SHUXUE KEGUAN TIJIE

研究生入学统一考试

数学客观题解

SHUXUE KEGUAN TIJIE

蔡子华　主编

科学出版社

7

C13-44
C1-5

研究生入学统一考试

数学客观题解

蔡子华　主编

科学出版社

2002

内 容 简 介

本书是按照教育部制定的全国硕士研究生入学统一考试《数学考试大纲》而编写的. 全书分客观题集与客观题解两部分. 在近1000道题中,历年来的研究生入学考试试题占有相当大的比例. 其内容涉及大纲中要求的"高等数学"、"线性代数"及"概率统计"三门学科.

本书内容全面,解法新颖,不少题目一题多解,是广大考生的良师益友.

研究生入学统一考试

数学客观题解

蔡子华 主编

责任编辑 冯贵层

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

武汉大学出版社印刷总厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

2002年3月第 一 版 开本:850×1168 1/32

2002年3月第一次印刷 印张:11 1/4

印数:1~8000 字数:295 000

ISBN 7-03-010283-5/O・1602

定价:15.80元

前 言

客观题在研究生入学考试数学试卷中占有30%的比例，而且求解客观题应用概念广泛、严密，解题技巧独特，使不少考生感到棘手。事实上，每年考生的客观题得分率都不高。在考研辅导班上不少同学建议能否编一本关于如何求解客观题的书籍，以帮助考生正确理解概念，掌握正确的解题方法。鉴于此，编者根据教育部制定的全国硕士研究生入学统一考试《数学考试大纲》及自己多年在考研数学辅导班的授课经验，精选了近1000道客观题并给出详解，以期对考生备考给予较大的帮助.

由于时间仓促，难免有错误之处，望广大读者给予批评、指正。

编者

2002年3月

目　录

第一部分　客观题集

第一篇　高等数学

第二篇　线性代数

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第三篇　概率与统计

第二部分　客观题解

第一篇　高 等 数 学

第二篇　线 性 代 数

第三篇　概率与统计

绪　　论

硕士研究生入学考试客观题分为两类：填空题和单项选择题. 填空题主要考察考生掌握基本概念的程度和对基本计算题的解题能力、运算速度及技巧，故主要用观察法和计算法来求解.

例1　(2000403)已知四阶矩阵 A 相似于 B，A 的特征值为 2，3，4，5，E 为四阶单位矩阵，则 $\det(B-E)=$__________.

本题主要考察了知识点：

(1) 相似矩阵有相同的特征值.

(2) λ 是 B 的特征值，则 $\lambda-1$ 为 $B-E$ 的特征值.

(3) 矩阵的行列式等于特征值的乘积.

故此题是一个概念型的题，用观察法即可求解.

解　因为 A 相似于 B，所以 B 的特征值为 2，3，4，5，则 $B-E$ 的特征值为 1，2，3，4，所以 $\det(B-E)=1\times2\times3\times4=24$.

例2　(2001203)$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^3+\sin^2x)\cos^2x\mathrm{d}x=$__________.

本题主要考察的知识点：

(1) 奇偶函数在关于原点对称的区间上的定积分的求法.

(2) 定积分的换元积分法.

故此题基本上是一个计算型的填空题，应用计算法求解.

解　原式$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}x^3\cos^2x\mathrm{d}x+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2x\cos^2x\mathrm{d}x$

$$=0+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{4}\sin^22x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos4x}{2}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{4}\left[x-\frac{1}{4}\sin4x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{8}$$

选择题主要考察考生掌握基本概念的程度，故可用观察法、排除法、计算法、赋值法与图示法来求解.

例 3 （200103）将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面朝上和反面朝上的次数，则 X 和 Y 的相关系数为（　　）.

A. -1　　B. 0　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

解　本题完全是一个概念题，故用观察法求解. 因为 $Y=n-X$，即它们存在线性关系，由 $Y=aX+b$ 中的 $a=-1<0$，故它们负相关，相关系数为 -1.

例 4 （1998203）设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$，则下列断言正确的是（　　）.

A. 若 x_n 发散，则 y_n 必发散　　B. 若 x_n 无界，则 y_n 必有界

C. 若 x_n 有界，则 y_n 必无穷小

D. 若 $\frac{1}{x_n}$ 为无穷小，则 y_n 必为无穷小

解　用排除法. 设 $y_n=0, x_n=n$，排除 A；

设 $x_n=\begin{cases}2k, n=2k\\0, n=2k-1\end{cases}, y_n=\begin{cases}0, & n=2k\\2k-1, & n=2k-1\end{cases}$，排除 B；

设 $x_n=\frac{1}{n}, y_n=1+\frac{1}{n}$，排除 C. 故 D 正确.

