黄冈中学网校
www.huanggao.com

● 黄冈中学与出版社正式合作出版的第一套中学生学习丛书

黄冈中学

高考名师点击

丛书总主编　汪立丰(黄冈中学校长)
丛书执行主编　董德松(黄冈中学副校长)
分册主编　卞清胜(黄冈中学数学高级教师)

数学

湖南人民出版社

黄冈中学 数学

高考名师点击

分册主编　卞清胜（黄冈中学数学高级教师）
编　　者　卞清胜　方牡丹　王昕昉
　　　　　李新潮　杨国民　陈红明
　　　　　陈鼎常　袁小幼　曾建民

湖南人民出版社

图书在版编目(C I P)数据

黄冈中学高考名师点击.数学/卞清胜主编;卞清胜等编.—长沙:湖南人民出版社,2002.7
ISBN 7-5438-2961-4

Ⅰ.黄... Ⅱ.①卞...②卞... Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 041085 号

责任编辑:文 舒
装帧设计:谢 路

黄冈中学·高考名师点击·数学

卞清胜 主编

*

湖南人民出版社出版、发行
(长沙市展览馆路 66 号 邮编:410005)
湖南省新华书店经销 益阳潇湘印务有限公司印刷
2002 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
开本:787×1092 1/16 印张:18
字数:554,000 印数:1-46,000
ISBN7-5438-2961-4
G.667 定价:18.00 元

■ 丛书编委会

丛书总主编 汪立丰（黄冈中学校长，中学化学特级教师）

丛书执行主编 董德松（黄冈中学副校长，中学语文高级教师）

编　　委 汪立丰（黄冈中学校长，中学化学特级教师）

陈鼎常（黄冈中学副校长，中学数学特级教师）

董德松（黄冈中学副校长，中学语文高级教师）

徐海元（黄冈中学副校长，中学语文高级教师）

黄明建（黄冈中学副校长，中学化学特级教师）

陈明星（黄冈中学教务处主任，中学英语特级教师）

戴　军（黄冈中学科研处主任，中学历史特级教师）

张　凡（黄冈中学语文教研组长，中学语文高级教师）

程金辉（黄冈中学数学教研组长，中学数学高级教师）

程赤乾（黄冈中学英语教研组长，中学英语高级教师）

郑　帆（黄冈中学物理教研组长，中学物理高级教师）

南丽娟（黄冈中学生化教研组长，中学化学高级教师）

秦济臻（黄冈中学政史地教研组长，中学政治高级教师）

本书作者撰写分工

第一篇	第 1－9 讲　附 1、附 2、第 36－38 讲	卞清胜
第二篇	第 1－4、21、27 讲	
第三篇	综合能力测试题(一)－(三)	
第一编	第 10－21 讲	王昕昉
第二篇	第 5、6、23、25 讲	
第一篇	第 22－25 讲	杨国民
第一篇	第 26、50－58 讲　附 5、附 6	曾建民
第二篇	第 12 讲	
第一篇	第 27、28、31－35、59、60 讲	李新潮
第二篇	第 10、13、17－20、24 讲	
第三篇	综合能力测试题(五)	
第二篇	第 29、30 讲	方牡丹
第三篇	第 11、22、26 讲	
第一篇	附 3、附 4　第 39－49 讲	陈红明
第二篇	第 14－16、28 讲	
第三篇	数学综合能力测试题(四)	
第二篇	第 7－9 讲	袁小幼

写在前面的话

湖北省黄冈中学校长 汪立丰

黄冈中学创建于1904年，是湖北省省级重点中学。初创时期，前国家代主席董必武在此执教国文、英文并任校董事。黄冈中学地处鄂东名城——黄冈市。黄冈，钟灵毓秀，人杰地灵，"将军县"、"教授县"、"报人县"相映生辉；名人名家如璀璨群星，光焰夺目，如苏东坡、毕昇、李时珍、熊十力、闻一多、李四光、陈潭秋、董必武、包惠僧、李先念、詹大悲、董毓华、胡风、冯健男、柴挺生、严工健、舒德干等。

