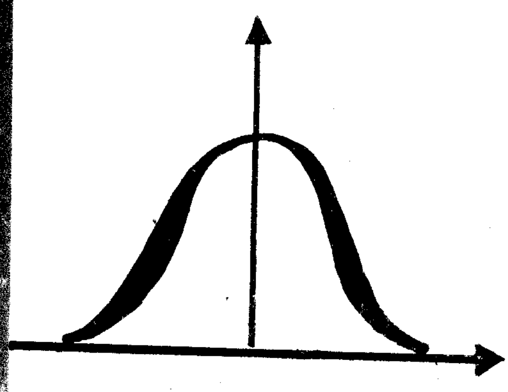
实用经济管理数学

●● 主编 王淬成



责任编辑：王建民　陆　勇
封面设计：王玉辉

实用经济管理数学

主审　侯振挺　袁　桓
主编　王淬成

*

云南科技出版社出版发行
(昆明市书林街100号)
长沙铁道学院火车头印刷厂印装

*

开本：850×1168　1/32　印张：18.5　字数：460000
1991年5月第1版　　1991年5月第1次印刷
印数：1—4500
ISBN7—5416—0333—3/G·43　　定价：7.50元

内 容 简 介

《实用经济管理数学》共14章，包括微积分、线性代数、概率统计及线性规划、预测技术、网络计划技术等内容。全书紧密联系经济管理实际，简明、通俗、实用，可供管理干部学院、职大、夜大、函大经济管理类专业作为教材及各经济类培训中心、短训班、专业证书班作为教材，也可供普通高等学校经济类专业作为教学参考书，还可作为广大经济管理工作者学习现代化管理方法的读物。

前　　言

经济管理数学是学习现代化管理科学所必备的基础知识，因此，各高校成人继续教育学院、管理干部学院、职工大学等成人大学和普通高等学校一样，都把经济管理数学作为经济管理类专业所必修的基础课，其主要内容有微积分、线性代数、概率论与数理统计、运筹学等。然而这些学校的课时都相对偏少，一般说来，成人学员的数学基础与普通大学学生有一定差距，这就给数学教学带来了一定的困难。但是，成人学员也有其优势，就是他们实践经验较为丰富，学习自觉性较高。怎样扬长避短搞好成人大学的数学教学呢？我们在多年的教学实践中，通过不断地探索与总结，编写了这本《实用经济管理数学》，较好地解决了这个问题，并期望通过该书的出版，把这一教学研究成果推广开来。

本书的编写工作自始至终是在我国著名数学家侯振挺教授及袁桓副教授的指导下进行的，他们担任本书主审，详细地审阅了编写提纲与书稿，并对全书的结构体系与风格提出了重要的指导性意见。全书遵循简明、通俗、实用的原则，文字叙述深入浅出、通俗易懂；在内容安排上适当去掉了一些艰深的论证，在引入概念和方法时，紧密结合经济管理实际，从实践中来，到实践中去，使学员们易学会用。我们相信，读者学完全书之后，定可基本消除学习现代化管理知识过程中将会遇到的数学障碍。

本书第一、二章由湖南经济管理干部学院（以下简称“湖经”）薛庆龄编写，第三、四章由浙江经济管理干部学院（以下简称“浙经”）赵曙编写，第五章由湖南财经专科学校黄珍玉编写，第六、七章由王淬成（湖经）编写，第八章由湖南金融职工大学

（以下简称“湖金”）姜谌然编写，第九章由钱荣湘（湖经）编写，第十章由黄在中（湖经）编写，第十一、十二章由湖南大学苏衡彦编写，第十三章由罗似然（湖金）编写，第十四章由王以荣（浙经）编写。

黄在中副教授详细地审阅了编写提纲与全部原稿，提出了宝贵而中肯的修改意见，为提高本书的内在质量付出了艰辛的劳动。还有黄敦穆、吴辅仁两位副教授也审阅了部分原稿，提出了宝贵意见，在此一并表示诚挚的谢意。

由于编者水平所限，加之时间仓促，本书难免存在不少缺点与不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章　函　数

