

严世才
黎孔照 编译
李邦达
张建群

射流辅助 机械破岩钻井

242.9

滨工业大学出版社

射流辅助 机械破岩钻井

242.9

滨工业大学出版社

射流辅助机械破岩钻井

严世才 黎孔照 李邦达 张建群 编译

哈尔滨工业大学出版社

B 501997



内 容 提 要

本书的特点是系统地介绍了近期发展起来的钻井岩石破碎新方法,介绍了水力破岩的基本概念和理论以及新的破岩方法,如连续式高压喷射钻井、脉冲式高压喷射钻井、气穴喷射钻井、高压射流辅助机械钻井以及探索中的磨蚀喷射钻井、电弧和等离子钻井等,为科研、生产和教学工作提供了开拓性思路。本书可供钻井科研人员、现场技术人员和有关院校的师生学习参考。

射流辅助机械破岩钻井

严世才 黎孔照 编译
李邦达 张建群

哈尔滨工业大学出版社出版发行
哈尔滨工业大学印刷厂印刷

开本787×1092 1/16 印张13.875 字数317 000
1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷
印数1—3 000

ISBN 7-5603-0177-0/TE·1 定价4.95元



前 言

喷射钻井工艺技术是我国目前和今后一个相当时期内提高钻井速度、降低钻井成本的重要技术之一。然而,喷射钻井技术的实质是射流辅助机械破岩。要提高射流破碎岩石的效率,使高速射流不仅能净化井底的岩屑,更主要的应具有直接破碎地层的冲蚀作用,这就要将射流辅助机械破岩的问题单独提出加以研究和讨论。

在三十年代初期,水射流技术在冲土和水力采煤中首先得到了应用,从而引起了石油钻井技术界的重视,开始了水力破岩和机械破岩作用结合起来的实践,逐渐形成了喷射钻井的新工艺新技术。

1963年,鲍勃(Bobo)取得了射流辅助牙轮钻头钻井的专利,以后许多学者纷纷研究射流辅助机械破岩的有关工艺技术、工具和设备,取得了较为满意的结果。

本书就高压射流辅助机械破岩的有关理论和方法作了介绍,为科研、生产和教学工作提供了开拓性思路。同时,也说明喷射钻井的新理论、新工艺和新技术将向更深更高的水平发展,这种发展必将给喷射钻井带来新的活力。

本书是根据下列书稿编译的:

[1] William C. Maurer, "Advanced drilling techniques", Petroleum Publishing Co. Tulsa, OK 74101, 1980。

[2] Chermensky G.P., Breaking Coal and Rock With Pulsed Water Jets, 3rd "International Symposium on Jet Cutting Technology", D4, 1976。

[3] G. 雷宾德, 高速水射流冲蚀岩石的机理研究, 《高压水射流技术译文集》, 煤炭工业出版社, 1982。

[4] Neal J. Adams, "Drilling Engineering-A Complete Well Planning Approach", Penn Well Publishing Company, Oklahoma 74101, 1985。

参加编译的有大庆石油管理局高级工程师严世才、黎孔照和大庆石油学院副教授李邦达、张建群。由于直接使用原书的插图, 本书没有将计量单位统一为法定计量单位, 而在附录中给出了各种单位的换算表, 以供读者查用。限于我们的业务水平, 书中缺点和错误一定难免, 热忱希望读者提出宝贵意见, 深致感谢。

编译者

1988年9月

目 录

第一章 水力破岩基础	(1)
第一节 水力破岩的几种方法及原理.....	(1)
第二节 高压水射流结构与流动特性.....	(4)
第三节 淹没射流破岩模式.....	(8)
第二章 探索中的新钻井工艺	(19)
第一节 基本的岩石破碎机理.....	(19)
第二节 钻井和切割方程.....	(20)
第三节 组合钻井系统.....	(24)
第四节 切割方法的比较.....	(26)
第五节 磨蚀喷射钻井.....	(27)
第六节 电弧和等离子钻井.....	(32)
第三章 连续式高压射流钻井	(46)
第四章 脉冲式高压射流钻井	(86)
第五章 气穴喷射钻井	(112)
第六章 高压射流辅助机械钻井	(135)
第七章 PDC钻头	(169)
第一节 PDC钻头切削机理.....	(171)
第二节 PDC钻头的设计.....	(172)
第三节 PDC钻头水力学.....	(176)
第四节 Stratapax 钻头.....	(182)
附 录 各种物理量单位换算表.....	(211)