黄冈中学现有特级教师27人(含离退休)，高级教师90余人，国家级有突出贡献的中青年专家1人，国务院政府津贴享受者5人，第九届全国人大代表、第九届全国政协委员各1人，苏步青数学奖获得者1人，多名教师曾作为访问学者出国考察。学校坚持"以人为本，科研兴校，与时俱进，创新发展"的办学思路，教育教学取得了较为突出的成绩。改革开放以来，高考升学率年均在90%以上，多名学生摘取过全省文、理科高考"状元"的桂冠，400余名学生被保送到北大、清华、科大等名牌院校深造。数、理、化学科竞赛成绩一直位居湖北省首位，学生荣获省级以上学科竞赛奖累计2700余人次，荣获国家级奖项900余人次。林强、库超、王崧、倪忆、王新元、傅丹、袁新意在国际数学、物理、化学奥林匹克竞赛中共夺取5金3银1铜共9枚奖牌，袁鹏(时为高二学生)夺得保加利亚国际数学奥林匹克邀请赛一等奖。2002年5月，高俊同学作为中国代表队成员之一参加在新加坡举行的第三届亚洲中学生物理竞赛并获得金牌，7月还将参加在印度尼西亚举行的第33届国际中学生物理奥林匹克竞赛。

黄冈中学被誉为孕育英才的基地、培养国手的摇篮、普通中学的一面旗帜，被评为全国教育系统先进集体、德育先进学校、湖北省普通中学示范学校、湖北省教育教学科研实验学校等。党和国家领导人董必武、李鹏、刘华清、李岚清、宋平、方毅、王任重、王恩茂等曾欣然为学校题词。在新的世纪里，黄冈中学正在深化改革，不断发展，致力于把学校办成深化教改与科研的实验学校、辐射教育教学成果的示范学校、在国际国内具有重要影响的有特色的名牌学校。

百年校史，记录着黄冈中学一代又一代名师的丰富教学经验，这就是：**求实、求新、求精、求活，循序渐进，启迪思维，培养能力**。

为了答谢兄弟学校的厚爱和广大师生的祈盼，交流教学研究成果，共同探讨教学改革和教学创新途径，应湖南人民出版社盛情邀请，我们组织在岗的数十位特、高级教师，结合多年的教学实践和学科特点，由浅入深，由低到高，透视重点难点，解析典型题例，强化过关达标，梳理专题知识，联系现实生活，渗透学科综合，激发创新思维，培养应变能力，精心编写了这两套比较全面、系统、实用、有效的《黄冈中学·高中分科导学》和《黄冈中学·高考名师点击》。**这是我校第一次与出版社合作公开出版教学用书**。可以说，这两套丛书基本上体现了我们学校的教学实际和转差培优经验，堪称高中各年级师生的良师益友。

这两套丛书的编写，虽然历经一个寒暑，也经反复校审，但仍然难免有错讹之处，敬请读者朋友批评指正。

2002年5月1日于黄冈中学

目 录

复习方法指导

第一篇 高考考点梳理

一、高考命题的新特点和新趋势

1.立足基础知识,深入挖掘教材的考评价值。2001年的高考数学试题,多数源于课本,是课本例题或习题的类比、改造、延伸和拓展。课本中重要的例题和习题,或者提供重要的结论,或者体现某种数学思想,或者是更高层次数学命题的具体形式。它的延伸、转化和拓展,呈现出丰富多彩的数学世界,教材丰富的内涵是编拟高考数学试题的源泉。

2.突出思想方法的考查,有效区分不同思维层次的考生。2001年的试题注意研究题目信息的配置,考虑从不同角度运用不同的思想方法,创设多条解题途径,使不同思维层次的考生都有表现的机会,从而有效地区分出不同数学能力的考生。考生解题的切入点不同,运用的思想方法不同,体现出不同的思想水平,而善于抓住问题的本质,思维敏捷的考生解题过程简便、快捷,错漏少而且能赢得后继的解题时间,展现出较高的数学素养。

3.加强数学应用,体现数学与传统的、现代的文化的交融。对考生的创新意识和实践能力的考查,很大程度表现在解答数学应用问题之中。2001年的试题对应用问题的考查,注意渗透到社会的各个方面,力求真实、自然,又有时代气息,做到传统与现代的文化相映照,应用题对考生运用所学数学知识分析问题和解决问题的能力进行了有效的检测。

4.注意理论数学,检测考生后继学习的潜能。注意考查数学的基本理论和基本方法,特别是具有较高思维价值、在相关学科广泛应用的理论和方法,对于检测考生"进入高校继续学习的潜能"具有重要作用。2001年的试题以抽象函数、排列、组合、二项式定理、不等式、数列、极限为载体,考查了数学抽象推理的通性通法,对学生的综合文化素质和继续学习的潜能进行了全面检测。

二、备考策略

1.重视基础,完善体系。统编教材具有思想性、严谨性和科学性,是考试内容的载体,是高考命题的依据,也是学生智能的生长点,是最有参考价值的资料。有相当多的高考试题是课本中基本题目的直接引用或稍作变形得来的,其用意就是引导中学师生重视基础,切实抓好"三基"(基础知识、基本技能、基本的思想和方法),最基本的知识是最有用的知识,最基本的方法是最有用的方法。在复习过程中,必须构筑知识网络,使知识系统化、条理化,形成知识体系。重视课本、夯实基础,注意通性通法,淡化特殊技巧,才能以不变应万变。

