-6 简单电路的综合	(39)
2-6-1 凹电阻器的特性及其实现	(39)
2-6-2 凸电阻器的特性及其实现	(39)
2-6-3 简单电路综合示例	(40)
§2-7 含运算放大器的简单电路·受控源	(41)
2-7-1 受控源	(41)
2-7-2 其他含运算放大器的简单电路	(44)
§2-8 电容元件的串联和并联	(45)
§2-9 电感元件的串联和并联	(47)
习 题	(49)

第三章 网络图论

§3-1 图的基本概念	(56)
§3-2 关联矩阵	(57)
§3-3 回路矩阵	(59)
§3-4 网孔矩阵	(60)
§3-5 基本割集矩阵	(61)
§3-6 B 与 Q 之间的关系	(62)
§3-7 KCL、KVL 的矩阵表示	(63)
3-7-1 KCL 的矩阵表示	(63)
3-7-2 KVL 的矩阵表示	(65)
§3-8 特勒根定理	(67)
3-8-1 定理及其证明	(67)
3-8-2 定理的其他形式	(69)
3-8-3 物理解释	(69)
§3-9 对偶图与对偶原理	(70)
3-9-1 对偶图与对偶网络	(70)
3-9-2 对偶原理	(71)
习 题	(72)

第四章 电阻网络分析

§4-1 支路特性方程	(75)
§4-2 支路分析法	(76)
§4-3 节点分析法	(77)
4-3-1 网络中不含受控电源时的节点矩阵方程	(78)
4-3-2 网络中含受控电源时的节点矩阵方程	(79)
§4-4 回路分析法	(83)
§4-5 割集分析法	(86)
§4-6 等效电路化简法	(89)
4-6-1 星形电路和三角形电路的相互转换	(89)
4-6-2 含受控源电路的等效化简	(93)

§4-7 非线性电阻网络分析——分段线性化法·····	(96)
习 题·····	(100)
第五章 网络定理	
§5-1 替代定理·····	(104)
§5-2 叠加定理·····	(106)
§5-3 叠加定理的一个注释·····	(107)
§5-4 等效电源定理·····	(109)
5-4-1 戴维南等效电路·····	(110)
5-4-2 诺顿等效电路·····	(111)
5-4-3 关于等效电路的讨论·····	(112)
§5-5 互易定理·····	(116)
5-5-1 互易网络·····	(117)
5-5-2 互易情况·····	(118)
§5-6 中分定理·····	(120)
5-6-1 对称激励的对称网络·····	(121)
5-6-2 反对称激励的对称网络·····	(122)
习 题·····	(124)
第六章 一阶和二阶电路	
§6-1 一阶电路的零输入响应·····	(130)
6-1-1 RC电路的零输入响应·····	(130)
6-1-2 RL电路的零输入响应·····	(132)
§6-2 一阶电路的零状态响应·····	(133)
6-2-1 阶跃激励的零状态响应·····	(133)
6-2-2 正弦激励的零状态响应·····	(135)
§6-3 一阶电路的全响应·····	(137)
§6-4 求一阶电路全响应的三要素法·····	(138)
§6-5 一阶电路的冲激响应·····	(141)
6-5-1 RC电路的冲激响应·····	(141)
6-5-2 RL电路的冲激响应·····	(142)
§6-6 二阶电路的零输入响应·····	(145)
§6-7 二阶电路的零状态响应·····	(150)
6-7-1 激励为阶跃函数的情况·····	(150)
6-7-2 激励为冲激函数的情况·····	(151)
6-7-3 激励为指数函数的情况·····	(151)
§6-8 二阶电路的全响应·····	(153)
习 题·····	(153)
第七章 线性时不变动态电路概述	
§7-1 高阶电路的微分方程·····	(163)
7-1-1 高阶微分方程的列写·····	(163)

