建筑管理现代化丛书

管理数学基础

王永安 沈荣芳 编著

中国建筑工业出版社

建筑管理现代化丛书

管理数学基础

王永安　沈荣芳　编著

中国建筑工业出版社

本书是建筑管理现代化丛书之一，主要介绍线性代数、概率论和数理统计学三部分基础知识，为学习其他现代化管理技术提供必要的数学基础。内容着重于介绍基本概念、运算和实例。叙述直观具体、易于掌握。

本书可供建筑业广大管理干部、技术人员学习或作培训教材，也可供大专、中专院校管理类专业师生参考。

建筑管理现代化丛书
管理数学基础
王永安　沈荣芳　编著

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）
新　华　书　店　经　销
中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

*

开本：787×1092毫米 1/32 印张：$5^7/_8$ 字数：131 千字
1991年2月第一版　1991年2月第一次印刷
印数：1—1,970册　定价：3.60元
ISBN7—112—00800—X/F·47

（5879）

《建筑管理现代化》丛书

编辑委员会

出 版 说 明

《建筑管理现代化》丛书开始和读者见面了。

我们出版这套丛书的目的，主要不在于向读者介绍传统的管理知识，以提高建筑企业当前的管理水平；而是着眼于未来，把国内外建筑企业管理方面的先进理论、方法和经验及现代管理科学的新成就奉献给建筑业的广大职工，以期起到启迪思路、开扩眼界、洋为中用的作用，在未来的一段较长时间内，促进我国建筑企业经营管理的改革和逐步实现管理现代化。

出版这套丛书，也是为了适应建筑业在职干部进修的需要。当前，从我国四化建设的要求考虑，对在职干部进行继续教育的重要性和迫切性日益突出。有鉴于此，城乡建设环境保护部曾委托同济大学、重庆建筑工程学院和哈尔滨建筑工程学院从一九八一年开始举办了建筑企业经理、干部、工程师等不同类型的进修班。以上述三院校的任课教师为主（并有其他院校教师参加），在教学实践的基础上编写的这套丛书，可作为这些进修班的教材或主要教学参考书，并推荐作为建筑企业在职干部的自学必读。

这套丛书计划选题三十种左右，二、三年内出齐。

企业管理是一门思想性、理论性、技术性都很强的科学。我国实现建筑企业管理现代化，还要经历漫长道路的探索。本丛书在介绍西方现代管理的理论和方法时，虽然注意了结合我国国情，运用马克思主义理论加以鉴别和取舍。但

书中所涉及的观点和内容选材是否适当，能否满足广大读者的要求，还有待于大家多提出批评和改进意见。

城乡建设环境保护部干部局
中国建筑工业出版社
1986年6月

目　录

一、行列式……………………………………………… 1
二、矩阵……………………………………………15
三、向量……………………………………………39
四、线性方程组……………………………………52
五、统计数据的整理………………………………74
六、排列和组合……………………………………79
七、随机事件及其概率……………………………85
八、随机变量及其分布 …………………………100
九、随机变量的数字特征 ………………………115
十、抽样和抽样分布 ……………………………126
十一、参数估计 …………………………………135
十二、假设检验 …………………………………146
附　录 ……………………………………………163
参考文献 …………………………………………178

管理数学基础

随着国民经济和科学技术的发展，在许多工程技术和管理问题中，定量分析的作用日益受到人们的重视，运用的数学工具也越来越多。本书将对最常用的线性代数、概率论以及部分数理统计方面的基本知识作比较系统的介绍，以利于读者学习和掌握其他有关方面的知识和技能。

一、行 列 式

工程技术和管理中的很多问题可归结为解线性方程组的问题。从本节起的前四节，将从行列式开始，逐节介绍有关解线性方程组的线性代数基础知识。

（一）行列式的概念

在数学运算中，有时为了计算上的需要，将已知的4个数排成下述方式，并用两竖线将它们夹起来，成为

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \tag{1-1}$$

的形式，称之为**行列式**。行列式（1-1）实际上表示的是一个数，这个数的计算方法是将左上角的a_1乘右下角的b_2，减去右上角的b_1乘左下角的a_2，即

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1 \qquad (1\text{-}2)$$

a_1、a_2、b_1、b_2称为行列式（1-1）的**元素**。每一横排元素，称为行列式的**一行**，例如在式（1-1）中，a_1、b_1就构成一行；每一竖排元素，**称为行列式的一列**，例如在式（1-1）中b_1、b_2构成一列。式（1-1）是具有两行两列的行列式，又称为**二阶行列式**。类似地，

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad (1\text{-}3)$$

是具有三行三列的行列式，称为**三阶行列式**。三阶行列式的定义为

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 \qquad (1\text{-}4)$$

具有n行n列的行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (1\text{-}5)$$

称为**n阶行列式**。

各阶行列式都代表一个数。

【例 1】 计算下列行列式：

（1）$\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$

（3）$\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -4 & -12 \end{vmatrix}$

【解】（1）$\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 12-(-1)\times 4 = 16$

（2）$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 6-0\times(-1) = 6$

（3）$\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -4 & -12 \end{vmatrix} = 2\times(-12)-6\times(-4) = 0$

【例 2】 计算下列行列式：

（1）$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$　（2）$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & -4 \\ 9 & 7 & -6 \end{vmatrix}$

【解】（1）$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 4 & 2 & 9 \\ 7 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 1\times 2\times 3+4\times 5\times 6+7\times 8\times 9-6\times 2\times 7-1\times 9\times 5-8\times 4\times 3 = 405$

（2）$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & -4 \\ 9 & 7 & -6 \end{vmatrix} = -2\times 5\times(-6)+0\times(-4)\times 9+3\times 7\times 0-9\times 5\times 0-(-2)\times 7\times(-4)-3\times 0\times(-6)$