2.注重能力的培养。考查能力是数学高考的重点和永恒主题,教育部已明确高考应从"以知识立意命题"转向"以能力立意命题"。能力的培养,首先应重视知识与技能的教学,重视思想方法的渗透,知识与技能的掌握有助于能力的提高,思想方法的掌握有助于广泛迁移的实现。其次,注意多题一解、一题多解、一题多变的运用、多题一解有利于培养学生的求同思维;一题多解有利于培养学生的求异思维;一题多变有利于培养学生思维的灵活性与深刻性。第三,重视审题与解题后的总结,反思,这是提高学生解题能力的有效途径。第四,注重教学方法的改革。单一的讲授法不利于学生思维的灵活性、求异性、创造性、批判性等方面的培养。

3.强化数学思想方法的运用。数学思想方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括,它蕴涵于数学知识发生、发展和应用的过程中,也是高考数学命题显著的特点之一。数学思想方法是数学的精髓,只有运用数学方法,才能把数学的知识与技能转化为分析问题和解决问题的能力,才能体现数学的学科特点,才能形成数学素质。因此,在各个阶段的复习中,结合具体问题不失时机地渗透、运用数学思想方法,多次再现,不断深化,逐渐内化为自己能力的组成部分,形成观念,成为分析问题和解决问题的自觉意识,实现"知识型"向"能力型"的转化,以适应高考的要求。常用的数学思想方法可分为三类:一是具体操作方法,如配方法、换元法、待定系数法、同一法等;二是逻辑推理方法,如综合法、分析法、反证法、归纳法等;三是具有宏观指导意义的数学思想方法,如函数与方程的思想方法,数形结合的思想方法,分类讨论的思想方法,化归与转化的思想方法。

4.重视创新意识与实践意识的培养。培养创新能力与实践能力是社会发展的需要。21世纪的人才不但要会生活,会学习,更要会创造。数学作为一门基础学科、思维学科,在培养学生的创新意识与实践意识方面大有可为,中学数学教学可以培养学生大胆创新、敢于求异、勇于探索的精神,可以培养学生良好的思维品质,这些不正是创新能力的基础吗?教学中要把培养学生的创新意识和实践意识作为基础目标,要激发学生的主

体意识，鼓励学生独立思考，提高自主解决问题的能力，打破数学内容的学科界限和章节界限，引导学生用数学的眼光去分析、探索、解决新问题。

*5.加强应用意识的培养。*加强应用意识的培养与考查是社会发展的需要，是教育改革的方向，是数学学科的特点决定的。解答应用问题重点要过三关——事理关、文理关、数理关。在应用问题的数学中，促使学生不断追求新知，独立思考，增强用数学的意识，学会将实际问题抽象为数学问题。在培养学生应用意识和应用能力的同时，要鼓励学生将数学应用于现实生活的意识，培养学生用数学的眼光看待周边事物的习惯，并在此基础上培养学生分析问题与解决问题的能力。

三、复习备考中应高度注意的几个问题

1.重视《考试说明》的指导作用。《考试说明》规定了高考的性质、内容和对每一部分内容要求的程度，以及试题的形式和试卷结构。因此对新的《考试说明》要进行两个比较：一是它与前几年《考试说明》的连续性和不同点，通过比较找出变化的地方，这样便能清楚当年考试的内容和要求，减少复习中的无效劳动；二是把它与前几年的高考试题比较，通过近几年两者的比较，能够了解《考试说明》对高考命题的指导作用，从而探索命题的方向、思路，以提高复习的质量。

*2.重视课本的基础、示范作用。*每年高考数学试卷中，有相当数量的基本题源于课本。即使是综合题也是基础知识的组合、加工和发展，体现了课本的基础作用，因此，复习时要充分地认识到课本中例题、习题本身所蕴含的价值，通过对其纵向挖掘，横向引申，以达到优化认识、开阔眼界、活跃思维、提高解题能力的目的。

*3.重视数学思想方法的训练，促进“四种能力”的优化。*从近几年的高考试卷中可以知道，高考越来越重视对数学思想方法的考查。同时，能否自觉地、主动地运用数学思想和方法解题，是检验学生学习潜能的重要标志，也是高考数学命题所要追求的一个目标。因而，必须从数学思想方法的训练入手，着眼于“四种能力”的提高，培养数学思想，优化思维品质。