7-1-2 关于电路的阶数	(165)
§7-2 网络的零输入响应	(167)
7-2-1 零输入响应积分常数的确定	(167)
7-2-2 冲激响应	(168)
§7-3 激励为任意波形的响应	(170)
7-3-1 卷积积分的定义	(170)
7-3-2 卷积积分的性质	(173)
7-3-3 卷积积分的解析算法	(174)
§7-4 杜阿美尔积分	(175)
习 题	(178)
第八章 正弦稳态分析	
§8-1 正弦量的基本概念	(182)
8-1-1 正弦量的三要素	(182)
8-1-2 正弦量的有效值	(184)
§8-2 相量法	(185)
8-2-1 正弦量的相量表示法	(185)
8-2-2 相量法或称符号法	(186)
§8-3 R 、 L 、 C 元件中的正弦电压和电流	(188)
8-3-1 电阻元件	(188)
8-3-2 电感元件	(189)
8-3-3 电容元件	(193)
§8-4 KCL、KVL 的相量形式	(195)
§8-5 复阻抗	(199)
§8-6 复导纳	(201)
§8-7 正弦电路稳态分析	(204)
8-7-1 简单电路的正弦稳态分析	(204)
8-7-2 复杂电路的正弦稳态分析	(208)
§8-8 正弦电路中的功率	(213)
8-8-1 瞬时功率	(213)
8-8-2 有功功率、无功功率和视在功率	(214)
8-8-3 功率因数及其增进	(216)
8-8-4 复功率守恒定理	(218)
8-8-5 最大功率传输定理	(220)
§8-9 谐振电路	(222)
8-9-1 谐振条件和谐振现象	(222)
8-9-2 品质因数与电路能量	(226)
8-9-3 串联谐振电路的频率特性	(228)
8-9-4 并联谐振电路与串联谐振电路的对偶	(230)
§8-10 互感耦合电路	(231)
8-10-1 耦合电感器	(231)
8-10-2 多绕组电感器及电感矩阵	(234)
8-10-3 耦合线圈的等效电路	(235)
8-10-4 理想变压器	(237)
习 题	(239)

第一章 电路的基本元件和基本定律

电磁现象的基本规律概括为电磁场理论的麦克斯韦方程组。它是分析电磁现象的理论基础。就分析方法而言，有场、路两种观点和方法。前者研究电磁场的空间分布，即用点坐标函数的电场强度矢量 \vec{E} 、磁感应强度矢量 \vec{B} 、电位移（电感强度）矢量 \vec{D} 、磁场强度矢量 \vec{H} 、电流密度矢量 \vec{j} 等矢量来描述。而后者把电磁场区域视为一多端部件，并以积分量：电压 v ，电流 i ，磁通链 ψ ，电荷 q 等物理量来描述部件的端部特性。严格地说，后者仅是前者的近似。

通常所说的电路是电磁场的特定形式。电路是人们根据需要，由电气部件相互联接构成的总体，也称之为电网络。对于电网络，人们感兴趣的是部件的端口特性，而对其内部结构、形状、空间位置等并不考虑。在这种情况下上述路的处理方法显得最直接和简单。工程上涉及到大量这一类问题。构成电路的部件是各式各样的，但就其功能而言，可分成三类。其一是将其他形式的能量转换成电能，或产生电信号。这一类部件称为电源或信号源，如发电机、电池、信号发生器等。其二是将电能转换成其他形式的能量，这一类部件称为负载或用电设备，如电动机、电炉、扬声器等。其三是电源到负载的中间环节，如联接导线、信号处理或控制部件等。实际部件是复杂的，但人们关心的电磁特性主要是电能的传送和转换、电场能量的储存、磁场能量的储存等。电与磁是互相联系，不可分割的整体。但是，其各种效应表现的强弱程度并不总相同，而与运行条件有关。例如，一个绕线电阻器，当有电流通过时，它要发热而消耗能量；由于有电流，就有磁场，也就有磁场能量的储存；由于有电压，就有电场，也就有电场能量的储存。然而在低频情况下，后两种效应比起第一种效应要小得多，发热效应是主要的。因此，我们可以近似地只考虑其发热效应。又如，电感线圈在较高频率下，当导线电阻比较小时，可以近似地只考虑储存磁场能量的特性。再如，有的仅具有能量的传送或变换的特性。这样一些仅具有单一电磁特性的元件，称之为电路（理想）元件。它是某种实际部件在特定条件下的理想情况。这种抽象，在物理学中是很普遍的，如力学中的刚体、质点等概念。对于不具有单一电磁特性的实际部件，可用适当的电路元件的组合来表征，这个组合称为该实际部件的电路模型。今后，我们所说的电路是指电路元件相互联接的总体。由代表电路元件的符号相互联接构成的图形，称为电路图。

