经济应用数学

（上）

山西经济出版社

经济应用数学

张文建　孟庆君　袁俊胜主编

●

山西经济出版社出版发行（太原市并州北路11号）

山东省莒南县印刷厂印刷

●

787×1092　米　32开　31.5印张　685千字

1992年2月第1版　　1992年2月第1次印刷

印数1—4,500册

ISBN 7—80577—294—0／F·294

定价 12.50元

前　　言

本教材是根据国家教育委员会审定的财经类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》（试行草案）编写的，可供招收初中毕业生的财经类各专业试用，第二、三册也可供招收高中毕业生财经类各专业选用。第一册也可作为技校教材。

参加本书编写的同志还有：侯卫东、于家泉、张瑞美、于淑贤、于三明、唐军、李伟明、王红、田淑环、李志强、韩立水、高纯、裴金仙、严守俊、翁远荣、颜景莲、陈恒薇、马文慧等。

限于我们的水平，又成书仓促，错误和不妥之处，谨请读者批评指正。

编　者

1992.2.22

目　　录

第一章 集　合

集合是现代数学中最重要的基本概念之一，它不仅自身已经成为一门科学，而且集合的概念已被广泛地渗透到数学的各个领域。

本章主要介绍集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示方法及简单的集合运算。

§1—1　集合的概念

一、集合的定义

因为集合是不能严格定义的原始概念，所以对它就只能给予直观描述。在人们的日常生活里，常常把具有某种特定性质的对象作为一个整体加以研究。例如：

（1）　1，3，5，7，9，11；

（2）　某校的全体学生；

（3）　某商场的全部商品；

（4）　所有的三角形；

（5）　与一个角的两边距离相等的所有点；

（6）　直线$x+y-1=0$上的所有点。

它们分别是由一些数、事物、图形、点组成的。一般说

来，我们把具有某种共同特征的一些事物的全体，或是按着某一法则进行研究对象的全体，称为集合（有时也简称为集）。把组成某一集合的各个事物或对象叫做这个集合的元素。

上面所举的例子都是集合。如（1）是由数1，3，5，7，9，11组成的集合，其对象1，3，5，7，9，11都是这个集合的元素；（2）是由这个学校全体学生组成的集合，学校的每一个学生都是这个集合的元素；（6）是由直线$x+y-1=0$上无数个点组成的集合，其中点（0，1），（1，0），（2，－1），…这些点都是这个集合的元素。

上面所给的例子中（1），（2），（3）所组成的每个集合都是由有限个元素组成的，（4），（5），（6）所组成的每个集合都是由无限个元素组成的。

一般地，如果集合所包含的元素为有限个，这样的集合叫做有限集合；如果集合所包含的元素为无限多个，这样的集合叫做无限集合。

下面再举几个集合的例子：

（7）所有自然数组成一个集合，自然数1，2，3，…，都是这个集合的元素。显然这个集合为无限集合。

（8）方程$x^2-3x+2=0$的所有实数根组成一个集合，因为这个方程只有两个实数根1与2，所以这个集合有两个元素1与2。显然，这个集合为有限集合。

（9）不等式$x^2-5x-6>0$的所有解组成一个集合。因为不等式的解为$x<-1$或$x>6$，所以凡是小于-1或大于6的所有实数都是这个集合的元素。显然，这个集合为无限集合。

习惯上，我们用大写拉丁字母A，B，C，…，等表示集合，而用小写拉丁字母a，b，c，…，等表示集合的元素。如果a是集合A的元素，就记为“$a \in A$”，读作“a属于A”；如果a不是集合A的元素，就记为“$a \notin A$”或“$a \bar{\in} A$”，读作“a不属于A”。

例如，在上面的例(7)中，设N为自然数所组成的集合，则$1 \in N$，$100 \in N$，$-1 \notin N$，$0 \notin N$.

