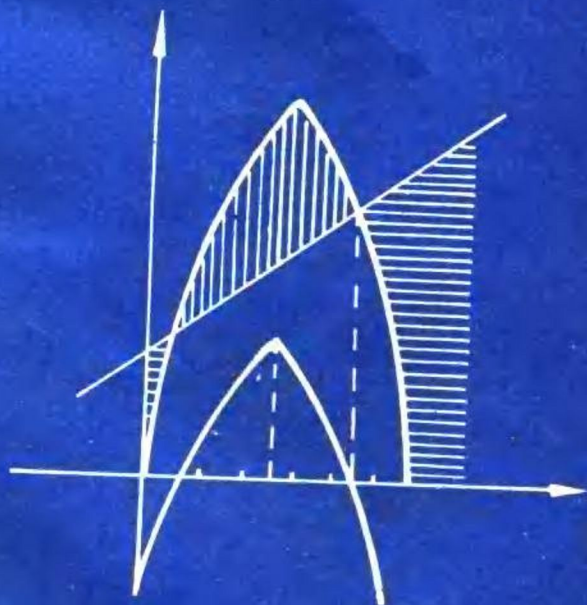


成人高等教育教材

经济应用数学

何良材 何中市 编著



重庆大学出版社

经济应用数学

何良材 何中市 编著

國庆大学出版社

内 容 提 要

本书是根据国家教委1989年10月审定的《经济数学基础》教学大纲,并结合当前成人教育的特点编写的。全书分三篇共九章。第一篇:微积分学(函数、极限与连续,微分学,积分学等三章)。第二编:矩阵方法及其应用(矩阵方法,线性方程组,线性规划,投入产出法等四章)。第三篇:概率统计基础(概率论基础,数理统计基础等两章)。

本书着重介绍经济数学的基本知识,针对成人教育的特点,特别注重阐明基本概念,基本方法的实质意义、来源背景、作法步骤及应用去向,同时也注重培养学员的抽象思维、应用计算及分析、解决问题的能力。

本书可作为成人教育经济、管理类有关专业的教材,也可供少学时其它专业的师生和实际工作者参考。

经 济 应 用 数 学

何良材 何中市 编著

责任编辑 刘茂林

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

四川外语学院印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:15.25 字数:409千

1993年9月第1版

1993年9月第1次印刷

印数:0001—5000

ISBN 7-5624-0804-1/F·71 定价:10.50元

(川)新登字020号

编者的话

该书是根据国家教委 1989 年 10 月审定的《经济数学基础》教学大纲并结合当前成人教育的特点编写的。

该书内容分三篇共九章。第一篇:微积分学(函数、极限与连续,微分学,积分学等三章)。第二篇:矩阵方法及其应用(矩阵方法,线性方程组,线性规划,投入产出法等四章)。第三篇:概率统计基础(概率论基础,数理统计基础等两章)。

该书初稿内容经作者先后在重庆大学成人教育学院,四川省干部函授学院重庆分院,四川省函授大学重庆分校,陕西机械学院函授部重庆面授中心,重庆成人自考教学班等处讲授试用达数十遍,历时十多年,所成讲义《经济应用数学》又经重庆大学成人教育学院夜大、函大多次使用,这次正式出版经过我们认真修改,锤炼了基本内容,加强了经济应用分析,拓宽了习题与例题范围,增补了自测试题等。

全书第一、三篇由何良材教授编改;第二篇由何中市讲师编改。该书主要有以下特色:

1. 内容简明扼要,密切联系经济应用。既体现内容选取与实际需要相结合,又体现教学理论与经济应用相结合。

2. 削枝强干,脉络清晰,突出重点,讲清难点。对基本概念与基本方法充分阐明其实质意义、来源背景、作法步骤及应用去向,在论述与处理上颇有新意。

3. 在保证大纲内容的科学性与系统性的前提下,不片面追求完整性和严密性。针对成人教育的特点,努力作到适应教学需要的灵活性和适用性。尽力体现大纲“以应用为目的,必需够用为度”的指导思想。

4. 文字叙述上力求深入浅出,通俗易懂。注重培养学员的抽象

思维、应用计算以及分析、解决问题的能力。

5. 书中每章末均有习题,书后附有习题答案,同时还配有各篇自测试题。另外还编有与教材配套的《学习指导书》(含内容提要与重点、范例分析、习题解答及概念思考题等四大部分)。