本章讨论的是，电路中的基本电磁量（电荷、电流、电压和磁通链）；电路的基本元件（电阻元件、电容元件、电感元件、独立电源和运算放大器等的端口特性）；电路的基本定律（基尔霍夫电流定律和电压定律）。

§1-1 电路中的基本电磁量

电路元件的特性是用端口特性来表征的。电路中所涉及的电磁量主要是电荷、电流、电压和磁通链。这些量在物理学中虽已讨论过，但由于电路中经常遇到，对其含义必须要清晰地了解。因此，本节还加以简要叙述，并着重强调一些在物理学中未被明确，或未被

强调的概念，如电流参考方向、电压参考方向、磁通链参考方向。这些量的单位今后若无特别说明，均采用国际单位制 (SI)。

1-1-1 电荷与电场

电荷周围空间存在电场，称库仑电场。电场对电荷能施以力的作用。它可用点坐标函数矢量 \vec{E} 来描述。 \vec{E} 称为电场强度矢量。电场中某点的电场强度矢量定义为单位正电荷在该点所受的力。设点电荷 (可忽略其空间尺寸的电荷) q 在某点上所受的力为 \vec{f} ，则该点的电场强度矢量定义为

$$\vec{E} = \vec{f}/q \quad (1-1-1)$$

力的单位为 [牛顿]，电荷的单位为 [库仑]，电场强度的单位为 [牛顿/库仑]，或 [伏特/米]。

由静止电荷所引起的电场称为静电场。静电场的基本性质有以下两条：

1. 静电场是一个有源场

为了形象地描绘电场，引入了电感线 (\vec{D} 线) 的概念。电感线上任一点的切线方向为该点 \vec{D} 的方向。相仿，还可引用 \vec{E} 线。电感线都发自正的自由电荷，终止于负的自由电荷，如图 1-1-1 所示。这一性质概括为高斯定理。高斯定理说明，在静电场中任意作一封闭面 S ，穿过封闭面的电通量等于封闭面所包围的自由电荷的代数和。若取封闭面的正法线方向 (指向外) 为面元矢量 \vec{ds} 的方向，如图 1-1-1 所示，则高斯定理的表达式为

$$\oint_S \vec{D} \cdot \vec{ds} = \Sigma q \quad (1-1-2)$$

对于各向同性介质，有 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ 。 ϵ 为封闭面上介质的介电系数，其单位为 [库仑²/牛顿·米²]。电位移 \vec{D} 的单位为 [库仑/米²]。

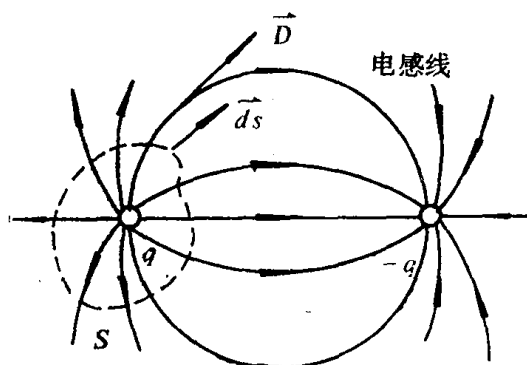


图1-1-1 点电荷的电场

2. 静电场是一个位场

静电场是一个无旋场，即沿任一闭合路径电场力移动电荷所做的功为零。这就说明，电场力移动电荷从一点到另一点所做的功只决定于两点的位置，而与所经路径无关。用数学式子可表示为

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0 \quad (1-1-3)$$

若取图 1-1-2 所示的闭合路径 ACBD，则有

$$\int_{ACB} \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_{ADB} \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