第一章 水力破岩基础

近年来，国内外对高压水射流技术的研究正在不断地深入。在钻井工程中，已逐渐出现了对各种类型高压水射流的研究和使用。从高压连续射流到脉冲射流，以及近年出现的冲击射流和气穴射流等。射流的水力能量逐渐加大，其水力破岩能力越来越强，从而大大提高了钻进速度，为钻井工程能向更高阶段发展起了巨大的推动作用。

第一节 水力破岩的几种方法及原理

一、高压连续水射流破岩

高压连续水射流在破岩时，射流对岩石连续施加载荷。这种载荷是由参数不变的连续密实射流的稳定压力产生的。在施载开始时，压力升高到冲击压力的峰值。高压连续水射流施载的示意图为图1-1。

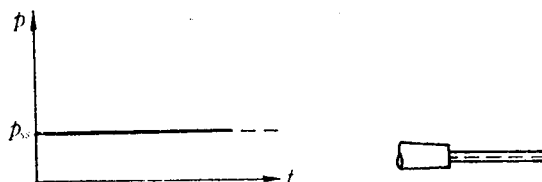


图 1-1 连续射流施载示意图

在射流作用下，岩石的破碎过程与岩石的物理机械性能有关。以脆性岩石为例，连续高压水射流破岩过程大致可分为以下四个阶段：

第一阶段：当射流水力能量超过岩石内部结合强度（抗分离强度）时，在岩石的某些部位就会产生细微裂纹，如图 1-2(a)所示。

第二阶段：在水射流的不断作用下，细微裂缝逐步扩展，并有小的岩石颗粒被冲离岩石表面。这样，出现了破裂面，破裂面相互交错连接，一定体积的岩石发生了破碎，如图 1-2(b)所示。

第三阶段：大量的岩石块被破碎，破碎体积增大，破碎速度达到最大，如图 1-2(c)所示。

第四阶段：射流受到阻尼的影响，破岩速度迅速降低，如图 1-2(d)所示。重复上述过程。

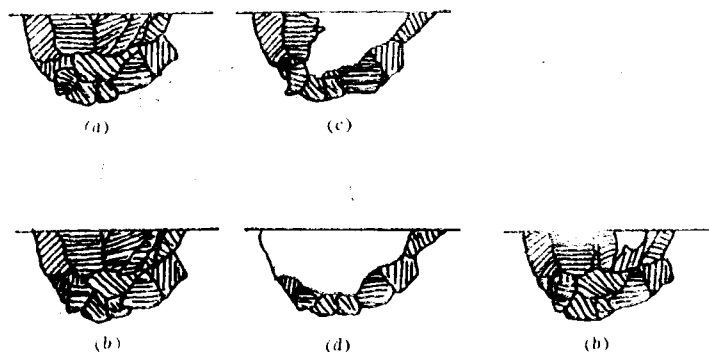


图 1-2 连续高压射流破岩过程示意图

图 1-3 中，给出了高压连续水射流破碎脆性岩石时，岩石切削（破碎）深度与射流作用时间的关系曲线。在曲线中，表示出了上面所述的破岩过程的四个阶段。

二、脉冲射流破岩：

高压脉冲射流对岩石施载方式的特征是冲击压力和稳定压力的混合施载。也就是说：这种混合施载可以由一定长度的冲击液柱产生，造成一个峰压（冲击峰压），即“水锤冲击”作用，其大小为稳定压力的数倍。随后是稳定压力，此压力持续很短的时间，即持续到柱状水流的末端抵达岩石表面为止，如图 1-4 所示。

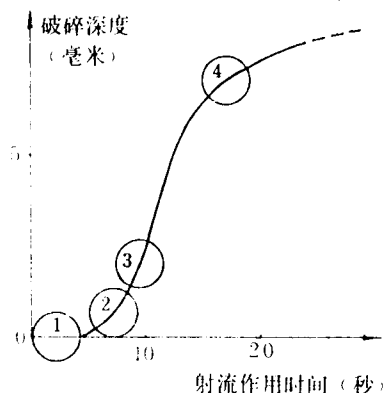


图 1-3 射流破岩深度与作用时间的关系曲线（脆性岩石）



图 1-4 脉冲射流施载示意图

高压脉冲射流是在很短的时间内发射出来的，它已经完全象一个“水弹”，它的长度和直径之比很小，这样就有可能产生有效的剪切破碎力。岩石在高压脉冲射流作用下，只有峰压才是这种射流的加载特性，其破碎过程一般可以分为以下三个阶段：

