

高等学校专科教材

高等数学

杨泽高 主编



西安交通大学出版社

高等学校专科教材

高等数学

杨泽高(主编) 林熙

西安交通大学出版社

(陕)新登字 007 号

高等数学

杨泽高(主编) 林熙

责任编辑 怒江

*

西安交通大学出版社出版

西安市咸宁西路 28 号 邮政编码 710049

西安交通大学印刷厂印装

陕西省新华书店经销

开本 850×1168 1/32 印张 15.625 字数 391 千字

1994 年 9 月第 1 版 1994 年 9 月第 1 次印刷

印数:1—6 000

ISBN7-5605-0681-X/O·103 定价:13.00 元

序 言

随着改革开放的浪潮,我国社会主义现代化建设奔腾向前,各种建设人才的需求与日俱增,本科生的培养在数量上已远远不能满足建设的需要,因而各高等院校纷纷开展专科教育,招生规模逐年扩大。由于大专生的来源,渠道不一,入学文化水平参差不齐,因此给教学带来了不少困难。为了稳定教学秩序,保证教学质量,我校制订了专科生的教学计划与教学大纲,学时教为 108~144。但目前适用于这学时范围内教材尚告阙如,为此决定自编教材。

杨泽高教授长期从事高等数学教学工作,教学经验丰富,这本教材是在他与林熙教授合作编写的讲义的基础上,按照大纲要求修订而成,从而解决了专科教材的短缺问题。

编者以其丰富的教学经验与对专科生情况的了解,在处理教材内容时,以一元函数微积分学为主要内容,多元函数微积分学、常微分方程和级数等内容,则以介绍学习后继课程所需的基本概念与方法为主,对有关理论问题的探讨,则不追求严密的分析论证,而借助于几何直观加以阐述。这一编写指导思想,对于专科教材来说,无疑是切合实际的。

本教材能较好地体现教学法,我们知道,学习任何一门课程,首先要把握基本概念搞清,因为概念是推理的基础,判断的依据,分析思考的前提。本书对概念的引入采取了从分析实际问题或具体例子入手,这样,不仅能使读者知道概念的实际背景,而且有助于对概念的理解和掌握。书中例题较多,并能在解题过程中注意指出初学者易患的一些错误。这对培养读者的解题能力是十分有益的。章末附有小结与综合例题,小结既能起指导学习的作用,又能使读者对所学知识得到进一步理解和系统化;综合例题,则能训练读者综合运用所学知识解决问题的能力与技巧。本书文字通顺,语言简

明,所选的习题深浅适度并在书末附有答案,是一本便于教学的用书。

可以预期,本书的出版将对提高专科生的教学质量起积极的良好作用。

陆庆乐 1993年9月于西安交大

前 言

近年来高等工业专科教育不断发展,为适应形势的需要,我们根据高等工程专科学校高等数学课程教学基本要求,并参照高等学校工科数学课程指导委员会制订的高等数学教学基本要求,在多年使用的讲义的基础上编写了这本高等学校专科教材《高等数学》。在编写过程中,我们考虑到专科以培养应用型人才为主的特点,在以下几个方面作了努力:

1. 教材内容以一元函数微积分作为基础,多元函数微积分、常微分方程和级数部分只介绍学习后继课程所需要的一些基本概念和常用方法。

2. 定理、定义着重几何直观,论述它的实际背景和思想实质,不追求严谨的分析推证(拉格朗日定理等重要定理的证明,用小字排版);概念引入也多从具体例题入手,使读者易于掌握、理解。

3. 书中例题较多,凡估计读者解题容易发生困难的地方,都给出了必要的分析。

4. 每章后面都有“小结与综合例题”一节,通过它:(1) 对本章内容系统地进行了归纳和总结,以便读者更深入地理解该章各部分内容及其联系;(2) 综合例题着重分析解题的思路和方法,许多例题对提高解题能力有一定的指导作用,对函授或自学的读者来说,这一节起到了上习题课的作用。

5. 文字叙述通俗、精练、简明,便于教学和自学。

6. 本书用 108 学时可讲授完,如果包括带 * 号的内容(供要求较高的不同专业选用)也只需 144 学时,符合专科教学的要求。

本书内容包括:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,向量代数与空间解析几何,多元函数微分及其应用,多元函数积分及其应用,微分方程和级数等共十

章。

本书由国家教委前任高等学校工科数学课程教学指导委员会主任陆庆乐教授审阅。常争鸣副教授对全书习题答案作了认真校对,使用过该书讲义的教师也提出过不少宝贵的修改意见。同时,本书的出版与西安交通大学数学系和成人教育学院的大力支持是分不开的。我们在此一并表示衷心感谢。