要注意，上式左边线元矢量 \vec{dl} 的指向是 A-C-B，而右边的则是 A-D-B，如图中箭头所示。

上述两个特征是库仑电场所共有。库仑电场除包括静电场外，还包括恒定电流场。在恒定电流场中，虽然电荷不是

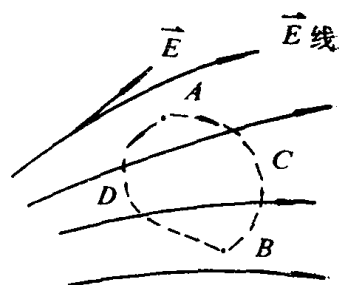


图1-1-2 位场的说明

静止而是处于运动之中的，但电荷的空间分布是处于动平衡状态，不随时间而变的。

1-1-2 电流

电流的形成离不开电场的作用。电流可分为两类。一类是由电荷的定向运动所形成，包括传导电流和对流电流；一类是由变化的电场所形成，称之为位移电流。

1. 传导电流

传导电流是导电媒质（如金属导体、电解液）中的自由电子或离子在电场作用下的定向运动。为了说明电荷运动的情况，人们引入了电流密度矢量的概念。电流密度矢量 $\vec{\delta}$ ，其大小为单位时间里穿过导体与电荷运动方向垂直的单位面积的电荷量，其方向系指正电荷运动的方向，如图 1-1-3 所示。而通过导体截面电流的大小，可用电流强度 i_c 来表征。它定义为单位时间里穿过截面 S 的电荷量，其流向为正电荷流动的指向。设穿过截面的电荷量为 $q(t)$ ，则

$$i_c = dq/dt \quad (1-1-4)$$

电流密度的单位为[安/米²]。电流强度常常简称为电流，其单位为[安培](A)，也有用[千安](kA)、[毫安](mA)，或[微安](μ A)的。它们的关系是

$$1\text{kA} = 10^3\text{A}; 1\text{mA} = 10^{-3}\text{A}; 1\mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}$$

若以电流密度矢量来表示电流强度，则有

$$i_c = \int_S d i_c = \int_S \vec{\delta}_c \cdot \vec{ds} \quad (1-1-5)$$

显然，为了用电流密度矢量沿截面 S 的积分来表示电流，必须选取面元矢量的方向，即选定截面 S 的正法线的指向。自然，如果选取的正法线的指向相反，则积分值将相差一负号。例如，设正法线的指向如图 1-1-3 所示由左向右时，积分值为正，那么若取正法线的指向由右向左，则积分值将为负。所取正法线的指向称之为电流的参考方向。电流值为正，说明电流实际流向与参考方向一致；电流值为负，说明电流实际流向与参考方向相反。可见电流为一标量，它不仅有大小的，而且有正、负值之分。为了完整地加以说明，必须取定电流的参考方向，同时给出其代数值。如果不给出电流参考方向，人们就无法理解代数值“+”、“-”的意义，也就无法知道电流的实际流向。参考方向一般在图上用箭头标明。参考方向可任意选定，但是，倘若改变了参考方向，则电流值也将改变符号。

2. 对流电流或运流电流

对流电流是由带电体在自由空间运动所形成的电流。真空管中的电流就是这样的电流。设带电体的电荷体密度为 ρ ，其运动速度为 \vec{v} ，则对流电流的电流密度矢量 $\vec{\delta}_\rho$ 为

$$\vec{\delta}_\rho = \rho \vec{v} \quad (1-1-6)$$

通过某一截面 S 的对流电流 i_ρ 为

$$i_\rho = \int_S \vec{\delta}_\rho \cdot \vec{ds} \quad (1-1-7)$$

同样， i_ρ 为一标量，其完整的说明应包括指定参考方向和给出代数值。

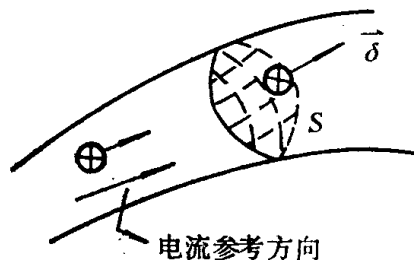


图1-1-3 电流密度矢量

3. 位移电流

位移电流的概念是麦克斯韦首先以假设的形式提出的。由此，它建立了完整的电磁场理论。实践证明这一理论的正确性，自然也就证明了位移电流存在的客观性。位移电流是电场变化引起的。设电位移矢量为 \vec{D} ，位移电流密度为 $\vec{\delta}_D$ ，则有

$$\vec{\delta}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1-1-8)$$

可见， $\vec{\delta}_D$ 的方向与 \vec{D} 的时间增量方向一致。通过截面 S 的位移电流 i_D 为

$$i_D = \int_S \vec{\delta}_D \cdot \vec{ds} \quad (1-1-9)$$

同样， i_D 为一标量；其完整的说明应包括指定参考方向和给出代数值。

4. 电流连续性原理

上节所述高斯定理的表达式 (1-1-2) 是电磁场理论的基本方程之一，它是普遍成立的。现作一封闭面 S ，如图 1-1-4 所示，它所包围的自由电荷 q 由于存在传导电流和对流电流而不断地改变。若将高斯定理用于封闭面 S 上，且等式两边对时间取偏导数，则得

$$\oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{ds} = \frac{\partial q}{\partial t}$$