第一阶段：当岩石经过最初的1~3次脉冲冲击后，在岩石上形成一个孔。

第二阶段：经过紧接着的 3~5 次的脉冲冲击后，把岩石上的孔加深加大，并开始

出现裂缝。

第三阶段：再经 4~5 次脉冲冲击后，高压射流如同“水楔子”一样穿透到裂缝里，将岩石劈裂破碎。

三、冲击射流破岩

冲击射流就是将连续射流经过一定的调节，使其发生一定频率的脉冲，不均匀的射流在全长上形成连续或间断的液珠的自由液流。冲击射流对岩石施加载荷的方式是冲击施载，也就是说，射流作用在岩石上的载荷，是周期性变化的高频冲击载荷，而不再是均匀的、连续的载荷。这种冲击施载的特征是，产生一个只持续极短时间的峰压，峰压之后，就是水流形状所产生的正常的稳定压力，它也持续很短的时间。冲击射流所产生的冲击压力的峰值，比一般连续射流的稳定压力值最大可高出几倍以上，这就大幅度地提高了射流破碎岩石的能力。

冲击射流施载的方式如图 1-5 所示。

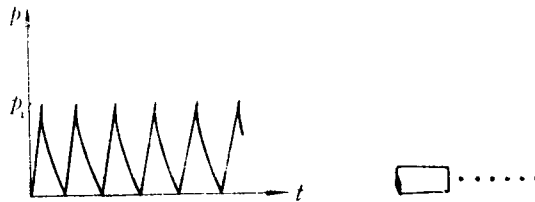


图 1-5 冲击射流施载示意图

冲击射流与一般的脉冲射流不同。脉冲射流虽能在工作过程中产生很高的射流速度，能有效地冲击岩石，但脉冲射流的频率很低，只能达到每秒数发，并且由于它的间断性，限制了它传递给岩石的总功率。而冲击射流，则是连续发出峰值压力，它传递给岩石的总功率与稳定射流相同。

冲击射流破岩与频率有关。冲击射流的频率与其破岩深度的关系如图 1-6 所示。

四、气穴射流（空化射流）破岩

气穴射流破岩原理可以利用水力学原理进行解释。

如图 1-7 所示：在喷嘴的进口与出口处，分别选择断面 I-I 与 II-II。

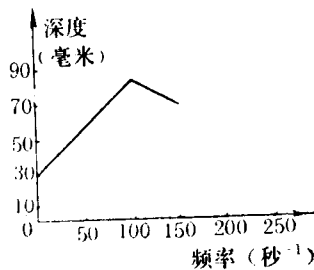


图 1-6 冲击射流的频率与破岩深度的关系

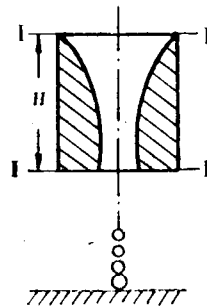


图 1-7 喷嘴结构示意图

设射流在喷嘴进口处 I-I 断面的压力和速度分别为 p_1 、 v_1 ，射流经过喷嘴到达出口处的压力和速度（II-II 断面）分别为 p_2 、 v_2 。喷嘴的高度为 H ，进口位置为 z_1 ，出口位置为 z_2 。

根据水力学原理，在 I-I 与 II-II 断面处，存在着如下的能量平衡关系式：

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2g} + h_w \quad (1-1)$$

式中 ρ ——流体密度；
 g ——重力加速度；
 h_w ——流体流经喷嘴的压力损失。

由于 H 很小，所以 z_1 和 z_2 可近似认为相等，即 $z_1 \approx z_2$ 。

若忽略液流流过喷嘴的压头损失，则方程式（1-1）可写作：

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (1-2)$$

经数学变换得：

$$p_1 = p_2 - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \cdot \rho \quad (1-3)$$

由（1-3）式可知：因为 v_1 相当于液流在钻柱中的流速， v_2 是液流从喷嘴流出的射流速度，当然 v_2 远大于 v_1 ，所以 v_2^2 远远大于 v_1^2 。根据方程式（1-3）可知，当 v_2 足够大时， p_2 下降，当 v_2 大到足以使 p_2 小于饱和蒸气压的时候，就会有气泡从液体中析出，析出的小气泡经过聚集，形成较大的气泡。较大的气泡撞击岩石表面时，气泡破裂，释放出巨大的能量，产生冲击岩石的冲击力。约翰逊（Johnson）在1970年推断：气穴射流产生的冲击压力可高达 140兆帕～210兆帕，这样高的冲击压力足以破碎钻井中所遇到的各类岩石。

