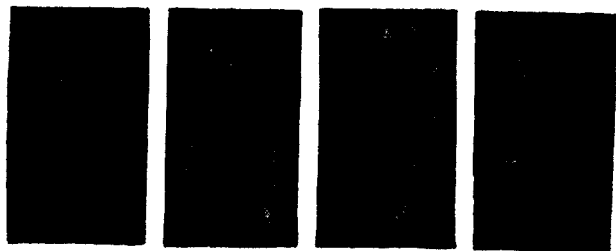


基础部分



徐礼人 编著

广西人民出版社

经 济 数 学

徐 礼 人 编 著

☆

广 西 人 民 出 版 社 出 版

(南宁市河堤路14号)

广西新华书店发行 广西民族印刷厂印刷

※

开本850×1168 1/32 10.875印张 插页2 字数280,000

1983年5月第1版 1983年5月第1次印刷

印 数 1—12,100 册

书号: 7113·459 定价: 1.30元

编 者 的 话

随着现代科学技术的日益发展，高等数学不断应用到经济工作和经济学科的各个方面，逐渐形成了一门新的科学——经济数学。为了适应经济工作者和大、专院校经济专业教学和学习的需要，我们特出版《经济数学》（基础部分）一书。

全书约20万字分四章：一、线性代数；二、微积分；三、概率；四、计算机初步。并附录有中英文词汇对照表。侧重于研究高等数学在经济工作中的具体运用。详细阐述了“经济数学”的原理和基本知识。由于作者徐礼人老师在撰写过程中广泛征求中国人民大学、中央财政金融学院、长沙国防科技大学、广西大学、上海财经学院、上海外贸学院等高等院校有关数学老师的意见，大大提高书稿的质量。本书可供大、专院校经济专业作数学课本用，也可供在职经济工作干部自学和进修“经济数学”课之用。

编 者

目 录

第一章	线性代数	(1)
第一节	集合.....	(1)
第二节	矩阵.....	(16)
第三节	线性方程组.....	(35)
第四节	规划论初步.....	(48)
第五节	高阶等差数列、自然对数.....	(82)
第六节	拉格郎日插值法.....	(93)
第二章	微积分	(106)
第一节	微分.....	(106)
第二节	不定积分.....	(151)
第三节	定积分.....	(170)
第三章	概率	(198)
第一节	组合、阶乘.....	(198)
第二节	概率.....	(207)
第三节	随机变量、概率分布.....	(228)
第四节	误差理论.....	(253)
第四章	计算机初步	(274)
第一节	进位制.....	(274)
第二节	逻辑.....	(285)
第三节	计算机.....	(296)
附 录	中英文对照词汇	(336)

第一章 线性代数

第一节 集 合

1.1 集合的概念

集合是指具有一定特征的事物的全体，简称集 (set)。一个集合里面的每一个事物，称为这个集合的一个元素 (Element)。集合是一切数学知识的基础，它和集体、群体、组群等有相同的含义。

集合中的元素必须是确定的，否则无从区别这一集合与那一集合的不同之处。元素可以是数或事物，后者亦可以数字、文字或符号表示之。

现举出集合的例子如下：

1. 从 1 到 100 所有自然数的集合；
2. 一个一元 n 次方程的解的集合；
3. 50 个国营工业企业会计科目的集合；
4. 某班级中 40 名学生的集合；
5. 收款、付款、转帐三种凭证的集合。

将上面 5 个集合作出分析列表如下：（表见第 2 页）

集合一般可用大写字母 $A, B, \dots$ 等表示之，集合的元素一般可用小写字母 $a, b, \dots$ 等表示之。

以上 5 个例子，每个集合所含的元素都是有限个。

开头二个例子，元素均是数，后面 3 个例子中，会计科目有

集合编号	元 素			集合记作	元素集合的关系记作
	名 称	个 数	记 作		
1	自然数	100	n	N	$n \in N$
2	方程的解	n	x	E	$x \in E$
3	会计科目	50	a	A	$a \in A$
4	学 生	40	s	C	$s \in C$
5	凭 证	3	i	I	$i \in I$

50个，可用 $a_1, a_2, \dots, a_{50}$ 等表示之。

学生可以学号来表示，例如从01编到40；凭证可以用 i_1, i_2, i_3 区分之。

符号 $\in$ （Epsilon）读作“属于”。 $n \in N$ 读作元素 n 属于集合 N ，或 n 是 N 中的一个元素。

符号 $\notin$ 读作“不属于”。 $b = 101$ 则 b 不是 N 中的一个元素，记作 $b \notin N$ ，读作 b 不属于 N ，或 b 不是 N 中的一个元素。