在图示情况下，若用电流密度来表示，上式可改写为

$$\oint_S \vec{\delta}_D \cdot \vec{ds} = - \oint_S (\vec{\delta}_c + \vec{\delta}_o) \cdot \vec{ds}$$

移项后得

$$\oint_S (\vec{\delta}_D + \vec{\delta}_c + \vec{\delta}_o) \cdot \vec{ds} = 0$$

令 $\vec{\delta} = \vec{\delta}_c + \vec{\delta}_o + \vec{\delta}_D$ ，称为全电流密度矢量，则有

$$\oint_S \vec{\delta} \cdot \vec{ds} = 0 \quad (1-1-10)$$

所得结果表明，任一时刻全电流密度矢量沿任一封闭面的积分恒等于零。这就是电流连续性原理。

1-1-3 电位与电压

由于库仑电场是一个位场，可以引入电位的概念。谈论电位，就必须先选定一点 p 作为参考点，即零电位点。物理学中一般以无限远处为参考点，而在电路中一般以接地点为参考点。所谓某点 a 的电位，就是单位正电荷在库仑电场的作用下，从 a 点移至参考点 p 时电场力所做的功，即

$$V_{ap} = \int_a^p \vec{E} \cdot \vec{dl} \quad (1-1-11a)$$

\vec{dl} 的方向按由 a 至 p 的方向来选取，如图 1-1-5 所示。电位是一个相对的量，在一定的电场中，其值决定于参考点的选择。但对场中两点电位之差来说，则与参考点的选择无关。事实上，如果要求 a 点电位比 b 点电位高多少，如图 1-1-5 所示，则可用 a 和 b 点的电位差 V_{ab} 来表示，并且有

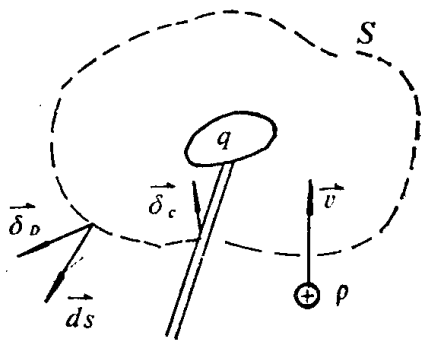


图1-1-4 电流连续性原理的证明

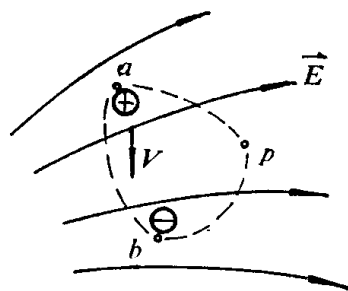


图1-1-5 电位与电位差的说明

$$\begin{aligned}
 V_{ab} &= V_{ap} - V_{bp} = \int_a^p \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_b^p \vec{E} \cdot d\vec{l} \\
 &= \int_a^p \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_p^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{apb} \vec{E} \cdot d\vec{l}
 \end{aligned}$$

由于库仑电场的无旋性， $\int_{apb} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ ，

故
$$V_{ab} = \int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1-1-11b)$$

可见， a 点至 b 点的电位差为电场力将单位正电荷从 a 点经任意路径移至 b 点所做的功。不言而喻，谈论电位差 V 必须说明从哪一点到哪一点，即积分路径的指向。这一指向称为标量 V 的参考方向。参考方向在图上用箭头表示，也可用“+”、“-”标示，箭头的尾或“+”端意味着假定它为高电位点，箭头的头或“-”端为低电位点。若 V 值为正，说明“+”点确为高电位点；若 V 值为负，则说明，实际高电位点与所设的相反。图 1-1-5 中用两种标示方法标出了 a 至 b 点电位差 V 的参考方向。在库仑电场中，电位差也称为电压，同样用 V 或 v 表示，其参考方向的意义及标示方法也相同。电压的单位为 [伏特](V)，也有用 [千伏](kV)、[毫伏](mV)、[微伏](μ V) 的。