该书可作为成人教育(夜大、函大、职大、干部培训班等)经济、管理类有关专业及学时数较少的其它专业的教材,也可供经济、管理类相关专业的全日制学生,实际工作者以及兴趣爱好者选用。

全书由重庆大学系统工程及应用数学系主任杨万年教授、刘松教授审阅。重庆大学成人教育学院副院长邹维勤副研究员等自始至终领导并组织该书出版的全部工作。作者在此向他们深表谢意。

由于作者水平有限,错误在所难免,敬请读者不吝赐教。

编著者 何良材 何中市

1993.7 于重庆大学

目 录

编者的话.....	1
-----------	---

第一篇 微积分学

第一章 函数、极限与连续	1
第一节 初等函数.....	1
1-1 函数概念(1) 1-2 函数的几种特性(8)	
1-3 初等函数(10)	
第二节 函数的极限	14
2-1 极限概念(15) 2-2 无穷小量与无穷大量(22)	
2-3 极限的运算法则(24) 2-4 两个重要极限(29)	
第三节 函数的连续性	33
3-1 连续函数的概念(33) 3-2 连续函数的运算与性质(35)	
习题一	38
第二章 微分学	42
第一节 导数概念	42
1-1 引例(42) 1-2 导数定义(43) 1-3 导数的几何意义(46) 1-4 函数可导与连续的关系(47)	
第二节 求导方法	49
2-1 导数定义求导法(49) 2-2 四则运算求导法(52)	
2-3 反函数求导法(55) 2-4 复合函数求导法(57)	
2-5 初等函数求导公式(65) 2-6 高阶导数求法(66)	
第三节 微分	68
3-1 微分概念(68) 3-2 微分的几何意义(72)	
3-3 微分的运算(72)	

第四节	导数的应用	73
	4-1 微分中值定理(73) 4-2 罗彼达法则(74)	
	4-3 函数的性态(79) 4-4 导数在经济分析中的 应用(89)	
第五节	偏导数与全微分	99
	5-1 偏导数与全微分概念(99) 5-2 二元函数极值(103)	
习题二		106
第三章	积分学	112
第一节	不定积分	112
	1-1 不定积分概念(112) 1-2 不定积分的性质与积 分公式(115) 1-3 不定积分的计算(118)	
第二节	定积分	129
	2-1 定积分概念(129) 2-2 定积分的基本性质(133) 2-3 定积分的计算(134)	
第三节	积分学的应用	150
	3-1 定积分在几何中的应用(150) 3-2 积分学在经 济分析中的应用举例(156)	
第四节	二重积分	160
	4-1 二重积分概念(160) 4-2 二重积分的性质(162) 4-3 二重积分的计算(162)	
第五节	简单的常微分方程	165
	5-1 微分方程的基本概念(166) 5-2 一阶常微分 方程(168)	
习题三		177
综合自测试题一		182

第二篇 矩阵方法及其应用

第四章	矩阵方法	186
第一节	矩阵概念	186

1-1 矩阵的由来(186)	1-2 矩阵定义(188)	
1-3 矩阵的形式(189)		
第二节	矩阵的运算	191
	2-1 矩阵相等(191) 2-2 矩阵加法(192) 2-3 数 乘矩阵(193) 2-4 矩阵乘法(195) 2-5 逆矩阵(198)	
第三节	行列式	200
	3-1 行列式概念(200) 3-2 行列式的性质(205) 3-3 行列式的计算(209) 3-4 行列式求逆矩阵(214)	
第四节	矩阵的秩	217
第五节	矩阵的初等变换及其应用	219
	5-1 矩阵的初等变换(219) 5-2 矩阵初等变换的 应用(220)	
	习题四	229
第五章	线性方程组	232
第一节	克莱姆法则	232
第二节	逆矩阵法求解线性方程组	236
第三节	初等变换法求解线性方程组	241
第四节	线性方程组解的判定	246
第五节	线性方程组解的结构	250
	5-1 齐次线性齐程组解的结构(251) 5-2 非齐次线 性方程组解的结构(258)	
	习题五	266
第六章	线性规划	269
第一节	线性规划问题及线性规划模型	269
	1-1 几个实际线性规划问题的数学模型的建立(269) 1-2 线性规划模型的一般型式(273) 1-3 线性规划 的标准形式(275)	
第二节	线性规划模型解的概念及性质	277
	2-1 解的几个常用概念(277) 2-2 解的性质(278)	
第三节	线性规划的求解方法	278

3-1 图解法(278) 3-2 单纯形法(286)