*4.重视研究数学复习的方法。*尽管高考数学试题多以综合题的面目出现，但基础是综合的根本，高考中对基础知识的考查，总是从理解、联系、运用的角度去进行。这样，如果我们在复习中仅满足于做许多孤立的题目，仅积累许多互不联系的套路和方法显然就不够，而应对基础知识作出系统的梳理，了解知识的来龙去脉，对典型模型作出全面的归纳，并理解它的作用；对基础技能必须更加熟练，并做到操作有序。对基础知识应定位在能否熟练、灵活地运用上，对于重要的典型课题要作专题归纳，以形成对常规的典型问题的系统认识并积累一些解题方法，真正学会数学地思维。

第一篇　高考考点梳理

第 1 讲　集合

考点系统梳理

理解集合、子集、交集、并集、补集的概念.了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些简单的集合.

1.解决集合问题,首先应明确构成集合的元素的类型,如数、二元有序实数对、方程等.

2.在集合运算中,应充分利用数轴或韦恩图的直观性,优化解题过程.

3.对含参数的集合问题,要根据集合元素的确定性、互异性、无序性进行必要的讨论和检验.

考点 1　集合

例 1　设集合 $M=\{m\mid m\leqslant\sqrt{10}\}$,又 $a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$,则下列关系中正确的是　　(　　)

A.$a\subset M$　　　B.$a\notin M$

C.$\{a\}\in M$　　　D.$\{a\}\subset M$

【精析】　符号"$\in$"、"$\notin$"表示的是元素与集合之间的关系,而"$\subset$"、"$\subseteq$"、"$=$"、"$\neq$"等表示的是集合与集合之间的关系.

【答案】　D.

例 2　(1986 年上海市高考题)已知集合 $M=\{x,xy,\lg(xy)\}$,$N=\{0,|x|,y\}$,并且 $M=N$,那么 $x=$________,$y=$________.

【精析】　解决含参数的集合问题,优先考虑常数,并注意对元素的互异性进行检验.

【答案】　-1,-1.

考点 2　子集、交集、并集、补集

例 3　已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$,$B=\{x\mid mx+1=0\}$,且 $A\cup B=A$,则实数 m 组成的集合是________.

【精析】　处理集合问题,一般应先把集合化简.熟悉集合的性质 $A\cap B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$,$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$,能提高解题速度.应注意空集是任何集合的子集.

【答案】　$\{0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\}$.

例 4　已知全集 $I=\{x\mid x\leqslant 8,x\in N\}$,若 $A\cap\overline{B}=\{1,8\}$,$\overline{A}\cap B=\{2,6\}$,$\overline{A}\cap\overline{B}=\{4,7\}$,求集合 A,B.

【精析】　注意掌握集合运算的两个性质:$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$;$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$.处理离散型集合间的运算问题宜用韦恩图(如图 1-1-1),思路清晰直观,解法简捷明快.

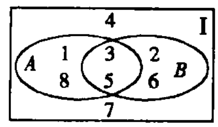

图 1-1-1

【答案】　$A=\{1,3,5,8\}$,$B=\{2,3,5,6\}$.

例 5　(1985 年全国高考题)设 a,b 是两个实数,$A=\{(x,y)\mid x=n,y=na+b,n$ 是整数$\}$,$B=\{(x,y)\mid x=m,y=3n^2+15$,$m$ 是整数$\}$,$C=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 144\}$是平面 xoy 内的点集合,讨论是否存在 a 和 b,使得

(1)$A\cap B\neq\varnothing$($\varnothing$ 表示空集);(2)$(a,b)\in C$ 同时成立.

【精析】　本题是一道开放探索题,尝试用反证法解决.可以从代数的角度考虑,也可以从几何的角度考虑.

思路 1　由(1)、(2)同时成立,得

$\begin{cases}na+b=3n^2+15,\\ a^2+b^2\leqslant 144.\end{cases}$ 消去 b,得

$(1+n^2)a^2-2n(3n^2+15)a+(3n^2+15)^2-144\leqslant 0.$

$\because n\in Z$,$\therefore\Delta=-36(n^2-3)^2<0$,故上面关于 a 的二次不等式无解,与 a 为实数矛盾.

思路 2　由(1)得 $na+b-(3n^2+15)=0$,即点(a,b)在直线 $l:nx+y-(3n^2+15)=0$ 上,而原点到 l 的距离 $d\geqslant 12$,当且仅当 $n^2=3$ 时取等号,又 $n\in Z$,故 $d>12$,即 $a^2+b^2>144$,与(2)矛盾.

【答案】　使得(1)、(2)同时成立的实数 a 和 b 不存在.