第二节 高压水射流结构与流动特性

空气中紊动的水射流的结构尚不很清楚，但是，由于实践上的需要，不得不利用各种文献的介绍及其实验结果，为水射流切割技术问题提供参考。

一、紊动水射流结构

在以往的文献中，将水射流的结构分为主段和初始段两部分。日本学者梁田（Liang Tiam）在1974年的文章中提出，将水射流结构分为内在核心段、转折段和主体段三部分，如图 1-8 所示。他把内在核心段和转折段称为初始段。这样一个初始段是水射流特性的基本因素。

图 1-8 中， b 为主体段横断面的射流宽度； b_c 为初始段横断面上射流宽度； D_0 为喷嘴直径； D_x 为离喷嘴出口距离为 x 处的射流直径； x 为沿射流轴线方向离射流出口的距离。

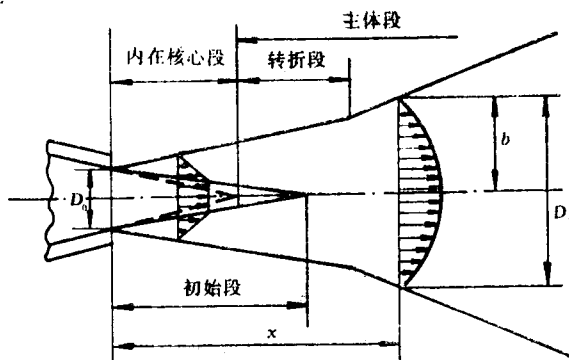


图 1-8 射流结构

二、流动特性

下面研究连续水射流喷入静态空气中，此时的流动特性。

1. 射流的扩散

如图 1-9(a) 及 (b) 所示：初始段的射流扩散宽度不同于主体段的射流扩散宽度。

紧接喷嘴出口区域的凹处，是与初始段中射流转折所呈现的边界形状一致的。扩散率除小量偏差外，在相当长的距离内基本不变。

如图 1-9(b) 所示，相应于射流主体段的直线可用下式表示。

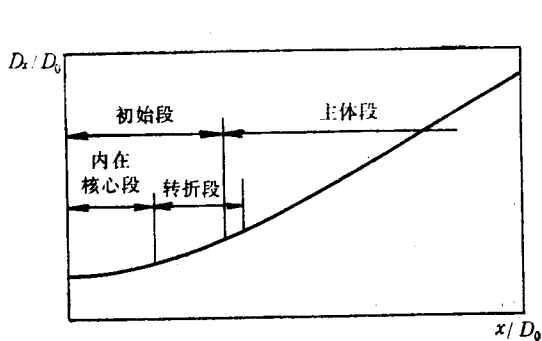


图 1-9(a) 射流扩散宽度

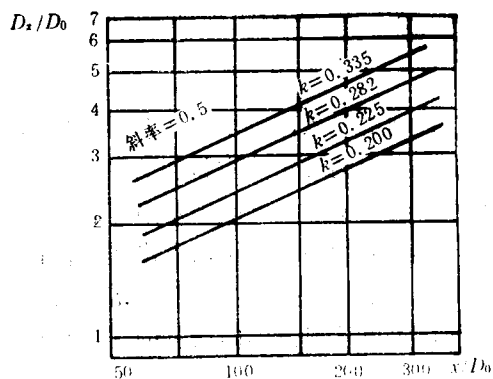


图 1-9(b) 各类喷嘴在主体段的扩散宽度

$$\overline{D_x} = k\sqrt{\overline{x}} \quad k = 0.335$$

$$b = k_1\sqrt{\overline{x}} \quad k_1 = 0.237$$

式中 $\overline{D_x} = D_x/D_0$;

$\overline{x} = x/D_0$;

D_0 ——喷嘴直径;
 D_x ——离喷嘴出口距离为 x 处的射流直径;
 x ——沿射流轴线方向离射流出口的距离;
 k, k_1 ——经验常数;
 b ——主体段横断面的射流宽度。