习题六.....	303
第七章 投入产出法	306
第一节 投入产出模型的基本结构	306
1-1 投入产出表(306) 1-2 投入产出平衡方程组(309)	
第二节 消耗系数	311
2-1 直接消耗系数(311) 2-2 完全消耗系数(313)	
第三节 平衡方程组的解	316
3-1 解产品分配平衡方程组(316) 3-2 解生产消耗 平衡方程组(317)	
第四节 投入产出法的简单应用	319
4-1 用于经济计划(319) 4-2 进行经济预测(325)	
4-3 确定就业水平(327) 4-4 进行价格分析(329)	
习题七.....	332
综合自测试题二.....	334

第三篇 概率统计基础

第八章 概率论基础	336
第一节 随机事件与概率	337
1-1 随机事件(337) 1-2 事件的概率(338)	
1-3 条件概率及其应用(349) 1-4 二项概率公式(357)	
第二节 随机变量及其分布	358
2-1 随机变量及其分布函数(358) 2-2 离散型随机 变量及其分布(360) 2-3 连续型随机变量及其分布(365)	
第三节 二维随机变量及其分布	376
3-1 二维随机变量及其分布(376) 3-2 二维连续型 随机变量的分布(377) 3-3 二维连续型随机变量的独 立性(379)	
第四节 随机变量的数字特征	383

4-1 数学期望(383)	4-2 方差(391)	4-3 统计中常用的矩(395)
第五节 大数定律与中心极限定理.....	397	
5-1 切比谢夫不等式(398)	5-2 大数定律(399)	
5-3 中心极限定理(403)		
习题八.....	407	
第九章 数理统计基础.....	411	
第一节 样本分布.....	411	
1-1 几个基本概念(411)	1-2 样本的数字特征(414)	
1-3 抽样分布(417)		
第二节 参数估计.....	420	
2-1 点估计(421)	2-2 区间估计(425)	
第三节 假设检验.....	431	
3-1 假设检验的基本思想方法(432)	3-2 正态总体均值 μ 的假设检验(433)	
3-3 正态总体方差 σ^2 的假设检验(436)		
第四节 线性回归及其应用.....	437	
4-1 一元线性回归方程的建立(438)	4-2 相关程度的检验(442)	
4-3 线性回归分析的应用(445)		
习题九.....	448	
综合自测试题三.....	450	
习题答案.....	453	
参考书目.....	466	
附录 常用概率统计数值表.....	467	

第一篇 微积分学

第一章 函数、极限与连续

17 世纪笛卡尔把变量引入数学,对数学产生了巨大的影响,使数学从研究常量进一步发展到研究变量,从而产生了一门崭新的学科——微积分学或高等数学.函数是微积分学研究的基本对象.极限方法是微积分学研究问题的主要方法.本章重点介绍初等函数、函数的极限与连续性等基本概念,以及有关性质与运算法则.

第一节 初等函数

1-1 函数概念

在观察自然现象、经济活动或技术过程中,常常会遇到各种不同的变量,它们之间往往不是孤立的,而是相互依赖、相互制约的.相互依赖的变量之间的确定关系,在数学上就称为函数关系.

例如:

引例 1 圆的面积 A 与其半径 r 之间的相互关系为: $A = \pi r^2$, 当 r 在 $(0, +\infty)$ 内任意取定一个数值时,就可由上式确定圆面积 A 的对应数值.

引例 2 某商品的销售单价为 k (元),销售数量 x 与销售收入

R (元) 之间的相互关系为: $R = kx$, 当 x 在自然数集 $1, 2, 3, \dots$ 中任意取定一个数值时, 就可由上式确定销售收入 R 的对应数值.