例 5 （1999203）记行列式

$$\begin{vmatrix} x-2 & x-1 & x-2 & x-3 \\ 2x-2 & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 \\ 3x-3 & 3x-2 & 4x-5 & 3x-5 \\ 4x & 4x-3 & 5x-7 & 4x-3 \end{vmatrix}$$

为 $f(x)$，则方程 $f(x)=0$ 的根的个数为（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解　计算行列式得 $f(x)=5x(x-1)$，故 B 正确.

例 6 （1991303）若曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=-1+xy^3$ 在点 $(1,-1)$ 处相切，其中 a、b 是常数，则（　　）.

A. $a=0, b=-2$　　B. $a=1, b=-3$

C. $a=-3, b=1$　　D. $a=-1, b=-1$

解　将 $a=-1, b=-1$ 代入得 $y=x^2-x-1$，由 $y'=2x-1\Rightarrow$

$y'(1)=1$. 对 $2y=-1+xy^3$ 两边求导得 $2y'=y^3+3xy^2y'$，将 $x=1, y=-1$ 代入得 $y'(1)=1$，知 D 正确.

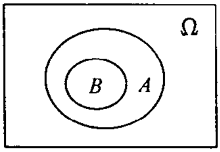
此题所用方法为赋值法，当选择题为确定待定常数时用此法较好.

例 7 (1990403)设 A、B 为两随机事件，且 $B\subset A$，则下列式子正确的是( ).

A. $P(A+B)=P(A)$ B. $P(AB)=P(A)$

C. $P(B|A)=P(B)$ D. $P(B-A)=P(B)-P(A)$

解 画出文氏图为



则从图中可以看出，$A+B=A$，所以 $P(A+B)=P(A)$. 图示法多用来求解概率类的已知事件之间的关系求概率的题目.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一部分

客 观 题 集

第一篇 高等数学

一、函数与极限

(一) 填空题

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,4]$，则函数 $\psi(x)=f(x+1)+f(x-1)$ 的定义域为__________.

2. 设 $f(x)=e^x$，$f[g(x)]=1-x^2$，则 $g(x)=$__________.

3. 若 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln[1+f(x)]}{x^2}=2$，则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x^2}=$__________.

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^4\sin\dfrac{1}{x}+e^x-e^{-x}-2x}{\sin^3x}=$__________.

5. 设 $f(x)=(\dfrac{x-1}{1+x})^x$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x+1)=$__________.

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x<2\\ 0, & x=2\\ x-1, & x>2\end{cases}$，$g(x)=e^x+1$，$\lim\limits_{x\to0}f[g(x)]=$__________.

7. $\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan(x-\cos x\ln x)=$__________.

8. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-x-1}{3x}, & x>0\\ \dfrac{\int_0^x\sin t^2\mathrm{d}t}{x^3}, & x<0\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to0}f(x)=$__________.

9. 设 $f(x)=b\int_0^{\tan x}\sin^a t\mathrm{d}t$，$g(x)=x^5+x^4$，当 $x\to0$ 时，$f(x)\sim g(x)$，则 $a=$__________，$b=$__________.

10. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin[\sin(\sin x)]}{\tan x}=$__________.

11. 函数 $f(x)=\frac{e^x-b}{(x-a)(x-1)}$，有无穷型间断点 $x=0$，有可去间断点 $x=1$，则 $a=$________，$b=$________.

12. 已知 $F(x)=\begin{cases}\frac{f(x)+\sin x}{x}, & x\neq 0\\ b, & x=0\end{cases}$，其中 $f(x)$有连续导数，且 $f'(0)=2$，若 $F(x)$在 $x=0$ 处连续，则 $b=$________.

13. 若 λ、k 均为常数，则

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}(\frac{\lambda}{n})^k(1-\frac{\lambda}{n})^{n-k}=$________

14. 若 $f(x)$是定义在$(-\infty,+\infty)$上的偶函数，且图形关于 $x=2$ 对称，则 $f(x)$一定是周期函数，其周期 $T=$________.

15. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+x^n+(\frac{x^2}{2})^n}\ (x\geqslant 0)$，则 $f(x)=$________.