- 问答题：**
1. 举出一个以数为元素的集合的例子。
 2. 举出一个以若干种商品为元素的集合的例子。
 3. 各举一例，说明某一元素属于一个集合，另一元素不属于这一集合。

1.2 集合的表示法

通常有三种不同的表示法：

1. 列举法 就是将集合中的元素一一枚举而列出之，这种方法仅能识别集合中的元素是什么但还不能说明它的性质。

例如：

$$N = \{1, 2, 3, \dots, 100\};$$

$$E = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\};$$

$$A = \{a_i, i \text{ 从 } 1 \text{ 到 } 50\};$$

$$C = \{01, 02, 03, \dots, 40\};$$

$$I = \{i_1, i_2, i_3\};$$

上例中 a_i 中的 i 称为 a 的下标 (Subscript), 同样, i_1 中的 1 称为 i 的下标.

如果集合中含有无限个元素时, 例如全部偶数的集合可表示如下:

$$S = \{2, 4, 6, \dots 2n \dots\}$$

2. 描述法 就是将集合中的元素特征用语句或关系式描述之. 这种方法的缺点是不直观.

例如: $N = \{a \mid a \text{ 是 } 1-100 \text{ 的自然数}\}$

或 $N = \{a: a \text{ 是 } 1-100 \text{ 的自然数}\}$

上面 $\{\}$ 中的 $\mid$ 或 $:$ 表示元素的描述内容

遇到描述解集时可将方程、不等式写在未知元的后面.

例如: $E = \{y: y^2 - 3y + 2 < 0\}$

意思是: E 是不等式 $y^2 - 3y + 2 < 0$ 的解集;

$$E = \{x \mid ax^2 + bx + c = 0\}$$

意思是: E 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解集.

又例: $C = \{s \mid s \text{ 是某班级的学生}\};$

$$I = \{i: i \text{ 是原始凭证}\}.$$

3. 图形法 这是一种比较直观 的表示法, 通常用圆域表示某一集合. 所谓“圆域”是指一个圆内部的点, 连同圆周上的点 (图 1). 将点表示一个集合的元素. 画一个圆或者一个椭圆都可以看作是圆域.

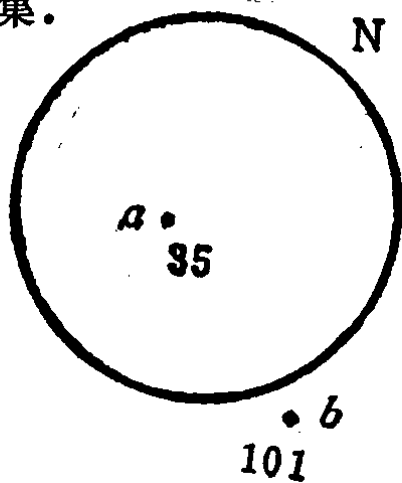


图 1

图 1 中 $a = 35, b = 101.$

$$a \in N, b \notin N.$$

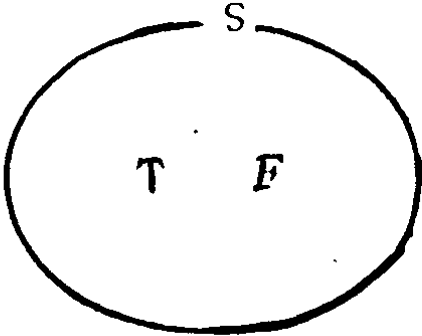
以上是集合的三种表示法, 可根据要求和具体情况适当采用之.