考点过关测试

A 卷(基础过关测试)

一、选择题

1.已知集合 $M=\{x,x^2\}$,$N=\{x^3,-1,4\}$,且 $M\cup N$ 中有且仅有 4 个元素,则由不同的 x 的实数值构成的集合的元素个数是　　(　　)

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

2.已知集合 $P=\{(x,y)\mid y=-1+x-2x^2,x\in R\}$,若点 $M(x,y)\in P$,$x\neq 0$,那么点 M 在　　(　　)

A.第一象限或第二象限　　B.第二象限或第三象限

C.第三象限或第四象限　　D.第四象限或第一象限

3.设 $I=R$，$M=\{x|f(x)\neq 0\}$，$N=\{x|g(x)\neq 0\}$，则 $\{x|f(x)\cdot g(x)=0\}$等于　　(　　)

A.$M\cap N$　　B.$M\cup N$　　C.$\overline{M}\cap\overline{N}$　　D.$\overline{M}\cup\overline{N}$

二、填空题

4.设 I 为全集，M,P,S 都是它的子集，请在图 1－1－2 中将集合$(M\cap P)\cap\overline{S}$所表示的部分填上阴影.

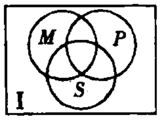

图 1－1－2

5.已知命题：

①$R=\{$实数集$\}=\{$全体实数$\}$；

②集合$\{a,b,c\}$的真子集有 7 个；

③任何一个集合必有两个子集；

④方程组$\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$的解集用列举法可表示为$\{1,2\}$；

⑤若集合 $A=\{y|y=x^2+1,\ x\in R\}$，$B=\{y|y=x+1,x\in R\}$，则 $A\cap B=\{(0,1),(1,2)\}$.

其中正确命题的序号是________.(把所有正确命题的序号都填上)

三、解答题

6.某中学高一(1)班有学生 50 人，参加数学小组的有 25 人，参加物理小组的有 32 人，求既参加数学小组，又参加物理小组的人数的最大值与最小值.

7.设 $A=\{x|x^2-2x-8<0\}$，$B=\{x|x^2+2x-3>0\}$，$C=\{x|x^2-3ax+2a^2<0\}$，试求实数 a 的取值范围，使之分别满足：(1)$C\subseteq(A\cap B)$；(2)$C\supseteq(\overline{A}\cap\overline{B})$.

B 卷(能力过关测试)

一、选择题

1.已知集合 $E=\{x|x=m+\frac{1}{6},m\in Z\}$，$F=\{x|x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in Z\}$，$G=\{x|x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in Z\}$，则 E,F,G 满足关系　　(　　)

A.$E\subset F=G$　　B.$E=F\subset G$

C.$E\subset F\subset G$　　D.$F\subset G\subset E$

2.设 M、P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的差集为 $M-P=\{x|x\in M$ 且 $x\notin P\}$，则 $M-(M-P)$等于(　　)

A.M　　B.P　　C.$M\cap P$　　D.$M\cup P$

二、填空题

3.设 S 为非空集合，且 $S\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，那么满足性质"若 $a\in S$，则 $6-a\in S$"的集合 S 的个数是________.

三、解答题

4.已知 $x\in R,y\in R_+$，集合 $A=\{x^2+x+1,-x,-x-1\}$，集合 $B=\{-y,-\frac{y}{2},y+1\}$，若 $A=B$，求 x^2+y^2 的值.

5.已知集合 $A=\{(x,y)|y=-x^2+mx-1\}$，$B=\{(x,y)|x+y=3,0\leqslant x\leqslant 3\}$. 若 $A\cap B$ 是单元集，求实数 m 的取值范围.

第 2 讲　映射与函数

考点系统梳理

了解映射的概念，在此基础上理解函数及其有关的概念.

1.映射是两个非空集合 A 到 B 的一种确定的"一对一"或"多对一"的对应关系，"一对多"不能构成映射.在 A 到 B 的映射中，A 中的任一元素在 B 中都有象，且象惟一；而 B 中的元素在 A 中不一定有原象，如果有原象也不一定惟一.

2.函数是一种特殊的映射(定义域和值域都是非空的数集，值域中的每一个元素都有原象)，定义域、值域和对应法则是构成函数的三要素，其核心是定义域和对应法则，有关函数的一切问题都必须在其定义域内研究.

3.求函数的解析式常用换元法和待定系数法.

4.求函数的定义域的主要依据是：分式的分母不为零；偶次根式的被开方数不小于零；零指数幂的底数不等于零；对数的真数大于零；指数函数和对数函数的底数大于零且不等于 1 等等.对于应用问题，要注意自变量所受实际意义的限制.