由数组成的集合叫做**数集**。常见的数集通常用下面字母表示：

N——表示全体自然数的集合；

Q——表示全体有理数的集合；

Z——表示全体整数的集合；

R——表示全体实数的集合。

如果数集中的元素都是正数，就在集合记号右上角标以“+”号；如果数集中的元素都是负数，就在集合记号右上角标以“-”号。

例如，正整数集用Z^+表示，负实数集用R^-表示等等。

对于一个“给定的集合”，集合中的元素是确定的、是互异的。也就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是这个集合的元素；集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象在一个集合中，只能看作这个集合的一个元素，因此在集合中元素不能重复出现。

二、集合的表示法

集合的表示方法：常用的有列举法和描述法。

1．列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号｛ ｝内用来表示集合，这种方法叫做列举法。

用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不必考虑元素间的顺序，每个元素仅写一次，不得遗漏和重复。

例如，所有小于5的自然数组成的集合可以表示为$\{1, 2, 3, 4\}$或$\{2, 3, 1, 4\}$等，但不能表示为$\{1, 2, 3, 2, 4\}$或$\{2, 3, 4\}$。

对一些元素较多的集合，不需要或不可能一一列举时，也可只写出几个元素，其它用省略号表示。如，小于100的自然数集可记为$\{1, 2, 3, \cdots, 99\}$。

2．描述法

把集合中元素的共同特征或属性描述出来，写在大括号｛ ｝内用来表示集合，这种方法叫做描述法。

例如，直线$2x+y-1=0$上的所有点组成的集合可表示为$\{(x, y) \mid 2x+y-1=0\}$。

括号内“|”的左方表示集合中所包含元素的一般形式，右方表示集合中元素所具有的特定性质。

又如，某班级的全体学生所组成的集合可表示为｛某班级的全体学生｝。

以上所述列举法和描述法是表示集合的两种不同方法，在实际运用时究竟选用哪种方法，要看具体问题而定。有些集合两种表示方法都可选用。如，集合$\{x \mid x^2-4=0\}$是满足方程$x^2-4=0$的所有根组成的集合，解此方程得$x=2$或$x=-2$，所以这个集合又可表示为：$\{2, -2\}$.

由点组成的集合叫点集。

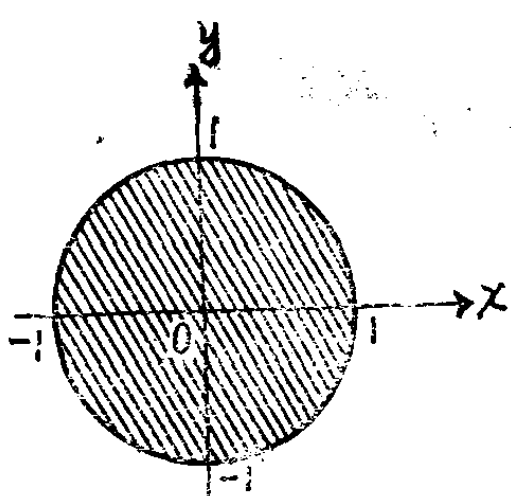
因为实数与数轴上的点是一一对应的，有序数对与直角

平面内的点也是一一对应的，所以可用数轴上的点所组成的点集表示实数集，用直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序数对所组成的集合.

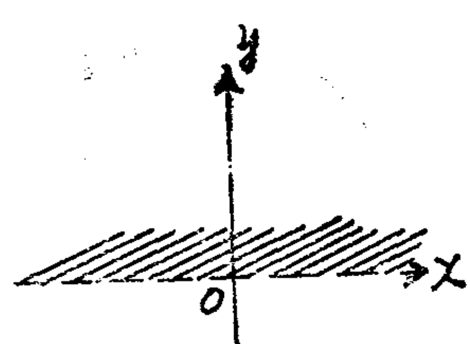
例1 集合$\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\}$是一个数集，它可用数轴上满足$-1 \leqslant x \leqslant 1$的所有点组成的点集来表示。由图1—1容易看出，这个点集包含了线段AB上的所有点。