§1.1　集　合

一、集合的基本概念

在某些工作中，我们经常需要研究下列问题：

(1) 某学院的全体学员；

(2) 某运输公司的所有汽车；

(3) 全体自然数；

(4) 所有的一元二次方程；

(5) 所有的直角三角形；

(6) 与一个角的两边距离相等的所有点。

它们分别由一些数、点、图形、式子、人或物组成，每组对象都具有某种特定的性质。我们把这种具有某种特定性质的对象的全体叫做**集合**，简称**集**。

集合里的各个对象称为该集合的**元素**。例如，某学院的全体学员组成一个集合，这个学院的任何一个学员都是该集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素具有**确定性**。也就是说，当集合给定后，任何一个对象，或者是这个集合的元素，或者不是这个集合的元素，不可模棱两可。例如，由全体自然数组成的集合，因为 2 是自然数，所以，2 是这个集合的元素；而 $\frac{1}{2}$ 不是自然数，所以，$\frac{1}{2}$ 不是这个集合的元素。零不是自然数，所以，零也不是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合的元素具有**互异性**。也就是说，

集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。

含有有限个元素的集合称**有限集合**，含有无限个元素的集合称**无限集合**。

例1 下列各句中所指的对象是否形成集合，并说明理由。

(1) 大于100的自然数；

(2) 某班成绩好的学生；

(3) 某农场的所有拖拉机；

(4) 某省利润高的企业。

解 (1)和(3)是集合。因为它们都有确定的对象，对于每一对象是否为集合的元素都有确定的标准。

(2)和(4)不是集合。因为成绩的"好"与"差"，利润的"高"与"低"界限模糊，不明确。

二、集合的表示法

集合的表示方法常用的有列举法和描述法。

1. 列举法

把集合的元素一一列举出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法叫做**列举法**。

用列举法表示集合时，每个元素只写一次，元素的先后次序无关紧要，即集合的元素具有**无序性**。例如，由1，2，3，4组成的集合可以写成{1，2，3，4}或{1，4，3，2}等。

2. 描述法

把集合中元素所具有的共同性质描述出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法叫做**描述法**。

例如，由不等式$2x+1>0$的所有解组成的集合可表示为

$\{x|2x+1>0\}$；

又如，所有直角三角形组成的集合可表示为{直角三角形}。

前者是将元素的共同性质用数学式子表达出来，后者是将元

素的共同性质用文字叙述出来。

通常用大写字母A、B、C……表示集合，用小写字母a、b、c……表示集合的元素。如果a是集合A的元素，就记为$a\in A$，读作“a属于A”，如果a不是集合A的元素，就记为$a\notin A$（或$a\bar{\in} A$），读作“a不属于A”。

例如：$A=\{-1, 0, 1\}$，则有$0\in A$，$2\notin A$。

没有任何元素的集合称为**空集**，用$\varnothing$表示。如$x^2+1=0$的实数根集合就是空集$\varnothing$。

注意1 a与$\{a\}$不同，a表示一个元素，而$\{a\}$表示只有一个元素a的集合。$a\in\{a\}$。

注意2 $\varnothing$与$\{0\}$不同，$\varnothing$中没有元素，$\{0\}$是有一个元素0的集合；空集$\varnothing$不能写作$\{\varnothing\}$。

几种常见的数集有特定的记号：

N：全体自然数集合；

Z：全体整数集合；

Q：全体有理数集合；

R：全体实数集合；

C：全体复数集合。

为了方便，有时还用Q^+表示正有理数集合，Q^-表示负有理数集合，R^+表示正实数集合，R^-表示负实数集合。

平面上的点需要用一个有序数组(x, y)来表示，如果把一个有序数对看成一个元素，则集合$\{(1, 2), (1, 0), (2, 1)\}$中有三个元素。

集合可以用图形表示，如图1—1，集合内的元素以图中的点表示。

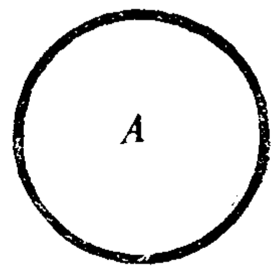


图 1—1

例2 用适当方法表示下列集合：

(1) 不大于10的质数；

(2) 大于3小于11的偶数；

(3) 方程组 $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$ 的解集；

(4) 平面直角坐标轴上的点。

解 (1) $\{2, 3, 5, 7\}$

(2) $\{4, 6, 8, 10\}$或$\{x \mid 3<x<11, x=2k, k\in Z\}$。

(3) 由方程组解得 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ 或$\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$，所以方程组的解集为$\{(3, 4), (4, 3)\}$。

(4) x轴上的点$y=0$，y轴上的点$x=0$，故有$xy=0$，所以坐标轴上的点可表示为$\{(x, y) \mid xy=0, x, y\in R\}$。