2. 轴向动压力的衰减

轴心线处动压力（无量纲）作为离喷嘴出口距离（无量纲）的函数，并以雷诺数为参数，参见图 1-10。

图 1-10 表明：水射流动压力沿轴向变化的近似特性。在内在核心段，动压力是不变的。在转折段，动压力沿轴向少量递减。在主体段，动压力沿轴向急剧下降。

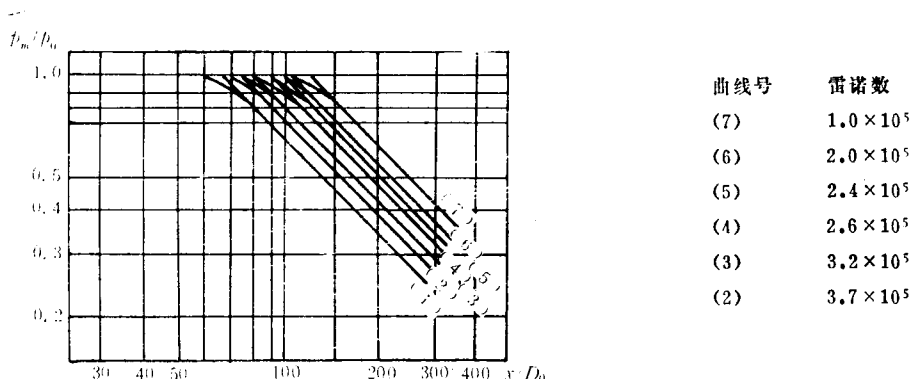


图 1-10 空气中水射流轴向动压力的变化

p_m ——射流在轴线处的动压力； p_0 ——射流的出口动压力； x ——沿射流轴线方向离射流出口的距离； D_0 ——喷嘴直径

以前的文献，曾采用在双对数坐标纸上画出对应于离喷嘴口距离的射流主体段轴心线上动压力的方法，求得初始段的长度。表示数据的线（斜率为 -1）和表示 $p_m/p_0 = 1$ 的水平线之交点，就能确定射流初始段的长度。