图 1—1

例2 集合$\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leqslant 1, y>0\}$是有序数对所组成的集合，它可用直角坐标平面内同时满足$x^2+y^2 \leqslant 1$和$y>0$的所有点组成的集合表示。由于满足$x^2+y^2 \leqslant 1$的所有点是以(0,0)为圆，1为半径的圆内及边界，如图1—2(1)中阴影部分；满足$y>0$的所有点(x, y)在不包含x轴的上半个平面内，如图1—2(2)中阴影部分。所以这个集合包含了上半个圆的内部及边界，但不包括x轴上的部分，如图1—2(3)（虚线表示不包括）的阴影部分。



(1)



(2)

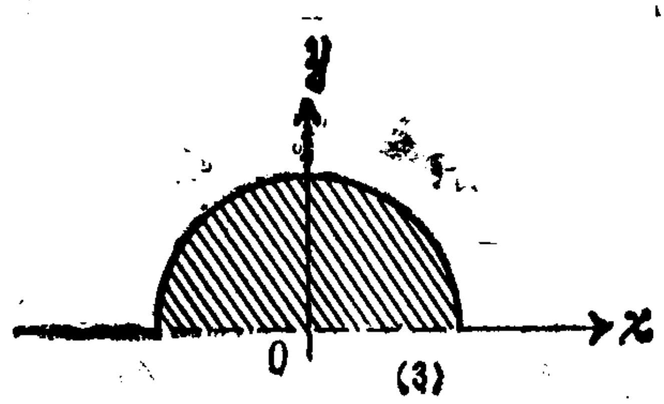


图 1—2

例 3 记大于 -5，小于 5 的整数且是奇数的数集，用两种方法表示出来。

解 列举法：

$$A=\{-3,\ -1,\ 1,\ 3\}.$$

描述法：

$$A=\{x \mid x=2n-1,\ -2<n<3,\ n\in z\}.$$

只含有一个元素的集合叫单元素集。

例如：$\{a\}$，$\{0\}$，$\{5\}$ 就是单元素集，又如，集合 $\{x \mid x-1=0\}$ 也是单元素集，因为它只含有一个元素“1”。

不含任何元素的集合叫空集。记作 $\varnothing$ 或 $\{\ \}$。

例如：方程 $x^2+1=0$ 的解集 $\{x \mid x^2+1=0, x\in R\}$ 是空集。因为在实数范围内，$x^2+1=0$ 无解。

必须注意：

1. 单元素集 $\{a\}$ 与单元素 a 是两个不同的概念，a 表示一个元素，而 $\{a\}$ 表示集合 $\{a\}$ 中只含有一个元素。

2. 空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 是两个不同概念。$\varnothing$ 是空集，它不含任何元素，$\{0\}$ 是单元素集，它只含有一个元素 0。

二、集合与集合的关系

1.集合的包含关系

我们观察集合A与集合B，$A=\{a、b、c、d、e\}$，$B=\{b、c、d\}$，发现B中任何一个元素都是A的元素。对于集合间的这种关系给出如下定义：

对于两个集合A和B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，则集合A叫做集合B的子集，记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$. 读作“A包含于B”或“B包含A”。

例如，自然数集N是整数集Z的子集，记为$N\subseteq Z$；整数集Z是实数集R的子集，记为$Z\subseteq R$。

当集合A不是集合B的子集时，可记为

$$A\subseteq B \qquad 或B\supseteq A$$

读作“A不包含于B”或“B不包含A”。

根据子集定义可知，任何一个集合A是它本身的子集，即$A\subseteq A$。

我们还规定，空集$\varnothing$是任何集合A的子集，即$\varnothing\subseteq A$。

如果集合A是集合B的子集，且集合B中至少有一个元素不属于集合A，则称集合A是集合B的真子集，记为 $A\subset B$ 或$B\supset A$.