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\tan^n\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2}{n}\right)=$________.

17. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{ax-\sin x}\int_0^x\frac{t^2}{\sqrt{b+t}}\mathrm{d}t=1$，则 $a=$________，$b=$________.

18. $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln^2 x\ \ln\left(1+\frac{x}{\ln x}\right)=$________.

19. $\lim\limits_{N\to\infty}\sum\limits_{n=1}^{N}\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}=$________.

20. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{x\cos x}}{x\ln(1+x^2)}=$________.

21. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{x+2}\sin\frac{1}{x^2}\cdot\cos x=$________.

22. $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x\tan x})=$________.

23. $\lim\limits_{x\to 0}\left[1+x+\frac{f(x)}{x}\right]^{\frac{1}{x}}=e^3$，则$\lim\limits_{x\to 0}[1+\frac{f(x)}{x^2}]=$________.

24. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & 0\leqslant x<4\\ x, & 4<x\leqslant 6\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x<2\\ 2+x, & 2<x\leqslant 4\end{cases}$，则 $f[g(x)]=$________.

25. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3\sin x+x^2\cos\dfrac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}=$______.

(二) 选择题

1. 设在区间$(-\infty,+\infty)$内函数$f(x)>0$,且当k为大于0的常数时有$f(x+k)=\dfrac{1}{f(x)}$,则在区间$(-\infty,+\infty)$内函数$f(x)$是(　　).

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 周期函数　　D. 单调函数

2. $\lim\limits_{t\to0}\dfrac{t}{\sqrt{1-\cos t}}=$(　　).

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 不存在

3. 函数$f(x)=\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{1}{x}$,在$x=0$点的任何邻域内都是(　　).

A. 有界的　　B. 无界的

C. 单调增加的　　D. 单调减少的

4. 若$f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{x+e^{tx}}{1+e^{tx}}, & x\leqslant0\\ \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^x-n^{-x}}{n^x+n^{-x}}, & x>0\end{cases}$,则$x=0$是$f(x)$的(　　).

A. 连续点　　B. 无穷型间断点

C. 跳跃间断点　　D. 可去间断点

5. 已知$\lim\limits_{x\to+\infty}(5x-\sqrt{ax^2+bx+c})=2$,则必有(　　).

A. $a=25$, $b=-20$　　B. $a=b=25$

C. $a=-25$, $b=0$　　D. $a=1$, $b=2$

6. 已知$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$且在$x_0$点的某个邻域内$|g(x)|\geqslant M$($M$为大于0的常数),则当$x\to x_0$时,$f(x)g(x)$为(　　).

A. 一定是无穷大　　B. 一定是无穷小

C. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)$存在

D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)$不存在但不是无穷大

7. 若$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln\left[3+\dfrac{f(x)}{x^2}\right]}{x^a}=a$（其中$a$为大于0的常数），则必有（　　）.

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$存在且不为0　　B. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^a}$存在且不为0

C. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^2}$存在且不为0　　D. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x^{2+a}}$存在且不为0

8. 设$x\to x_0$时，$\alpha(x)$，$\beta(x)$，$\gamma(x)$都是无穷小，且$\alpha(x)=o[\beta(x)]$，$\beta(x)\sim\gamma(x)$，则$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)+\beta(x)}{\gamma(x)}=$（　　）.

A. 0　B. 1　C. 2　D. ∞

9. 设$f(x+1)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+x}{n-2}\right)^n$，则$f(x)=$（　　）.

A. e^{x-1}　B. e^{x+2}　C. e^{x+1}　D. e^{-x}

10. 设$F(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^x tf(t)\mathrm{d}t}{x^2}, & x\neq 0\\ C, & x=0\end{cases}$是连续函数，其中$f(x)$在$x=0$处连续，$f(0)=0$，则$C=$（　　）.

A. 0　B. 1　C. 不存在　D. -1

11. 若$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$，则必有（　　）.

A. $a=2$，$b=8$　B. $a=2$，$b=5$

C. $a=0$，$b=-8$　D. $a=2$，$b=-8$

12. $f(x)=\int_0^{\sin x}\tan t^2\mathrm{d}t$，$g(x)=x-\sin x$，则当$x\to 0$时，$f(x)$是$g(x)$的（　　）.

A. 高阶无穷小　B. 低阶无穷小

C. 同阶非等价无穷小　D. 等价无穷小

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{(\arctan x)^2\tan x}=$（　　）.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com