5.求值域的方法有：(1)配方法；(2)换元法；(3)判别式法；(4)单调性法；(5)基本不等式法；(6)数形结合法等.

6.若 $f(x)$的定义域为$[a,b]$，则复合函数 $f[g(x)]$的定义域由 $a\leqslant g(x)\leqslant b$ 确定.求复合函数 $y=f[g(x)]$的值域，先在定义域内求 $u=g(x)$的值域，再以 u 为变量，在 u 的值域和 $y=f(u)$定义域的交集内求 y

的值域.

考点3 映射

例1 (1)设 A 到 B 的映射 $f_1: x \to 2x+1$, B 到 C 的映射 $f_2: y \to y^2-1$, 则 A 到 C 的映射 f_3 是______.

(2)已知点 (x,y) 在映射法则 f 下的象是 $(\frac{x+y}{2}, 2xy)$, 则点 $(1,-6)$ 在 f 下的原象是________.

【精析】 (1)代入法; (2)方程组法.

【答案】 (1) $x \to 4x^2+4x$; (2) $(-1,3)$ 或 $(3,-1)$.

考点4 函数

例2 (1996年上海市高考题)

函数 $y=\frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2-x)}}$ 的定义域是__________.

(2)已知 $f(x)$ 的定义域是 $[2,10]$, 求 $g(x)=f(x+a)+f(x-a)(a>0)$ 的定义域是__________.

【精析】 (1)列不等式组得解,考虑问题要全面,谨防顾此失彼.(2) $g(x)$ 的定义域即 $f(x+a)$ 与 $f(x-a)$ 的定义域的交集.

【答案】 (1) $(1,2)$; (2) $\{x|2+a\leqslant x\leqslant 10-a, 0<a\leqslant 4\}$.

例3 求下列函数的值域:

(1) $y=\frac{5x-1}{4x+2}$, $x\in[-3,-1]$;

(2) $y=x^2-ax+3$, $x\in[-1,1]$, $a\in R$;

(3) $y=\frac{x^2-x}{x^2-x-1}$;

(4) $y=x-\sqrt{1-2x}$;

(5) $y=\sqrt{3x}+\sqrt{1-x}$.

【精析】 (1)变形为 $y=\frac{5}{4}-\frac{7}{2(4x+2)}$ 后利用复合函数的单调性求解.

(2)求含参数的二次函数在闭区间上的值域(或最值),一般借助图象解决,需考虑抛物线开口方向,并按对称轴在区间内、左边、右边分别讨论.

(3)可化为关于 x 的二次方程后用判别式法求解(若二次项系数可为零应讨论),或者变形为 $y=1+\frac{1}{x^2-x-1}$ 后利用复合函数单调性求解.

(4)换元法求解,应注意新元 $t=\sqrt{1-2x}$ 的取值范围.也可利用函数单调性求解.

(5)注意到 $x\in[0,1]$, 可用三角换元(设 $x=\sin^2 t$, $t\in[0,\frac{\pi}{2}]$)求解.

【答案】 (1) $[\frac{8}{5},3]$. (2) $a<-2$ 时,值域为 $[4+a,4-a]$; $-2\leqslant a<0$ 时,值域为 $[3-\frac{a^2}{4},4-a]$; $0\leqslant a\leqslant 2$ 时,值域为 $[3-\frac{a^2}{4},4+a]$; $a>2$ 时,值域为 $[4-a,4+a]$.

(3) $(-\infty,\frac{1}{5}]\cup(1,+\infty)$. (4) $(-\infty,\frac{1}{2}]$. (5) $[1,2]$.

例4 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx$ (a,b 为常数, $a\neq 0$)满足条件: $f(2)=0$ 且方程 $f(x)=x$ 有等根.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)是否存在 $m、n(m<n)$, 使当限定 $f(x)$ 的定义域为 $[m,n]$ 时,其值域为 $[2m,2n]$? 若存在,求出 $m、n$ 的值,若不存在,说明理由.

【精析】 在(2)小题中注意挖掘隐含条件:由于 $f(x)$ 在 $x=1$ 时取得最大值 $\frac{1}{2}$, 所以 $2n\leqslant\frac{1}{2}$, $n\leqslant\frac{1}{4}$, 从而可利用 $f(x)$ 的单调性解决问题,避免复杂的讨论.

【答案】 (1) $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x$; (2) $m=-2, n=0$.