在物理学中，除讨论库仑电场外，也讨论了非库仑电场。非库仑电场不是库仑电荷引起的。在图 1-1-6 所示的化学电池里，非库仑电场的出现是由于存在着化学力，它仅存在于电池的內部。非库仑电场也能对电荷施以力的作用，其电场强度矢量 \vec{E}_n 的定义与库仑电场里的定义相仿。但要注意，库仑电场 \vec{E}_c 对电荷施以力的作用，是要使正电荷从高电位移至低电位处；而非库仑电场则相反，对电荷施以力的作用是要使正电荷从负极板移至正极板。我们把非库仑电场将单位正电荷从负极板 b 移至正极板 a 所做的功，定义为电动势，通常用字母 e_{ba} 或 E_{ba} （注意不要和电场强度的符号混淆了）表示，即

$$e_{ba} = \int_b^a \vec{E}_n \cdot d\vec{l}$$

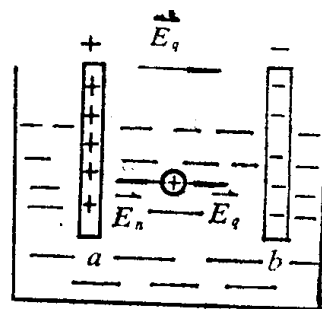


图1-1-6 库仑电场与非库仑电场

同样，谈论电动势也必须指定参考方向，在图上用箭头，“-”、“+”等符号标示，也可用字母的脚标标示。电动势的参考方向是由“-”端指向“+”端。电动势的单位也为 [伏特]。

1-1-4 磁通链

电流和磁场不可分割。磁场的基本特征是，它能对载（电）流体施以力的作用；存在电磁感应现象，即磁场的变化将出现感应电场（非库仑电场）。这两个基本特征均可用以定义磁场的基本物理量——磁感应强度矢量 \vec{B} 。磁感应强度矢量与电流的关系由比奥—沙伐—拉普拉斯定律所决定，其单位为 [韦伯/米²](Wb/m²)。

为了形象地表示出磁场，与电场相仿，可引入磁力线的概念。磁场中穿过与 \vec{B} 垂直的单位面积的磁力线数等于该点的磁感应强度 \vec{B} ，而 \vec{B} 的方向为通过该点磁力线的切线方

向。磁力线方向与引起该磁场的电流参考方向符合右手螺旋定则，如图 1-1-7 所示。在空间中，以某一闭合轮廓为边界所构成的面，称为该闭合轮廓所界定的面。若磁力线穿过界定面，则称该磁力线与闭合轮廓相交链。穿过界定面 S 的磁力线数称为与该闭合轮廓交链的磁通，记为 ϕ ，且

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1-1-12)$$

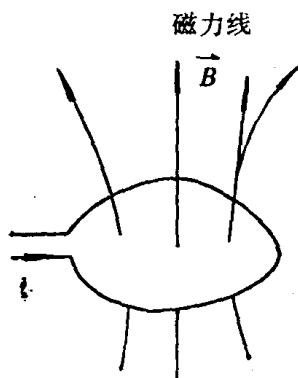


图1-1-7 电流的磁场

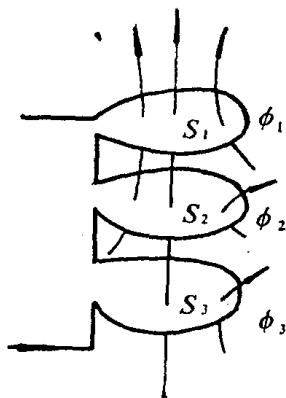


图1-1-8 磁通与磁通链

面 S 的正法线指向称为磁通 ϕ 的参考方向。磁通的总和称为磁通链，用 ψ 表示。对于图 1-1-8 所示的情况，穿过面积 S_1 、 S_2 、 S_3 的磁通链为

$$\psi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

若线圈有 n 匝，每匝交链的磁通为 ϕ ，则 $\psi = n\phi$ 。磁通和磁通链的单位为[韦伯]。

磁场的性质与库仑电场有着根本的区别。其基本性质也有两条：

1. 磁场是一个无源场

描述磁场的磁力线是闭合的，无头无尾。因此，穿过任一封闭面的磁通恒等于零，即

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (1-1-13)$$

式中 S 为任一封闭面。这一结论称之为磁通连续性原理。

2. 磁场是一个有旋场

这一性质为全电流定理所概括，即磁场中磁场强度 \vec{H} 沿任一闭合轮廓的线积分等于所交链的全电流的代数和(与轮廓绕行方向一致的为正，相反的为负)，用式子表示为