问答题: 1. 举出一个以若干个质数为元素的集合并分别用

上述三种方法表示之。

2. 对下面给出的集合,用其他二种表示法说明之:

- (一) $N = \{a | a \text{ 是 } 100 \text{ 以内能被 } 9 \text{ 整除的自然数}\};$
- (二) $D = \{e, s, w, n\};$
- (三)



1.3 子集

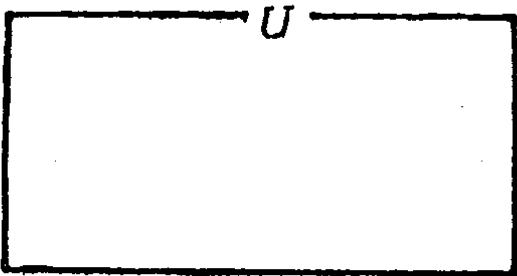


图 2

将某一固定的集合称它的全体为全集 (Universal set)。全集可用矩形表示之,并记作U。(图 2)

在考虑自然数的集合时,如果说 N_1 为全部自然数的集合(或称自然数集),而 N_2 为从 1 到 50 所有自然数的集合,则 N_1 称为全集,而 N_2 是全集的部分集合,可记作:

$N_2 \subset N_1$ 或 $N_1 \supset N_2$

读作 N_2 包含于 N_1 ,或 N_1 包含 N_2 。

可用图形表示如下(图 3):

N_1

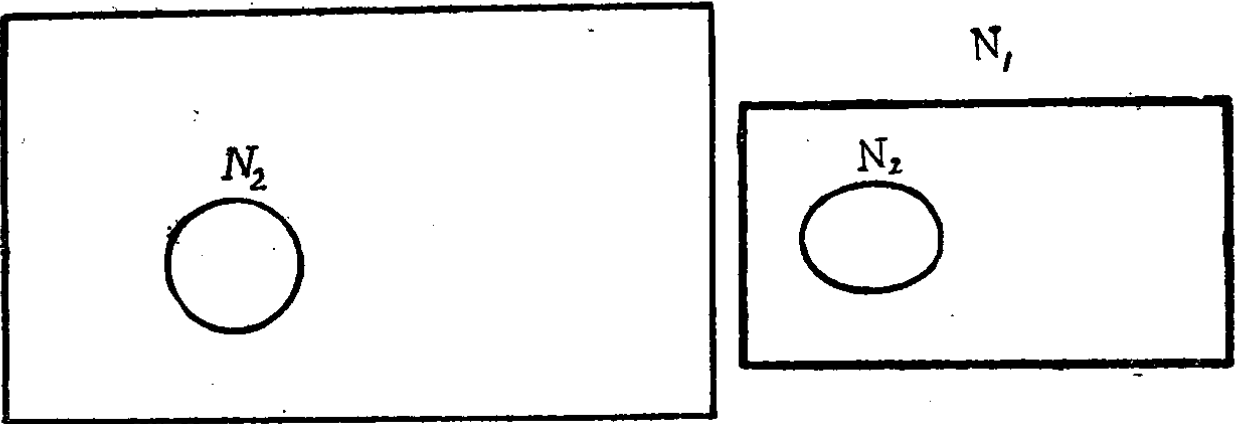


图 3

如果 $A \subset B$, 且 $B \subset A$, 则 $A = B$, 称为相等的集合.

例如: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 1, 2\}$, 可验证 $A = B$. 从图形来看, 如果 A 、 B 二个集合: $A = B$, 则表示圆域 A 和圆域 B 重合. (图略)

有二个集合: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 集合 B 中的元素全可在集合 A 中找出, 这样就称 B 为 A 的子集, A 则称为 B 的母集. 一般地, 对于每个 $a \in B$, 都有 $a \in A$, 则称 B 为 A 的子集 (Subset), 记作 $B \subseteq A$. (这时应称 A 为 B 的母集 (Superset)). 对于每个 $a \in B$, 都有 $a \in A$, 且至少有一个 $b \in A$, 但 $b \notin B$, 则称 B 为 A 的真子集 (Proper Subset), 记作 $B \subset A$. 所以说, 上例中, B 既是 A 的子集, 也是 A 的真子集.

例如: 给出 $I = \{i_1, i_2, i_3\}$. 如果 $I_1 = \{i_1, i_2\}$, $I_2 = \{i_3\}$ 则 $I_1, I_2 \subset I$, 即 I_1, I_2 是 I 的真子集 (当然也是 I 的子集). 又 $I_3 = \{i_1, i_2, i_3\}$, 则 $I_3 \subseteq I$, 即 I_3 是 I 的子集, 但不是 I 的真子集. 就是说, 集合的本身也是它的子集.

问答题: 1. 用图形法表示 $U = \{\text{复数}\}$, $R = \{\text{实数}\}$, $I = \{\text{整数}\}$.

2. 说明上题中三个集合的包含关系.

3. 集合的真子集就是子集, 或子集就是真子集. 这二句话是对的还是错的? 试举例回答.