例如：集合$A=\{1,2,3\}$是集合$B=\{1,2,3,4,5\}$的子集，且A是B的真子集；又如有理数集Q是实数集R的真子集，记为：$Q\subset R$。

根据真子集的定义显然知，$\varnothing$是任何非空集合的真子集。

为了直观起见，通常用图形表示集合，而用图中的点表

示该集合的元素。这种表示集合的图形称为文氏（venV）图。图1—3表示集合A是集合B的真子集。

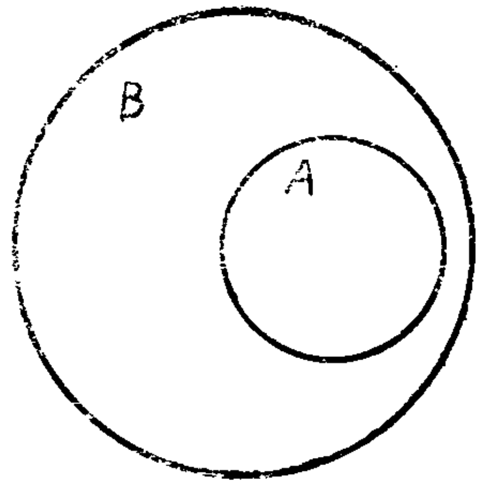


图 1—3

例4 写出集合$\{a、b、c\}$的所有子集，并指出哪些是真子集。

解 集合$\{a、b、c\}$的所有子集是：

$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,b\}$，$\{b,c\}$，$\{a、c\}$ $\{a、b、c、\}$。其中除$\{a、b、c、\}$外，其余都是真子集。

对于集合A、B、C，如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么$A\subseteq C$。

事实上，设x是集合A的任意一个元素，因为$A\subseteq B$，所以$x\in B$，又因为$B\subseteq C$，所以$x\in C$，从而得$A\subseteq C$

同样，对于集合A、B、C，如集$A\subset B$，$B\subset C$，那么$A\subset C$。

2. 集合的相等关系

对于两个集合A和B，如果$A\subseteq B$，同时，$B\subseteq A$，则称集合A与集合B相等，记为

$A=B$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同。例如，$\{a,b,c,d\}=\{d,c,b,a\}$，

$\{x \mid x^2-4=0\ x\in R\}=\{-2,2\}$。

习 题 1－1

1．写出下列集合的所有元素：

（1）｛大于2且小于10的偶数｝；

（2）｛6的约数｝；

（3）｛我国古代四大发明｝；

（4）$\{x \mid x^2-7x+12=0,\ x\in R\}$；

（5）$\{x \mid -2<x<3,\ x\in Z\}$。

2．用适当的方法表示下列集合：

（1）小于20的正偶数；

（2）平方后等于1的数；

（3）相反数等于自身的数；

（4）水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星。

（5）不等式$x^2-3x+2<0$的所有解。

3．在____处填上符号$\in$或$\notin$：

（1）2 ____ N；　（2）0 ____ N；　（3）-2 ____ Q^-；

（4）π ____ Z^+；　（5）$\sqrt{2}$ ____ R；　（6）0 ____ R^-。

4．在____处填上适当的符号（$\in$、$\notin$、$=$、$\subset$、$\subseteq$）：

（1）Q^+ ____ R^+；（2）$\varnothing$ ____ $\{0\}$；（3）a ____ $\{a\}$；

（4）$\{a\}$ ____ $\{a\}$；（5）$\{a\}$ ____ $\{a、b、c\}$；

（6）a ____ $\{b、c、e\}$．

5．写出集合｛1、2、3、4｝的所有子集，指出其中哪些是真子集。

6．讨论下列每组集合A与B之间的关系：

(1) $A=\{$正偶数$\}$，$B=\{2$的倍数$\}$；

(2) $A=\{x \mid x=3n,\ 0<n<7,\ n\in N\}$，

$B=\{3、9、15、6、18、12\}$；

(3) $A=\{1、3、5、7、9\}$，

$B=\{x \mid (x-1)(x-3)(x-7)=0\}$；

(4) $A=\{12$的约数$\}$，$B=\{1、2、3、4、6\}$；

(5) $A=\{x \mid x\geqslant 1$，且$x<4,\ x\in N\}$，

$B=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$

§1—2 并集与交集

一、并集

先看下面的例子：

设集合$A=\{a,b,c,d,e\}$，$B=\{c,b,f,g\}$。把集合A与集合B的所有元素合并在一起（相同的元素只取一个），可以组成一个新的集合$C=\{a,b,c,d,e,f,g\}$，这个集合叫做集合A与集合B的并集，表示为