考点过关测试

A卷(基础过关测试)

一、选择题

1.设 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{y|1\leqslant y\leqslant 2\}$. 在如图1-2-1各图中,能表示从集合 A 到集合 B 的映射是 ( )

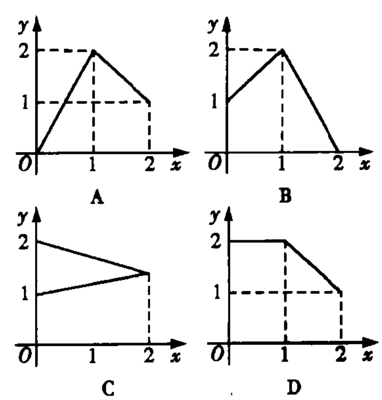

图1-2-1

2.已知 $f(x)=\begin{cases}x^2(x>0),\\ e(x=0),\\ 0(x<0),\end{cases}$ 则 $f\{f[f(-2)]\}$ 的值是 ( )

A. e　　B. e^2　　C. 0　　D. 4

3.已知集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5\}$, 那么可建立 A 到 B

的映射个数是　（　　）

A.2　B.3　C.8　D.9

二、填空题

4.若 $f(1+\frac{1}{x})=\frac{1}{x^2}-1$，则 $f(x)$ 的解析式是________.

5.给出下列4组函数：

①$f(x)=x-1$，$g(x)=\sqrt{x^2-2x+1}$；

②$f(x)=|x|$，$g(x)=\begin{cases}x(x\geqslant 0),\\-x(x<0);\end{cases}$

③$f(x)=\sin x$，$g(x)=\cos x$；

④$f(x)=\lg x$，$g(x)=\frac{1}{2}\lg x^2$.

其中同一组内的两个函数表示同一函数的组的序号是________.（请把你认为正确的序号都填上）

三、解答题

6.(1)求函数 $y=\frac{\lg(12+x-x^2)}{\sqrt{|x|-x}}+(x+2)^0$ 的定义域；

(2)已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}\}$，求函数 $f(ax)+f(\frac{x}{a})(a>0)$ 的定义域.

7.(1)求函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x+3}$ 的值域；

(2)已知函数 $y=\frac{2x^2+mx+n}{x^2+1}$ 的值域是 $[1,3]$，求 m、n 的值.

B卷（能力过关测试）

一、选择题

1.设 $A=\{x|x=n^2,n\in Z\}$，以如下方式规定映射 $f:A\to B$：对 $x\in A$，$f(x)=x$ 除以5所得余数，为保证所有 $y\in B$，总存在 $x\in A$，使 $f(x)=y$，则 B 中元素个数为　（　　）

A.2　B.3　C.4　D.5

2.已知函数 $f(x)=\log_2[2x^2+(m+3)x+2m]$，若 $f(x)$ 的定义域是 R，则实数 m 的值集为 A；若 $f(x)$ 的值域是 R，则实数 m 的值集为 B，那么 A、B 满足关系　（　　）

A.$A=B$　B.$A\subset B$

C.$A\supset B$　D.$A\cap B=\varnothing$

二、填空题

3.函数 $y=\sqrt{25-x^2}+\lg\cos x$ 的定义域是______.

三、解答题

4.求函数 $y=\frac{1}{\sqrt{a^x-kb^x}}$ 的定义域，其中 x 为自变量，常数 $a>0,b>0,a\neq 1,b\neq 1,k\in R$.

5.某地区上年度电价为0.8元/kw·h，年用电量为 $a$kw·h.本年度计划将电价降到0.55元/kw·h到0.75元/kw·h之间，而用户期望电价为0.40元/kw·h.经测算，下调电价后新增的用电量与实际电价和用户期望电价的差成反比（比例系数为 k），该地区电力的成本价为0.30元/kw·h.

(1)写出本年度电价下调后，电力部门的收益 y 与实际电价 x 的函数关系式；

(2)设 $k=0.2a$，当电价最低定为多少时仍可保证电力部门的收益比上年至少增长20%？

[注：收益=实际用电量×(实际电价－成本价)]

第3讲　函数的奇偶性

考点系统梳理

理解函数的奇偶性的概念，并能判断一些简单函数的奇偶性，能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数的图象.理解周期函数与最小正周期的意义.

1.奇偶性是函数在整个定义域内的性质，故定义域关于原点对称是函数具备奇偶性的必要条件.所以判断函数的奇偶性，首先看定义域是否关于原点对称，再看 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系.

2.判定 $f(x)$ 的奇偶性有时可用定义的等价形式：$f(-x)\pm f(x)=0$ 或 $\frac{f(-x)}{f(x)}=\pm 1(f(x)\neq 0)$.

3.$f(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow$ 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称；$f(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow$ 函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称.

4.若 $f(0)$ 有意义，则 $f(0)=0$ 是 $f(x)$ 为奇函数的必要条件.