利用上面的数据可以求出作为雷诺数函数的初始段长度，如图 1-11 所示。

射流主体段扩散宽度随雷诺数的变化（图 1-12），与初始段长度的变化（图 1-11）相似，可以从射流轴向动量的守恒预计到。

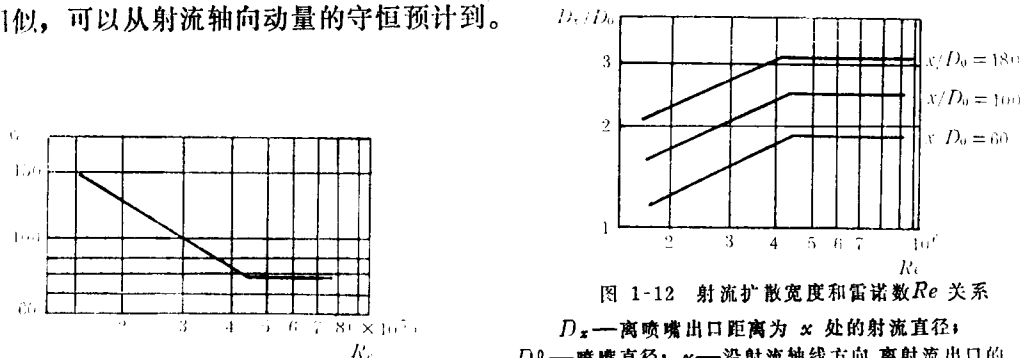


图 1-11 雷诺数与初始段长度位置

图 1-12 射流扩散宽度和雷诺数 Re 关系

D_x ——离喷嘴出口距离为 x 处的射流直径;
 D_0 ——喷嘴直径； x ——沿射流轴线方向离射流出口的距离； Re ——雷诺数

3. 射流动压力分布

图 1-13(a)、(b) 是空气中水射流初始段和主体段各横断面上的动压力分布情况。

对于射流初始段，在喷嘴喷出的各种不同条件下得到的动压力实验值（无量纲），与由下式计算所得曲线十分吻合。

$$p/p_0 = f(\eta_c) = (1 - \eta_c^{3/2})^2$$

式中 η_c ——初始段横断面的动压力函数；

$$\eta_c = (y - y_c)/b_c$$

y ——在主体段处，离射流轴心线的距离；

y_c ——在初始段处，离射流轴心线的距离；

b_c ——初始段横断面上射流宽度；

p ——某点 (x, y) 处与射流轴线平行方向的动压力；

p_0 ——射流的出口动压力。

对于射流主体段，则可用下式计算，其结果与实验值十分吻合。

$$p/p_m = f(\eta) = (1 - \eta^{3/2})^2$$

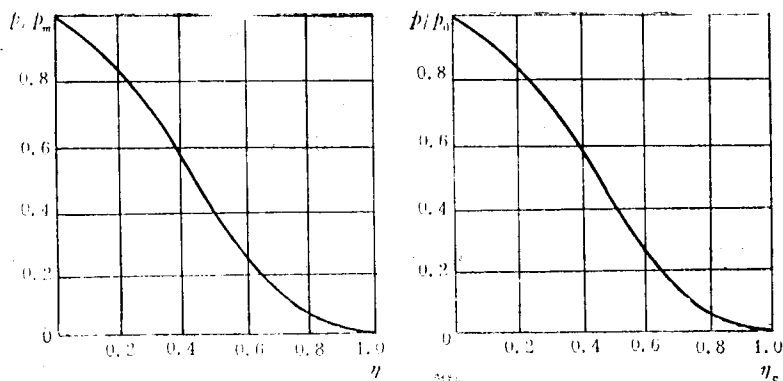
式中 p_m ——射流在轴线处的动压力；

η ——主体段横断面的动压力函数；

$$\eta = y/b$$

b ——主体段横断面的射流宽度。

其它符号同上。



(a) 主体段

(b) 初始段

图 1-13 空气中水射流不同横断面上的动压力分布

4. 流量值分析

如果流体不可压缩，则离喷嘴出口距离为 x 处的动压力 p_m 可用下式表现（无量纲）。

$$\frac{p_m}{\rho v_0^2} = f\left(\theta, \frac{l}{D_0}, \frac{x}{D_0}, \frac{\rho D_0 v_0^2}{\sigma}, \frac{\rho v_0 D_0}{\mu}\right)$$

式中 p_m ——射流轴心线处动压力；
 v_0 ——喷嘴出口处最大轴向速度；
 D_0 ——喷嘴直径；
 x ——沿射流轴线的距离；
 ρ ——流体密度；
 μ ——流体粘度；
 σ ——流体的表面张力；
 θ ——喷射角；
 l ——喷嘴长度。

因为参数可以重新组合成另一形式， ρv_0^2 被喷嘴出口处动压力 $p_0 = \rho v_0^2/2$ 替代， $\rho D_0 v_0^2/\sigma$ 被韦伯数 We 替代，而 $\rho v_0 D_0/\mu$ 被雷诺数 Re 替代。所以：

$$\frac{p_m}{p_0} = f\left(\theta, \frac{l}{D_0}, \frac{x}{D_0}, We, Re\right)$$

可以认为，在雷诺数和韦伯数大到一定值时，射流将与粘度和表面张力无关，这样上式可变化为：

$$\frac{p_m}{p_0} = f\left(\theta, \frac{l}{D_0}, \frac{x}{D_0}\right)$$

由图 1-10 看出，在雷诺数大到一定值时，其结果与上式十分吻合。

第三节 淹没射流破岩模式

上面讨论了水力破岩的几种方法和高压水射流的结构与流动特性，但在喷射钻井中，目前应用较普遍的方法，是利用高压连续水射流破岩。本节，我们将建立并讨论淹没连续射流的破岩模式。