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i \quad (1-1-14)$$

在各向同性介质里， $\vec{H} = \vec{B}/\mu$ ， μ 为介质的磁导率。磁场强度的单位为[安/米]。

§1-2 电磁量的几种典型波形

电磁量一般都是时间的函数。在电路分析中，有时仅求某一特定时刻的量值，而更多的是要求每一时刻的量值。它们随时间变化的曲线，称为这些量的时间波形，简称波形。自然，波形有各种各样，但常遇到的有下面所谈的几种。

1-2-1 定义和波形

1. 常量

这是最简单的情况，其表达式为

$$f(t) = K \quad (1-2-1)$$

式中 K 为常数，其波形示于图 1-2-1 中，为一平行于时间轴的直线。若 $f(t)$ 代表的是电压或电流，则称之为直流电压或电流。若代表的是磁通链，则称之为恒定磁通链。

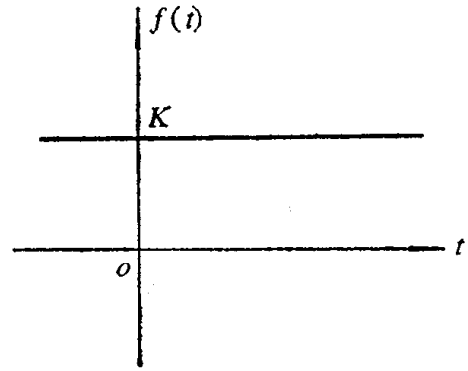


图1-2-1 常量的波形

2. 正弦函数

时间正弦函数的表达式为

$$f(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (1-2-2)$$

式中 A 、 ω 、 ϕ 为常数。 A 称为振幅，或正弦函数的最大值； ω 称为角频率 [弧度/秒] (rad/s) 它与频率 f [赫兹] (Hz) 或周波 (c)、周期 T [秒] (s) 的关系为

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \quad (1-2-3)$$

ϕ 称为初相角。这三个量完全确定了对应的正弦函数，故称之为正弦函数的三要素。正弦函数的波形示于图 1-2-2 中。

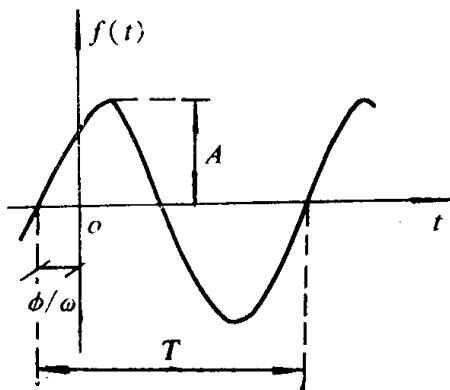


图1-2-2 正弦函数的波形

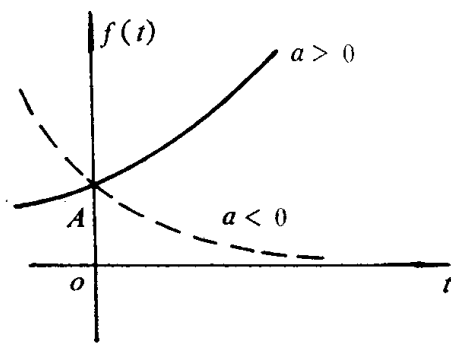


图1-2-3 指数函数的波形

3. 指数函数

指数函数的表示式为

$$f(t) = Ae^{at} \quad (1-2-4)$$

当 $a < 0$ 时，为衰减指数函数；当 $a > 0$ 时，为增长指数函数。它们的波形在图 1-2-3 中分别用虚曲线和实曲线表示。

4. 单位阶跃函数 $u(t)$

对于图 1-2-4(a) 所示的电路，若设开关在 $t = 0$ 时瞬间闭合，则 A 点电位的波形如图 1-2-4(b) 所示，即 $t < 0$ 时，函数值为零； $t > 0$ 时，函数值为 1，可表示为

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1-2-5)$$

这种函数称为单位阶跃函数 $u(t)$ 。如果函数由 0 跳变至 1 不是发生在 $t = 0$ 的时刻，而是延迟一段时间，如发生在 $t = t_0$ 的时刻，则可记为 $u(t - t_0)$ ，其波形是将 $u(t)$ 波形向右移