本书可作为高等学校专科各专业,夜大学、函授大学、职工大学的教材,也适用于少学时本科各专业,并可作为参加高等教育自学考试读者的参考用书。

限于编者水平,疏误和不妥之处,希望广大读者指正。

编者于西安交大 1993年7月

内 容 提 要

本书根据高等工程专科学校高等数学课程基本要求,并参照高等学校工科数学课程指导委员会制订的高等数学基本要求编写而成。教材内容的选取体现了专科以培养应用型人才为主的特点。如对定理、定义及有关理论问题的介绍和探讨,借助于几何直观,着重论述它们的思想实质和实际应用背景,而不追求严谨的分析推证;例题较多,习题较丰富;每章后附有小结与综合例题,深入地对本章内容进行归纳总结,综合例题着重分析解题思路和方法,颇具特色。本书文字通畅易懂,便于教学和自学。

本书用 108 学时可讲完,符合大学专科教学要求。

全书包括函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,向量代数与空间解析几何,多元函数微分及其应用,多元函数积分及其应用,微分方程和级数等共十章。

本书可作为高等学校专科各专业,夜大学、函授大学、职工大学的教材,也适用于本科少学时的各专业,并可作为参加高等教育自学考试读者的参考用书。

目 录

序言

前言

第一章 函数、极限与连续

§ 1-1 函数概念 (1)

1-1 常量与变量 1-2 函数概念 1-3 函数的表示法
1-4 分段函数 习题 1-1 1-5 复合函数
1-6 反函数及其图形 习题 1-2
1-7 函数的简单性态 1-8 基本初等函数与初等函数
习题 1-3

§ 1-2 极限概念 (16)

2-1 数列的极限 习题 1-4 2-2 函数的极限
2-3 无穷小量与无穷大量 习题 1-5 2-4 极限的运算
习题 1-6 2-5 两个重要极限 习题 1-7
2-6 无穷小的比较 习题 1-8

§ 1-3 函数的连续性 (34)

3-1 函数连续的概念 3-2 间断点 3-3 连续函数的运算
3-4 初等函数的连续性
3-5 闭区间上连续函数的性质 习题 1-9

小结与综合例题 (43)

总习题 (47)

第二章 导数与微分

§ 2-1 导数的概念 (50)

1-1 实例 1-2 导数的定义 1-3 导数的几何意义
1-4 函数可导与连续的关系 习题 2-1

§ 2-2 导数的运算 (59)

2-1 函数和、差、积、商的导数	2-2 复合函数的导数	
2-3 反函数的导数	2-4 初等函数的求导问题	
习题 2-2	2-5 隐函数与参数方程所确定的函数的导数	习题 2-3
§ 2-3 高阶导数		(74)
习题 2-4		
§ 2-4 微分概念		(77)
4-1 微分概念	4-2 微分的几何意义	4-3 微分的运算
	4-4 微分在近似计算中的应用	习题 2-5
小结与综合例题		(83)
总习题		(87)
第三章 导数的应用		
§ 3-1 函数的单调性与极值		(89)
1-1 微分学中值定理	1-2 函数增减的判定	
1-3 函数的极值	1-4 函数的最大值与最小值	
习题 3-1		
§ 3-2 未定式极限		(102)
2-1 $\frac{0}{0}$ 型	2-2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型	2-3 其他类型的未定式
习题 3-2		
§ 3-3 函数作图		(108)
3-1 函数图形凹凸的判定	3-2 函数作图	
习题 3-3		
*§ 3-4 曲率		(112)
4-1 曲率概念	4-2 曲率公式	4-3 曲率圆
*§ 3-5 方程的近似解		(116)
*习题 3-4		
小结与综合例题		(119)