一、射流切割深度 h 的一般表达式的引出

对于水力破岩方面的理论，许多国家都在不断地进行研究，经过多年的实践，水力破岩理论已有了很大的发展。

苏联的研究人员弗塞伦 (VESSELON) 等人在利用高压连续水射流进行岩石切割实验时，得到了这一关系式：

$$h = d_0 \frac{p_0 - p_c}{\tau_0} F(v)$$

式中 h ——切割深度；
 v ——岩石的给进速度；

d_0 ——射流刚从喷嘴出口时的直径；

p_0 ——射流总压力；

p_c ——岩石临界压力（与岩石性能有关）；

τ_0 ——岩石抗剪强度；

$F(v)$ ——无因次量纲（在 v 很低时，是个常数；在 v 较高时，是一递减函数）。

图 1-14 是连续水射流切割岩石的示意图。

由上式切割深度 h 的一般表达式可以看出，切割深度 h 与 d_0 、 p_0 、 p_c 、 τ_0 和 $F(v)$ 之间的关系。

二、切割深度表达式的导出

1. 建立切割深度的积分表达式：

假设水射流切割岩石时的几何剖面图形如图 1-15 所示。

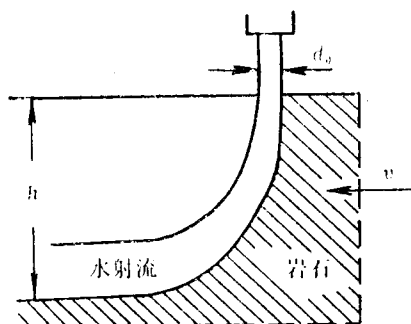


图 1-14 连续水射流切割岩石示意图

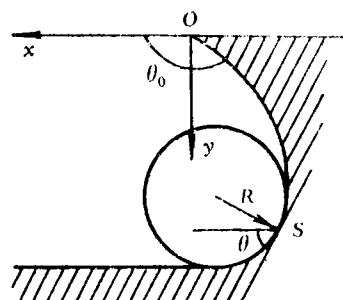


图 1-15 切割岩石示意图

现在在切割表面建立坐标系 xoy ，原点 o 取在射流最先接触的岩石点，横坐标 x 以切割的反方向为正方向，纵坐标 y 以向下为正方向（深入到岩石的内部），越往下， y 值越大。

在水射流切割过程中，切割面的几何形状可由曲线 $y(x)$ 给出，切割面上各点的位置可由弧长 s 来确定。图 1-15 中的 θ 角是射流在不同位置时与水平面所成的冲蚀角（切削角）。

初始切削角为 θ_0 ($\theta_0 \neq 90^\circ$)

把 $y(x)$ 用参数方程表示出来：

图 1-15 中切削面曲线上各点的曲率半径可由下式得出：

$$R = - \frac{ds}{d\theta}$$

由图 1-15 可知，由于 θ 随 s 增加而减小，故方程式取负号。

由图 1-15 可知：

$$\sin\theta = \frac{dy}{ds}, \quad \cos\theta = \frac{dx}{ds}$$

而

$$\frac{dy}{ds} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{1}{(-R)}$$

$$\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} = \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{1}{(-R)}$$

所以

$$\frac{dy}{d\theta} = -R\sin\theta, \quad \frac{dx}{d\theta} = -R\cos\theta$$

对上面两式积分得

$$x(\theta_s) = \int_{\theta_s}^{\theta_0} R(\theta) \cos\theta d\theta$$

$$y(\theta_s) = \int_{\theta_s}^{\theta_0} R(\theta) \sin\theta d\theta$$

上式就是 $y(x)$ 的参数方程表达式, 参数 θ_s 表示曲线上任一点处的切削角。初始切削角 θ_0 的取值范围是 $0^\circ \sim 180^\circ$ 。

图 1-15 中, 在 $\theta_s = 0$ 时, 切割达到最深点。但 θ_s 不能小于零 (因为若 $\theta_s < 0$, 就是说切割掉的岩石会以某种方式重新组合在一起, 堵塞了射流的继续切割, 也可以说使切割停止, 不能再继续进行了。所以 θ_s 不能小于零)。

因此, 射流所能达到的切割深度 h 的表达式就是 $y(\theta_s)$ 在 $\theta_s = 0$ 时的函数值。即

$$h = y(0) = \int_0^{\theta_0} R(\theta) \sin\theta d\theta$$

2. 确定 $R(\theta)$ 函数表达式:

如图 1-16 所示, d 是射流的宽度 (或射流相对于切割点的深度), d_0 是射流初始宽度, 即喷嘴直径。

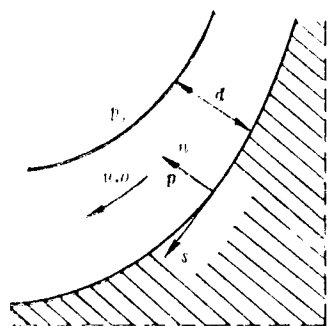


图 1-16 射流切割示意图

假定 $d_0 \ll h$, 以便简化后面所涉及的流体力学问题。取与射流的方向 $\vec{s}$ 垂直的法向坐标为 $\vec{n}$ 。下面我们从流体力学的角度来分析射流在切割过程中的特点。

设 ρ 为流体的密度。为简化起见, 在切割过程中, 把 ρ 看作是常数, u 为流体的流速, 如图 1-16 所示; p 表示位置 (s, n) 处的压力。

很明显, 在空气与液流 (射流) 的界面 (s, d) 处, $p = p_a$ (大气压力); 由于射流流线的弯曲, 在切割表面 $(s, 0)$ 处, 压力升高为 p_s 。