动 t_0 的距离, 如图1-2-4(c) 所示。要作出阶跃函数的波形, 可令其宗量 (括号里的量, 如 $t-t_0$) 为零, 以确定其跳变的时刻。按定义, 在宗量小于零的时间里, 函数值为零, 在宗量大于零的时间里, 函数值为1, 由此就能正确地作出其波形。例如, 要作出 $u(t_0-t)$ 的波形, 可先令宗量 $t_0-t=0$, 得出跳变时刻为 $t=t_0$; 当 $t_0-t<0$, 即 $t>t_0$ 时, 函数值为零; 当 $t_0-t>0$, 即 $t<t_0$ 时, 函数值为1, 其波形示于图1-2-4(d) 中。

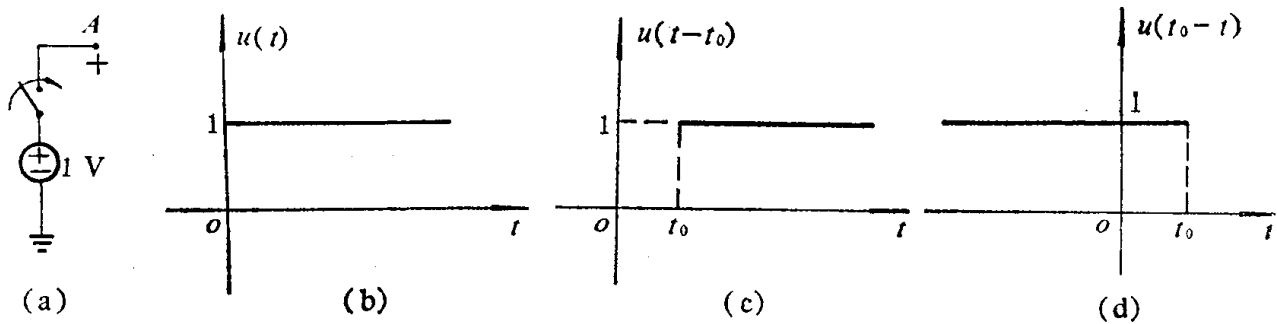


图1-2-4 单位阶跃函数的波形

5. 单位斜坡函数 $r(t)$

单位斜坡函数 $r(t)$ 的波形是一条从原点出发向正时间轴方向延伸的、斜率为1的直线, 如图1-2-5所示。 $r(t)$ 与 $u(t)$ 的关系为

$$r(t) = tu(t) = \int_{-\infty}^t u(t) dt \quad (1-2-6)$$

或
$$u(t) = dr(t)/dt \quad (1-2-7)$$

6. 脉冲函数 $p_{\Delta}(t)$

脉冲函数是一个持续时间为 Δ , 高度为 $1/\Delta$ 的矩形波, 用式子表示为

$$p_{\Delta}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1/\Delta & 0 < t < \Delta \\ 0 & t > \Delta \end{cases} \quad (1-2-8)$$

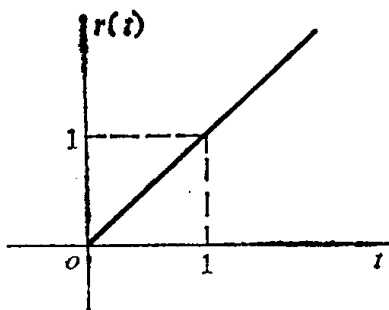


图1-2-5 单位斜坡函数的波形

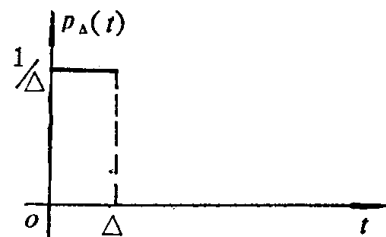


图1-2-6 脉冲函数的波形

波形示于图1-2-6中。当脉冲函数的面积为1时, 可用单位阶跃函数表示为

$$p_{\Delta}(t) = \frac{u(t) - u(t - \Delta)}{\Delta} \quad (1-2-9)$$

7. 单位冲激函数 $\delta(t)$

单位冲激函数是脉冲函数的极限情况。若令 $\Delta \rightarrow 0$,