总习题	(123)
第四章 不定积分	
§ 4-1 不定积分的概念及性质	(125)
1-1 原函数与不定积分的概念	1-2 不定积分的性质与基本积分公式
习题 4-1	
§ 4-2 换元积分法	(131)
2-1 第一换元法(凑微分法)	2-2 第二换元法
习题 4-2	
§ 4-3 分部积分法	(139)
习题 4-3	
§ 4-4 几类积得出的积分	(142)
4-1 有理函数的积分	4-2 三角函数有理式的积分
4-3 某些无理函数的积分	习题 4-4
小结与综合例题	(153)
总习题	(158)
第五章 定积分及其应用	
§ 5-1 定积分的概念及性质	(160)
1-1 定积分的概念	1-2 定积分的性质与积分中值定理
习题 5-1	
§ 5-2 定积分与不定积分之间的关系 牛顿-莱布尼兹公式	(171)
习题 5-2	
§ 5-3 定积分的换元积分法与分部积分法	(176)
3-1 定积分的换元积分法	3-2 定积分的分部积分法
习题 5-3	
§ 5-4 定积分的几何应用	(182)
4-1 平面图形的面积	4-2 立体的体积
4-3 平面曲线的弧长	习题 5-4
§ 5-5 定积分的物理应用	(193)

5-1 液体的压力	5-2 功	习题 5-5	
*§ 5-6 广义积分			(197)
6-1 无穷区间的广义积分	6-2 无界函数的 广义积分	*习题 5-6	
小结与综合例题			(203)
总习题			(208)
第六章 向量代数与空间解析几何			
§ 6-1 空间直角坐标系			(210)
1-1 空间直角坐标系	1-2 向量的概念		
1-3 向量的线性运算	1-4 向径	习题 6-1	
§ 6-2 向量的坐标表示式			(214)
2-1 向量的坐标表示式	2-2 向量的代数运算		
2-3 向量的模与方向余弦	习题 6-2		
§ 6-3 两向量的数量积与向量积			(218)
3-1 两向量的数量积	3-2 两向量的向量积		
习题 6-3			
§ 6-4 平面方程			(225)
4-1 平面方程的点法式	4-2 平面方程的一般式		
4-3 两平面的夹角及平行、垂直的条件			
习题 6-4			
§ 6-5 空间直线方程			(229)
5-1 直线的对称式及参数式方程	5-2 直线的一般式方程	5-3 两直线的夹角和直线与平面的夹角	
习题 6-5			
§ 6-6 曲面与空间曲线			(235)
6-1 曲面与它的方程	6-2 母线平行于坐标轴的 柱面方程	6-3 空间曲线与它的方程	6-4 空 间曲线的参数方程
6-5 二次曲面	习题 6-6		
小结与综合例题			(245)

总习题	(253)
第七章 多元函数微分法及其应用	
§ 7-1 多元函数的概念	(256)
1-1 二元函数的定义 1-2 二元函数的几何意义	
习题 7-1	
§ 7-2 二元函数的极限与连续	(260)
2-1 二重极限 2-2 二元函数的连续性	
习题 7-2	
§ 7-3 偏导数与全微分	(264)
3-1 偏导数 3-2 全微分 习题 7-3	
§ 7-4 多元复合函数与隐函数的求导法	(274)
4-1 多元复合函数的导数 4-2 全导数	
*4-3 复合函数的高阶导数 *4-4 隐函数的导数	
习题 7-4	
§ 7-5 偏导数的几何应用	(282)
5-1 空间曲线的切线与法平面 5-2 曲面的切平	
面与法线 习题 7-5	
§ 7-6 多元函数的极值	(287)
6-1 极值的定义与求法 6-2 多元函数的最大值	
与最小值 习题 7-6	
小结与综合例题	(193)
总习题	(298)
第八章 多元函数积分及其应用	
§ 8-1 二重积分的概念及其性质	(300)
1-1 二重积分的定义 1-2 二重积分的性质	
习题 8-1	
§ 8-2 二重积分的计算法	(306)
2-1 直角坐标系中的计算法 2-2 极坐标系中的	
计算法 习题 8-2	

*§ 8-3 三重积分及其计算法	(319)
3-1 三重积分的定义 3-2 三重积分的计算法	
习题 8-3	
*§ 8-4 重积分的应用	(328)
4-1 物质薄片的质心 4-2 转动惯量	
*习题 8-4	
§ 8-5 对坐标的曲线积分	(333)
5-1 对坐标的曲线积分的概念 5-2 对坐标的曲	
线积分的计算法 习题 8-5	
*§ 8-6 格林公式 曲线积分与路径无关的条件	(339)
习题 8-6	
小结与综合例题	(347)
总习题	(355)
第九章 微分方程	
§ 9-1 微分方程的基本概念	(357)
§ 9-2 一阶微分方程	(360)
2-1 可分离变量的一阶方程 2-2 齐次一阶方程	
2-3 一阶线性方程 2-4 一阶方程应用举例	
习题 9-1	
*§ 9-3 可降阶的高阶微分方程	(368)
3-1 $y^{(n)}=f(x)$ 型 3-2 $y''=f(x, y')$ 型	
3-3 $y''=f(y, y')$ 型 习题 9-2	
§ 9-4 二阶线性微分方程	(372)
4-1 二阶线性齐次方程解的性质 4-2 二阶线性	
非齐次方程解的性质 习题 9-3	
§ 9-5 常系数二阶线性微分方程	(376)
5-1 常系数二阶线性齐次方程 5-2 常系数二阶	
线性非齐次方程 习题 9-4	
小结与综合例题	(384)