引例 3 某气象站用自动记录仪记下一昼夜气温的变化情况. 图 1-1 是温度记录仪在坐标纸上画出的温度变化曲线图, 其中横坐标是时间 t , 纵

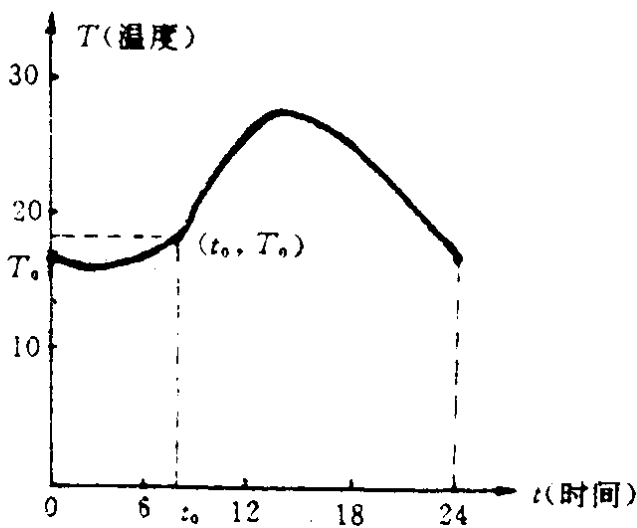


图 1-1

坐标是温度 T , 它形象地表示出温度 T 是随时间 t 变化而变化的规律: 对于某一确定的时间 $t(0 \leq t \leq 24)$, 就有一个确定的 T 值与之对应. 例如, 当 $t = t_0$ 时, 由图 1-1, 有 $T = T_0$.

引例 4 某百货商店记录了毛线历年来的月销售量(单位: 百公斤), 并将近 10 年来的平均月销售量列成表 1.1:

表 1.1

月 份 t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均月销售量 S	81	84	45	49	9	5	6	17	94	161	144	123

表 1.1 表示了该商店毛线的销售量 S 与月份 t 之间的相互关系, 且当 t 在 $1, 2, \dots, 12$ 中任意取定一个数值时, 从表中就可确定一个平均月销售量 S 的对应数值.

以上各例, 虽其具体意义各不相同, 但其共通特点是它们都表达了两个变量之间的相依关系, 这种相依关系给出了一种对应法则. 根据这一法则, 当其中一个变量在其变化范围内任取一个数值时, 另一个变量就有确定的值与之对应. 两个变量之间的这种对应关系就是函数概念的实质. 于是, 我们抽象成如下函数定义.

一、函数定义

定义 1.1 设有两个变量 x 与 y , 若当变量 x 在其变化范围内

任取一个数值时,变量 y 按照一定的法则,总有确定的数值与之对应,则称 y 是 x 的函数. 记作

$$y = f(x)$$

其中 x 叫自变量, y 叫因变量, 自变量 x 可取值的全体叫函数的定义域, 常记为 D ; 对应 x 的函数值的全体叫函数的值域, 常记为 E . 两者一般都用区间表示, 有时也用不等式表示. 对于任意 $x \in D(f)$, 若 y 只有一个值与之对应, 则称 $y = f(x)$ 为单值函数. 若 $|f(x)| \leq M (> 0)$ 对于任意 $x \in D(f)$ 成立, 则称 $y = f(x)$ 在 $D(f)$ 内有界.

函数的表示法通常用表格, 图象或解析式(即公式)来表示.

两个函数相同: 指的是定义域相同、对应法则相同. 因此函数与变量用什么字母表示无关. 如 $y = f(x)$ 与 $s = f(t)$ 表示同一个函数; 又如, $f_1(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$ 与 $f_2(x) = 1$ 表示同一个函数, 因为这两个函数的定义域相同、对应法则亦相同; 又再如, $y_1 = x$ 与 $y_2 = |x|$ 是不同的两个函数, 因为它们的定义域虽然相同, 但其对应法则不同.

二、函数定义域的求法

关于函数定义域 D 的确定, 一般原则:

对于反映实际问题的函数关系, 其 D 由所研究的实际问题确定, 如引例 3 中的 $D = [0, 24]$.

对于纯数学上的函数关系, 其 D 规定为使函数表达式保持有意义的一切 x 取值的全体.

例 1 求下列函数定义域:

$$(1) \quad y = \frac{1}{\lg(3x-2)}; \quad (2) \quad y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2};$$

$$(3) \quad y = \arcsin \frac{x-1}{5} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}.$$

解 (1) 当 $3x-2 > 0$ 且 $3x-2 \neq 1$ 时, 即 $x > \frac{2}{3}$ 且 $x \neq 1$ 时, $y = \frac{1}{\lg(3x-2)}$ 才能取得确定的实数值, 故 $y = \frac{1}{\lg(3x-2)}$ 的