$= -2\times 5\times(-6)-(-2)\times 7\times(-4)$

$= -2(5\times(-6)-7\times(-4)) = 4$

在上面的式（1-2）中，每一项都是两个元素的乘积，这两个元素从行来看，每一行各有一个元素，且只有一个元素；从列来看，每一列也各有一个元素，且只有一个元素。例如a_1b_2项，从行来看，第一行的元素是a_1，第二行的元素是b_2；从列来看，第一列的元素是a_1，第二列的元素是b_2。由排列的知识知道，二阶行列式共有$2!=2$项。

在式(1-4)中，每一项都是三个元素的乘积，这三个元素从行来看，每行有且仅有一个元素。从列来看，每列有且仅有一个元素。例如$a_2b_1c_3$项，第一、二、三行的元素分别是b_1、a_2、c_3；第一、二、三列的元素分别是a_2、b_1、c_3。三阶行列式共有$3!=6$项。

依次类推，在n阶行列式中，共有$n!$项，每项都是n个元素的乘积，这n个元素从行来看，每行都有且仅有一个元素；从列来看，每列都有且仅有一个元素。例如四阶行列式，共有$4!=24$项，每项都是4个元素的乘积。

（二）行列式的基本性质和计算

从上面介绍的行列式的概念可以看到，当行列式的阶数较高时，不但要作大量的乘法和加法运算，而且要把所有的项都正确无误地列出，计算是很麻烦的。因此有必要讨论行列式的性质和计算方法。为了便于说明，下面以二阶和三阶行列式为例，导出行列式的有关性质。实际上，这些性质对于更高阶数的行列式也是适用的。这里先介绍一个定义。

定义1 将行列式的行变成同序数的列，这样所得到的行列式称为原行列式的**转置行列式**。例如行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

的转置行列式为

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

一般地，n阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

的转置行列式为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

下面讨论行列式的性质，利用这些性质，可以得到许多有利于行列式计算的简化方法。

性质 1 行列式与它的转置行列式相等。

例如行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 12 + 2 = 14$$

它的转置行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 + 2 = 14$$

再如行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 30+2-24-12-6+20=10$$

它的转置行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 30-24+2-12-6+20=10$$

性质 1 说明，在行列式中，行与列所处的地位是相同的，凡是对行成立的结论，对列也同样成立；反之亦然。因此，为了简单起见，下面将只对行（或只对列）讨论行列式的性质。

性质 2 行列式的任意两行（或列）互相对调，则行列式的正负号改变，但绝对值不变。

例如行列式

$$D=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & -4 \\ 9 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 114$$

将行列式D的第一行和第三行对调，得

$$\begin{vmatrix} 9 & 0 & 6 \\ 3 & 5 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -18-60-36=-114$$

将D的第二列和第三列对调，得

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & 5 \\ 9 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -18-36-60=-114$$

性质 3 如果行列式中两行（或列）的对应元素都相

等，那末这个行列式为零。

事实上，如果某个行列式的值为c，将对应元素都相同的两行对换，由性质2知，得到的行列式的值为$-c$。但由于两行元素相同，故对调后，仍是原来的行列式，所以$c=-c$应成立，c的值必为零。例如

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 8-15+15-8=0$$

为了说明行列式的其他性质，下面引入两个概念。

定义 2 把行列式的一个元素a_{ij}所在的行（即第i行）和列（即第j列）全部划去之后，所形成的行列式称为对应元素a_{ij}的**子行列式**，简称对应a_{ij}的**子式**。例如行列式

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

对应元素c_2的子行列式为

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

对应元素a_3的子行列式为

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

定义 3 对应元素a_{ij}的子行列式乘上$(-1)^{i+j}$后所得到的式子，称为对应元素a_{ij}的**代数余子式**，记为A_{ij}。

例如行列式

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

对应元素6（即a_{23}）的代数余子式为

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 7 & 8\end{vmatrix}=-(8-14)=6$$

再如行列式

$$\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}$$

对应b_1的代数余子式为

$$(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}a_2 & c_2\\ a_3 & c_3\end{vmatrix}=-(a_2c_3-a_3c_2)$$

性质 4 行列式等于它的任一行（或列）的各元素与其对应的代数余子式乘积的和，即

$$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in}$$

（1-6）

或者

$$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+\cdots+a_{nj}A_{nj}$$

（1-7）

式（1-6）和式（1-7）都称为行列式的**代数余子式展开式**，简称**展开式**。式（1-6）是按第i行展开，式（1-7）是按第j列展开。

【例 3】 将行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

分别按第一行及第二列展开，并计算它们的值。

【解】 按第一行展开为

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + 3\times(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} -1 & 6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= -55$$

按第二列展开为

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 2\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + 6\times(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + 5\times(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -55$$

利用行列式的这一性质，可以把阶数较高的行列式化为阶数较低的行列式计算。

【例 4】 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & -2 \\ 6 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} =$$

【解】 计算行列式时，究竟按哪一行或哪一列展开，是可以任意挑选的。一般，总是选择含零元素最多的行或列来展开。因为这样可不必计算与零元素对应的代数余子式的值，从而减少计算量。因此，本例宜按第一列展开，即

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & -2 \\ 6 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 3\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} + 6\times(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & -2 \\ 5 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -15$$

性质 5 行列式的某一行（或列）如有公因子，那末这个公因子可以提到行列式记号的外面。

例如
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad (1\text{-}8)$$

这一性质是很容易验证的，只要将行列式按有公因子的一行展开，便可得出这个结论。

【例 5】 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & -9 \end{vmatrix}$$

【解】 由性质5

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & -9 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & -3 \end{vmatrix} = 3\times 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 30$$