总习题	(391)
第十章 无穷级数	
§ 10-1 常数项级数及其审敛法	(393)
1-1 常数项级数的概念	1-2 常数项级数的性质
1-3 正项级数的审敛法	1-4 交错级数的审敛法
1-5 任意项级数的绝对收敛与条件收敛	
习题 10-1	
§ 10-2 幂级数	(402)
2-1 幂级数及其收敛域	2-2 幂级数的性质
习题 10-2	
§ 10-3 函数展开为幂级数	(412)
3-1 泰勒级数	3-2 函数展开为幂级数
习题 10-3	
*§ 10-4 傅立叶 Fourier 级数	(420)
4-1 周期为 2π 的周期函数的傅立叶级数	
4-2 奇函数和偶函数的傅立叶级数	4-3 周期为 $2l$ 的周期函数的傅立叶级数
* 习题 10-4	
小结与综合例题	(429)
总习题	(437)
习题答案与提示	
简明积分表	

第一章 函数、极限与连续

§ 1-1 函数概念

函数描述客观世界中量与量之间的依存关系,是微积分学主要的研究对象. 这一节我们将阐明一元函数的定义、函数的简单性态及复合函数等重要概念.

1-1 常量与变量

在研究自然现象和生产过程中所出现的量各种各样,但从它们取值的情况来看不外乎两种:一种是在研究过程中可以取不同值的量,称为变量,一种是在研究过程中只取同一值的量,称为常量. 比如自由落体运动,物体下落所经过的时间、离地面的高度、速度等都是变量;而物体的质量、加速度等都是常量. 变量通常用 x, y, z 等表示,常量通常用字母 a, b, c 等表示.

变量取值的范围称为变域,最常用的变域是区间. 区间分为两类:

(1) 有限区间

介于两个实数 a 与 b 之间的一切实数叫做有限区间. 在 $a < b$ 时, a 称为左端点, b 称为右端点. 按照包括或不包括端点在内,有限区间分为

- 1) 闭区间,两个端点都包括在内,记作 $a \leq x \leq b$ 或 $[a, b]$;
- 2) 开区间,两个端点都不包括在内,记作 $a < x < b$ 或 (a, b) ;
- 3) 半开区间,只包括一个端点在内,记作 $a \leq x < b$ 或 $[a, b)$ 及 $a < x \leq b$ 或 $(a, b]$.

(2) 无限区间

1) 小于(不大于) c 的一切实数,记作 $-\infty < x < c$ 或 $(-\infty, c)$
($-\infty < x \leq c$ 或 $(-\infty, c]$);

2) 大于(不小于) c 的一切实数,记作 $c < x < +\infty$ 或 $(c, +\infty)$
($c \leq x < +\infty$ 或 $[c, +\infty)$);

3) 一切实数,记作 $-\infty < x < +\infty$ 或 $(-\infty, +\infty)$.

在数轴上,有限区间用数轴上从 a 到 b 的有限线段表示,无限区间用射线或整个数轴表示.

在变量概念的基础上,现在进一步来阐明什么是函数.

1-2 函数概念

在观察某种自然现象或生产过程时,总可以看到某些量是在不断地变化着的,而且这些量之间还经常有着一定的联系,比如圆面积 A 是随半径 r 而变化的,它们之间有如下关系:

$$A = \pi r^2$$

又如自由落体运动所经历的距离 s 是不断地变化的,它与时间 t 有关系

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

其中 g 是重力加速度.

类似的例子在自然现象中是很多的.

这些例子虽然实际意义各不相同,但在所讨论的问题中都有两个变量,而且这两个变量都有这样的特性,当其中一个变量的值确定之后,根据一个确定的关系式另一个变量的值也随之确定,我们把这样两个变量之间的关系称为函数关系

一元函数的定义 设有两个变量 x 与 y ,如果当变量 x 在给定的某一变域中取任意一个值时,另一个变量 y 依某一确定的法则有一个值与 x 的这个值相对应,那末变量 y 称为变量 x 的函数.记作

$$y = f(x)$$