定义域为

$$D = (\frac{2}{3}, 1) \cup (1, +\infty),$$

或

$$D = \{x | \frac{2}{3} < x < +\infty, \text{且 } x \neq 1\}.$$

(2) 当 $x \neq 0$ 且 $1 - x^2 \geq 0$ 时, 即 $x \neq 0$ 且 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1 - x^2}$ 才能取得确定的实数值, 故 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1 - x^2}$ 的定义域为

$$D = [-1, 0) \cup (0, 1]$$

或

$$D = \{x | -1 \leq x \leq 1, \text{且 } x \neq 0\}.$$

(3) 当 $|\frac{x-1}{5}| \leq 1$ 且 $x^2 < 25$ 时, 即 $|x-1| \leq 5$ 且 $|x| < 5$, 即 $-4 \leq x \leq 6$ 且 $-5 < x < 5$; 亦即 $-4 \leq x < 5$ 时,

$y = \arcsin \frac{x-1}{5} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$ 才能取得确定的实数值, 故

$y = \arcsin \frac{x-1}{5} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$ 的定义域为

$$D = [-4, 5) \text{ 或 } D = \{x | -4 \leq x < 5\}.$$

三、函数符号 $f(x)$ 的使用

函数 $y = f(x)$ 中的“ $f(\quad)$ ”表示函数关系中的对应法则, 即对每一个 $x \in D(f)$, 按法则 $f(\quad)$ 有确定的 y 值与之相对应.

$f(x)$ 表示将法则 $f(\quad)$ 施用于 x , 如果把 $f(x)$ 中括号内的 x 转换成 $D(f)$ 中的某个具体数值 x_0 或表示数值的字母 a 以及某个数学式子 $\varphi(x)$, 则表示将法则 $f(\quad)$ 施用于那个具体数值 x_0 或表示数值的字母 a 以及那个数学式子 $\varphi(x)$. 具体作法, 看以下各例.

例2 求函数 $f(x) = 2x^2 - 1$ 在 $x = 0, x = -2, x = x_0, x = -\frac{1}{t}, x = \sin \frac{\pi}{2}, x = x_0 + h, f(x)$ 处的函数值或函数.

解 用符号表示出其函数的对应规律:

$$f(\quad) = 2(\quad)^2 - 1.$$

$$f(0) = 2 \times 0^2 - 1 = -1,$$

$$f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 1 = 7,$$

$$f(x_0) = 2 \times x_0^2 - 1 = 2x_0^2 - 1,$$

$$f\left(-\frac{1}{t}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{t}\right)^2 - 1 = \frac{2}{t^2} - 1$$

$$f\left(\sin \frac{\pi}{2}\right) = 2 \times \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^2 - 1 = 1,$$

$$f(x_0 + h) = 2 \times (x_0 + h)^2 - 1 = 2x_0^2 + 4hx_0 + 2h^2 - 1$$

$$\begin{aligned} f[f(x)] &= 2 \times [f(x)]^2 - 1 = 2(2x^2 - 1)^2 - 1 \\ &= 8x^4 - 8x^2 + 2 - 1 = 8x^4 - 8x^2 + 1. \end{aligned}$$

例3 设 $\varphi(x) = \frac{1}{x} (x \neq 0)$, 求函数增量

$$\Delta\varphi(x) = \varphi(x + \Delta x) - \varphi(x); \quad \varphi[\varphi(x)]$$

解 用符号表示出其函数的对应规律:

$$\varphi(\quad) = \frac{1}{(\quad)}.$$

$$\Delta\varphi(x) = \varphi(x + \Delta x) - \varphi(x)$$

$$= \frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x} = \frac{-\Delta x}{x(x + \Delta x)},$$

$$\varphi[\varphi(x)] = \frac{1}{\varphi(x)} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x.$$

例4 设 $F(t) = e^t$, 求证:

$$(1) \quad F(-t) \cdot F(t) - 1 = 0;$$

$$(2) \quad F(x) \cdot F(y) = F(x + y).$$

证 用符号表示出其函数的对应规律:

$$F(\quad) = e^{(\quad)}.$$

$$\begin{aligned} (1) \quad F(-t) \cdot F(t) - 1 &= e^{-t} \cdot e^t - 1 \\ &= \frac{e^t}{e^t} - 1 = 1 - 1 = 0; \end{aligned}$$

$$(2) \quad F(x) \cdot F(y) = e^x \cdot e^y = e^{x+y} = F(x + y).$$

例5 设 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$), 求证:

(1) $f(f(x)) = x$;

(2) $f(f(f(x))) = f(x)$, 并求 $f(f(f(0)))$.