$\{a,b,c,d,e\}\cup\{c,b,f,g\}=\{a,b,c,d,e,f,g\}$。

一般地，设A和B是两个集合，由属于A或者属于B的一切元素所组成的集合，叫做集合A与B的**并集**，记作$A\cup B$，读作"A并B"，即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A\text{或}x\in B\}。$$

例如，某商店进货，设第一次进货品种的集合$A=\{$毛巾，肥皂，手表，皮鞋$\}$，第二次进货品种的集合$B=\{$尼龙袜，帽子，收录机，手表，皮鞋$\}$，那么$A\cup B$表示两次进货品种，即

$A\cup B=\{$毛巾，手表，肥皂，皮鞋，尼龙袜，帽子，收录机$\}$。

由并集的定义可知，并集的元素包含三种情况：(1) $x\in A$，但$x\notin B$；(2) $x\notin A$，但$x\in B$；(3) $x\in A$且$x\in B$。这三种情况不一定都出现，有时可能只出现其中的一种或两种，图1—4中的阴影部分表示$A\cup B$中元素的几种情况。

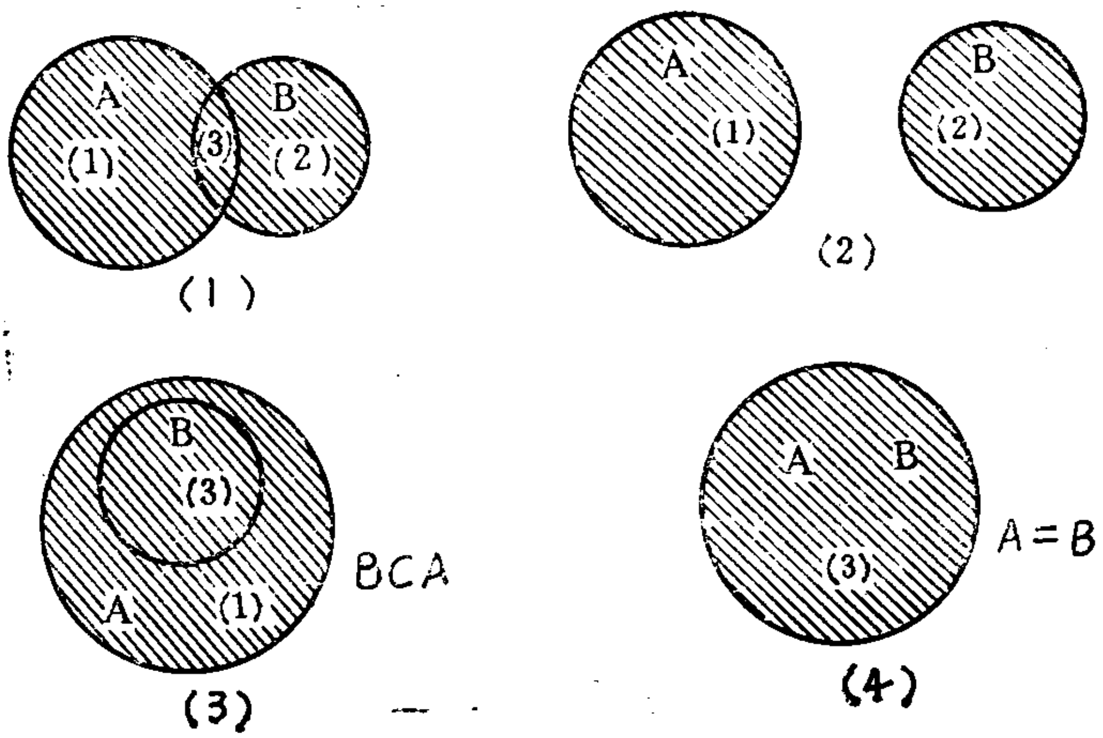


图 1—4

由并集的定义和图1—4可知，集合A和B都是它们并集$A\cup B$的子集，即

$A\subseteq A\cup B$；$B\subseteq A\cup B$。

对于任意一个集合A，显然有

$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$。

求并集的运算称为**并运算**。

例1 设$A=\{a, b, c, f, g, h\}$，