有时，一个集合可用列举法表示，也可用描述法表示，如例2中的(2)，一般视方便程度选择一种表示法。

三、集合间的关系和运算

1. 集合间的关系

两个集合之间的关系，其中最重要的就是包含关系，其次是互补关系。

(1) 包含关系

考察集合

$$A=\{1, 2, 3, 4\}, \quad B=\{3, 4\}$$

集合B中的所有元素都是A中的元素，这时，就说A包含B，称B是A的子集。

定义1.1 对于两个集合A和B，如果B中任何一个元素都是集合A的元素，那么，集合B就叫做集合A的子集，记作$B\subseteq A$(或$A\supseteq B$)，读作“B包含于A”(或“A包含B”)。

两个集合间的这种关系称为包含关系。

根据定义有如下结论：

①对于任意集合A，有

$$A\subseteq A, \quad \varnothing\subseteq A$$

②如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则$A\subseteq C$。

真子集：如果集合B是集合A的子集，且A中至少有一个元素不属于B，则称B是A的**真子集**，记作$A\supset B$或$B\subset A$。

对非空集合A，有$\varnothing\subset A$。

常见的几种数集有如下关系：

$N\subset Z$，$Z\subset Q$，$Q\subset R$，$R\subset C$。

集合间的包含关系也可以用图形来表示，如图1—2。

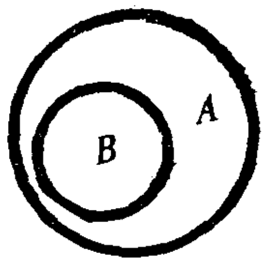


图 1—2

集合相等：对于两个集合A和B，如果$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，则说这两个集合相等，记作$A=B$。

注意：符号"$\in$"与"$\subseteq$"不同，前者表示元素与集合间的从属关系，后者表示集合与集合间的包含关系。例如，$A=\{0, 1, 2\}$，$2\in A$，$\{2\}\subseteq A$，而不能写成$2\subseteq A$，$\{2\}\in A$。

例3 写出集合$\{0, 5, 10\}$的所有子集和真子集。

解 所有子集有：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{5\}$，$\{10\}$，$\{0, 5\}$，$\{0,10\}$，$\{5, 10\}$，$\{0, 5, 10\}$；前七个均为真子集。

(2) 互补关系

全集：由所研究的全部对象所组成的集合称为全集，记为I。

全集是相对的，一个集合在某一研究的问题中是全集，而在另一研究的问题中就不一定是全集。例如，所研究的问题是以全班同学为对象，则全班同学所组成的集合就是全集，如果所研究的问题是以全校同学为对象，那么，全班同学所组成的集合就不是全集而是子集了。

考察集合

$I=\{$某班全体学员$\}$，$A=\{$该班全体女同学$\}$，$B=\{$该班全体男同学$\}$。

I是全集，A，B均为I的子集，班上任何一个学员，如果不属于A就一定属于B，如果属于A就一定不属于B。这时，我们

就说A和B有互补关系。

定义1.2 设I为全集，集合$A\subseteq I$，由I中所有不属于A的元素组成的集合叫做集合A在I中的补集，记作$\overline{A}$（读作“A补”）。即

$$\overline{A}=\{x\,|\,x\in I\text{且}x\notin A\}$$

图1—3中，长方形内表示全集I，圆内表示集合A，阴影部分表示集合A在集合I中的补集$\overline{A}$。

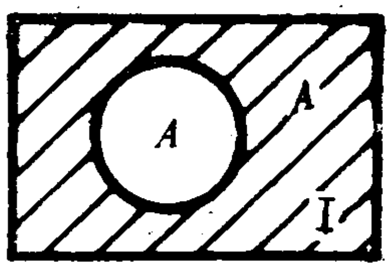


图 1—3

显然，$\overline{\overline{A}}=A$。

例4 设$I=R=\{\text{实数}\}$，$A=\{x\,|\,-1<x\leqslant 3\}$，求$\overline{A}$。

解 $\overline{A}=\{x\,|\,x\leqslant -1\text{或}x>3\}$。

2. 集合的运算

关于集合的运算，我们介绍并、交、差三种。

(1) 并集

考察集合

$A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{2,\ 4\}$，$C=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$。