证 用符号表示出其函数对应规律:

$$f(\quad) = \frac{(\quad)}{(\quad) - 1}.$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \because f(f(x)) &= \frac{f(x)}{f(x) - 1} = \frac{x}{x-1} / \left(\frac{x}{x-1} - 1 \right) \\ &= \frac{x}{x-1} / \frac{1}{x-1} = x, \end{aligned}$$

$$\therefore f(f(x)) = x.$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \because f(f(f(x))) &= \frac{f(f(x))}{f(f(x)) - 1} \\ &= \frac{f(x)}{f(x) - 1} / \left(\frac{f(x)}{f(x) - 1} - 1 \right) \\ &= \frac{f(x)}{f(x) - 1} / \frac{1}{f(x) - 1} \\ &= f(x), \end{aligned}$$

$$\therefore f(f(f(x))) = f(x).$$

$$\because f(f(f(x))) = f(x) = \frac{x}{x-1},$$

$$\therefore f(f(f(0))) = f(0) = \frac{0}{0-1} = 0.$$

例6 已知 $f(2x-1) = x^2 - \frac{1}{4}$, 求 $f(x)$.

解 令 $2x-1 = u$ 有 $x = \frac{u+1}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{于是} \quad f(u) &= \left(\frac{u+1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}(u^2 + 2u + 1) - \frac{1}{4} \\ &= \frac{u}{4}(u+2), \end{aligned}$$

$$\therefore f(x) = \frac{x}{4}(x+2).$$

四、反函数

在 $y = 2x + 1$ 中, 若将 y 看作自变量, x 看作因变量, 由此确定 x 是 y 的函数 $x = \frac{y-1}{2}$, 称 $x = \frac{y-1}{2}$ 是 $y = 2x + 1$ 的反函数, 习惯上把自变量记作 x , 因变量记作 y , 所以 $y = 2x + 1$ 的反函数记为 $y = \frac{x-1}{2}$. 这种习惯的依据是: 函数与函数变量用什么字母表示无关.

一般由 $y = f(x)$ (直接函数) 确定 x 是 y 的函数: $x = \varphi(y)$, 称 $x = \varphi(y)$ 为 $y = f(x)$ 的反函数. 习惯上记 $x = \varphi(y)$ 为 $y = \varphi(x)$, 通常 $y = f(x)$ 的反函数记为 $y = f^{-1}(x)$.

函数 $y = f(x)$ 的图形与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图形是关于直线 $y = x$ 对称的两条曲线, 见图 1-2.

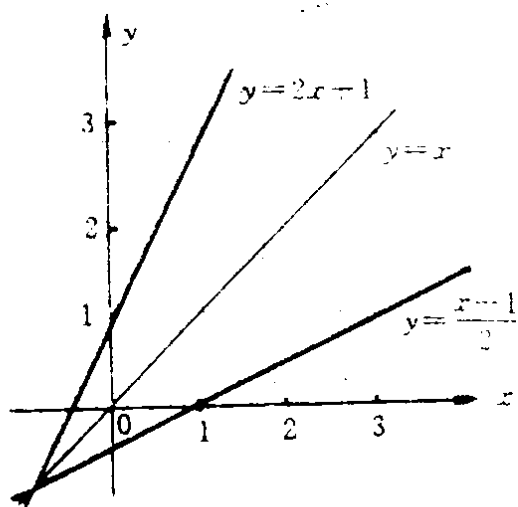


图 1-2(a)

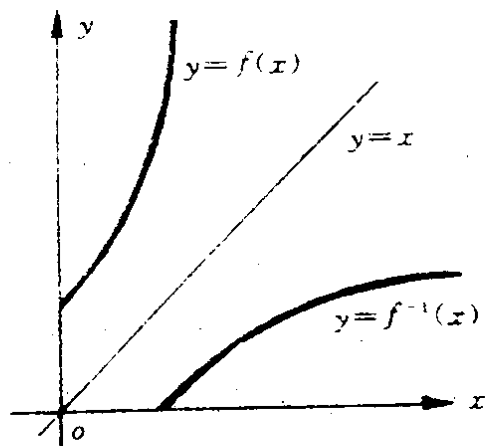


图 1-2(b)

这里必须指出: 反函数是建立在一一对应的基础上的, 如果函数关系不是一一对应, 那么 $y = f(x)$ 在整个定义域上就没有反函数. 但若将定义域划分成几个单调区间, 则可在各个单调区间上求反函数.

例如, $y = x^2$ 的反函数问题. 由 $y = x^2$ 解得 $x = \pm \sqrt{y}$, 而 $x = \pm \sqrt{y}$ ($y \geq 0$) 的函数关系不是一一对应, 所以 $y = x^2$ 在定义