在 $s = 0$ 处, 射流整个断面上流速是均匀的, 可以

用 u_0 来表示, 切割表面所受的压力为 p_0 , 亦可称为驻点压力。

根据贝努利 (Bernoulli) 方程, 有下式存在

$$\frac{p_0 - p_a}{\rho} = \frac{u_0^2}{2g}$$

因为

$$\rho = \frac{r}{g}$$

所以

$$p_0 - p_a = \frac{1}{2} \rho u_0^2$$

在垂直于射流流线的方向上, 应用动量守恒原理, 可以得到如下的压力平衡方程式

$$p_s - p_a = \frac{1}{R} \int_0^d \rho u^2 dn$$

如果射流宽度 d 与曲率半径 R 相比不是很小, 也就是喷嘴直径与切割深度相比不是很小时, 那么就应考虑射流从一流线到另一流线的曲率半径的 R 变化。这样 R 就应在积分符号以内。

下面我们来看一看作用在切割面上的动压力 p_s 的大小是怎样的。

假设 $d_0 = 1000 \text{ atm}^{\text{①}}$, 即 $p_0 = 1000 p_a$, 且令 $\rho u^2 = \rho u_0^2$, 则有 $\rho u_0^2 \approx 2 p_0$ (因为 p_s 与 p_0 相比, 可忽略不计), 这样

$$\rho u^2 \approx 2000 p_a$$

假定 d/R 值很小, 比如 $d/R = 0.1$, 这样就有

$$p_s \approx 200 p_a$$

因此, 一般来说, p_s 是很大的, 但与射流总压力 p_0 相比却是很小的, 因为 p_s 只是射流总压力 p_0 中的一小部分。

这样, 我们可把沿射流方向动量的减少量, 看作是岩石切割面上所受到的剪切应力, 即

$$\frac{d}{ds} \int_0^d \rho u^2 dn = \tau$$

严格地说, 上式积分中应包括压力这一项, 但已知, p 可表示为 $(d/R) \rho u^2$, 根据前面假定 $d_0 \ll h$, $d \ll R$, 这样 $(d/R) \rho u^2$ 与 ρu^2 相比很小, 可以忽略不计, 故上式积分中略去了压力这一项。

为了便于推导, 将上式变换成如下形式:

因为

$$R(p_s - p_a) = \int_0^d \rho u^2 dn$$

^① 1 atm = 101325 Pa

所以

$$\frac{d}{ds}[R(p_s - p_a)] = \frac{d}{ds} \int_0^d \rho u^2 dn$$

又得

$$\frac{d}{ds}[R(p_s - p_a)] = -\tau$$

因为

$$R = -\frac{ds}{d\theta}$$

所以

$$\frac{d}{-Rd\theta}[R(p_s - p_a)] = -\tau$$

即

$$\frac{d}{d\theta}[R(p_s - p_a)] = R\tau$$

上式是在对 τ 进行合理假设的前提下得到的, 这就是所要引出的 $R(\theta)$ 表达式。我们知道, 控制剪切应力 τ 的主要因素是气穴作用, 切割面处的气穴量可表示为

$$\frac{p_s - p_v}{\frac{1}{2}\rho u^2}$$

式中, p_v 是水的蒸气压, ρu^2 可以认为是射流动量通量的平均值。因为 $p_v \approx p_a$, 故

$$p_s - p_v \approx p_s - p_a$$

这样可得

$$p_s - p_v \approx \frac{1}{R} \int_0^d \rho u^2 dn = \frac{d}{R} \cdot \frac{1}{d} \int_0^d \rho u^2 dn$$

因为式中 $\frac{1}{d} \int_0^d \rho u^2 dn$ 表示了射流动量通量的平均值, 因此有

$$\frac{p_s - p_v}{\frac{1}{2}\rho u^2} \approx \frac{\frac{d}{R} \cdot \frac{1}{d} \int_0^d \rho u^2 dn}{\frac{1}{2}\rho u^2} \approx 2 \frac{d}{R}$$

在 $R(\theta)$ 函数表达式中, 必须求解 τ , 才能使方程式得解。现从两方面来考虑剪切力 τ 。

① 从射流方面来考虑剪切力 τ

图 1-17 是射流冲击的一个简单示意图 (图中 a, b, c 代表颗粒)。这里, 我们把岩石颗粒近似地看成是一个表面粗糙的球体, 直径为 g (g 与 d 相比很小)。