集合C是由集合A和B中的元素合并起来组成的集合，我们称C为A和B的并集。

定义1.3 设A和B是两个集合，由A和B的所有元素构成的集合，叫做A和B的并集，记作$A\cup B$（读作“A并B”），即

$$A\cup B=\{x\,|\,x\in A\text{或}x\in B\}$$

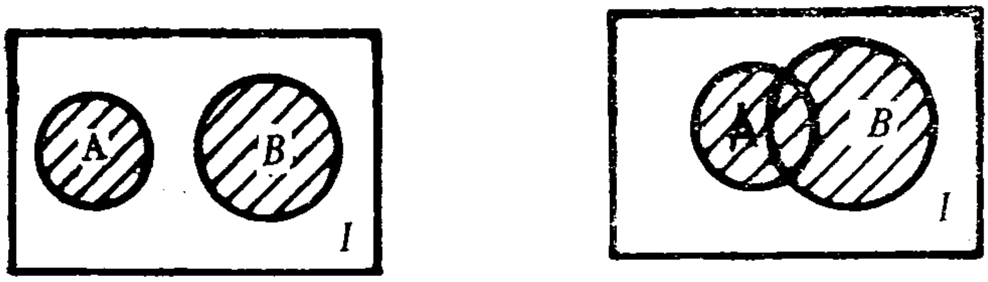
前面的例子可记为

$$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3\}\cup\{2,\ 4\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}=C$$

由于集合的元素具有互异性，所以如果A和B中有相同的元素，在并集中只写一次，作为一个元素。

图1—4中的阴影部分表示$A\cup B$。

由定义可得如下结论：



(*a*)　　　　　　　　(*b*)

图　1—4

对任意集合A有

$$A \cup A = A,\quad A \cup \varnothing = A,\quad A \cup \overline{A} = I$$

例5　设$A=\{x \mid x>5\}$，$B=\{x \mid 2<x\leqslant 10\}$，求$A \cup B$。

解　$A \cup B=\{x \mid x>5\} \cup \{x \mid 2<x\leqslant 10\}=\{x \mid x>2\}$

(2) 交集

考察集合

$$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\},\ B=\{1,\ 2,\ 5,\ 9\},\ C=\{1,\ 2\}.$$

集合C中的元素既属于A又属于B，即C是由同属于集合A和B的元素组成的集合，我们称C为A和B的交集。

定义1.4　设A和B是两个集合，由A和B的所有公共元素构成的集合叫做A和B的交集，记作$A \cap B$（读作“A交B”），即

$$A \cap B=\{x \mid x \in A \text{且} x \in B\}.$$

前面的例子可记为

$A \cap B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \cap \{1,\ 2,\ 5,\ 9\}=\{1,\ 2\}=C$.

图1—5中阴影部分表示$A \cap B$。

由定义可得如下结论：

对任意集合A，有

$$A \cap A = A,\quad A \cap \varnothing = \varnothing,\quad A \cap \overline{A} = \varnothing.$$

(3) 差集

定义1.5　设A和B是两个集合，属于A而不属于B的所有元素构成的集合，称为A和B的差，记作$A-B$，即

$$A-B=\{x \mid x \in A \text{且} x \notin B\}.$$

图1—6中的阴影部分表示$A-B$。从图中还可看出

$$A-B=A\cap\overline{B}$$

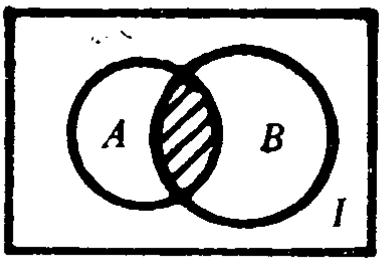


图 1—5

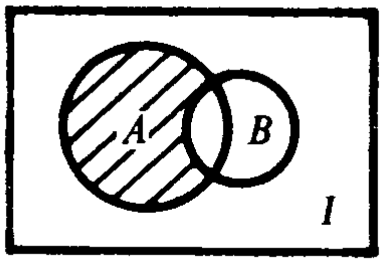


图 1—6

例6 已知$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{1,3,6,9\}$求$A-B$。

解 $A-B=\{1,2,3,4\}-\{1,3,6,9\}=\{2,4\}$

例7 已知$I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$，求$A\cup B$，$A\cap B$，$A-B$，$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$。

解 $A\cup B=\{3,4,5\}\cup\{4,7,8\}=\{3,4,5,7,8\}$

$A\cap B=\{3,4,5\}\cap\{4,7,8\}=\{4\}$

$A-B=\{3,4,5\}-\{4,7,8\}=\{3,5\}$

$\overline{A}=\{1,2,6,7,8\}$

$\overline{B}=\{1,2,3,5,6\}$

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,2,6\}$.

（4）集合运算律

①交换律 $A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$。

②结合律 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$。

③分配律 $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$，

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$。

④对偶律 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。