5.若 $f(x)$ 既是奇函数，又是偶函数，则 $f(x)$ 的最简形式必为 $f(x)=0$.

6.函数的奇偶性满足下列性质：

(1)奇±奇=奇，偶±偶=偶；

(2)奇×奇=偶，偶×偶=偶，奇×偶=奇．

考点5　函数的奇偶性

例1　判断下列函数的奇偶性：

(1)$f(x)=(x-1)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$；

(2)$f(x)=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$；

(3)$f(x)=x\cdot\frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+2|-2}$；

(4)$f(x)=|x-a|-|x+a|$．

【精析】　利用奇偶函数的定义或图象进行判断，对含参数的函数要注意必要的讨论．

【答案】　(1)是非奇非偶函数．(2)是奇函数．(3)是偶函数．(4)当 $a\neq0$ 时，是奇函数；当 $a=0$ 时，既是奇函数，又是偶函数．

例2　已知函数 $f(x)$，当 $x<0$ 时，$f(x)=x^2+2x-1$．

(1)若 $f(x)$ 为 R 上的奇函数，能否确定其解析式？请说明理由．

(2)若 $f(x)$ 为 R 上的偶函数，能否确定其解析式？请说明理由．

【精析】　利用奇偶性函数的定义来确定 $f(x)$ 的结构．

【答案】　(1)可以确定其解析式，为

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x-1 (x<0),\\0 \quad (x=0),\\-x^2+2x+1 (x>0);\end{cases}$$

(2)不能确定其解析式．因为只需当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-2x-1$，而 $f(0)$ 可取任意实数而不影响 $f(x)$ 为偶函数．

例3　(1)(1990年全国高考题)已知函数 $f(x)=x^5+a^3+bx-8$，且 $f(-2)=10$，那么 $f(2)$ 等于　(　　)

A. -26　　B. -18　　C. -10　　D. 10

(2)(1994年全国高考题)定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可以表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和，如果 $f(x)=\lg(10^x+1)$，$x\in(-\infty,+\infty)$，那么　(　　)

A. $g(x)=x$，$h(x)=\lg(10^x+10^{-x}+2)$

B. $g(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x]$，

$h(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

C. $g(x)=\frac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)-\frac{x}{2}$

D. $g(x)=-\frac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)+\frac{x}{2}$

(3)(2000年全国高考题)函数 $y=-x\cos x$ 的部分图象是　(　　)

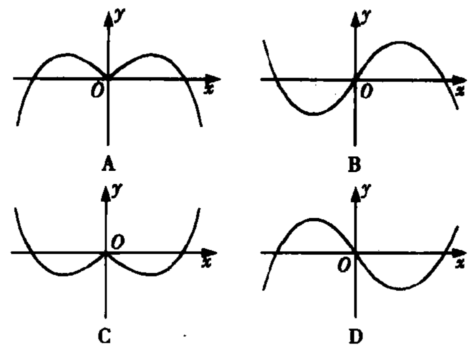

图 1-3-1

【精析】　(1)构造奇函数 $F(x)=f(x)+8$；

(2)由 $\begin{cases}f(x)=g(x)+h(x),\\f(-x)=-g(x)+h(x),\end{cases}$

得 $\begin{cases}g(x)=\frac{f(x)-f(-x)}{2},\\h(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2},\end{cases}$ 再计算得解(只需求出 $g(x)$ 即可)；

(3)利用奇偶函数图象的对称性和 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时 y 值的正负来确定选项．

【答案】　(1)A；(2)C；(3)D．

例4　已知 $g(x)$ 是奇函数，$f(x)=\log_2(\sqrt{x^2+1}-x)+g(x)+2^x$，且 $f(-3)=5\frac{1}{8}$，求 $f(3)$．

【精析】　本题只需寻求 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 之间的关系即可，我们根据 $g(x)$ 的奇偶性，利用方程组的思想容易解决．由

$\begin{cases}f(x)=\log_2(\sqrt{x^2+1}-x)+g(x)+2^x,\\f(-x)=\log_2(\sqrt{x^2+1}+x)-g(x)+2^{-x},\end{cases}$ 两式相加，得 $f(x)=2^x+2^{-x}-f(-x)$．

【答案】　3．

考点过关测试

A卷(基础过关测试)

一、选择题

1.设 $f(x)$ 是 R 上的奇函数，当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)=x(1+\sqrt[3]{x})$，那么 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=$　(　　)

A. $x(1-\sqrt[3]{x})$　　B. $-x(1-\sqrt[3]{x})$

C. $x(1+\sqrt[3]{x})$　　D. $-x(1+\sqrt[3]{x})$