1.4 空集

不包含任何元素的集合称为空集 (Null set), 记作 ϕ (ϕ 读作phi).

例如: $I = \{i_1, i_2, i_3\}$ 表示三种凭证的集合; $I_4 = \phi$, 表示 I_4 不包含任何凭证, 故称 I_4 为空集.

注意区别 0 与 ϕ . 前者是数 0 , 它本身就是一个元素; 而后者表示没有任何元素. 例如: $x^2 - x = 0$ 的解集: $S_1 = \{0, 1\}$; 但 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内的解集是 $S_2 = \phi$, S_1 有二个确定的元素,

其中有一个是数 0，而 S_2 不包含任何元素，故应视作为空集。

下面讨论集合的子集个数

例如将数字表示人民币的面值，组成下面的集合：

$B = \{1, 2, 5, 10\}$ 即有一元、二元、五元和十元的钞票。如果以 B 为一个集合，问 B 有多少个子集，其中有多少个真子集？

答： B 应有十六个子集，其中十五个是真子集，而空集 $\phi = \{ \}$ 视作为真子集。

即： ϕ ；

$\{1\}, \{2\}, \{5\}, \{10\}$ ；

$\{1, 2\}, \{2, 5\}, \{5, 10\}, \{1, 5\}, \{1, 10\}, \{2, 10\}$ ；

$\{1, 2, 5\}, \{1, 2, 10\}, \{2, 5, 10\}, \{1, 5, 10\}$ ；

$\{1, 2, 5, 10\}$ 。

根据二项式定理可以验证：有 n 个元素的集合应有 2^n 个子集，其中 $2^n - 1$ 个为真子集。例如上题中 B 有四个元素，故应有 $2^4 = 16$ 个子集，其中前十五个是真子集。

问答题：1. 计算图表 1 中每个集合的子集和真子集的个数。

（图表 1 见第 2 页）

2. 给出一个收款、付款、转帐三种凭证的集合，问此集合的子集和真子集各有多少个？

练 习

1. 用列举法和描述法来表示下列各集合：

a. 全部偶数的集合；

b. 从 1 到 99 所有奇数的集合；

c. 粳米、籼米、糯米和面粉四种粮食的集合；

d. 方程 $a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0$ 的解的集合；

2. 说明下列集合的含义；

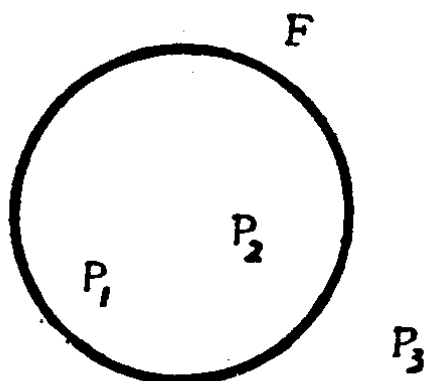
a. $S = \{x \mid x^2 - 7x + 6 = 0\}$ ；

b. $C = \{x, y \mid x^2 + y^2 = r^2\}$ ；

c. $L = \{0, 1\}$;

d. $N = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$.

3. 根据下图说明 p_1 、 p_2 、 p_3 与 F 的关系，并根据此图拟一个以会计科目为元素的集合的实际例子。



4. a. 设 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
问 $A \subset B$ ， $A \subseteq B$ 各表示什么？
b. 以下三个集合相等否？为什么？
 $\{a, b, c\}$ ， $\{b, c, a\}$ ， $\{a, a, b, b, b, c\}$ 。
5. 回答下列各集合的子集个数，并说明其实际意义。
a. 以我国现通用的铝币。每种一枚组成一集合；
b. 以下午一时至四时划分为四个单位时间组成一个集合。

思考题：

6. a. 用全集（数集）的图形表示：整数、有理数、实数、复数；
b. 所有球面上的点 $P(x, y, z)$ 组成的集合用描述法表示之。

1.5 交集

如果集合 C 中的所有元素既属于集合 A ，又属于集合 B ，则集合 C 称为集合 A 和集合 B 的交集（Intersection），记作 $\cap$ 。

$A \cap B = C$ ，表示 A 和 B 的交集是 C 。

即 $C = A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。

例如：1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

则 $C = A \cap B = \{1, 3, 5\}$.

左图 4 中, 阴影部分表示

$$C = A \cap B = \{1, 3, 5\}$$

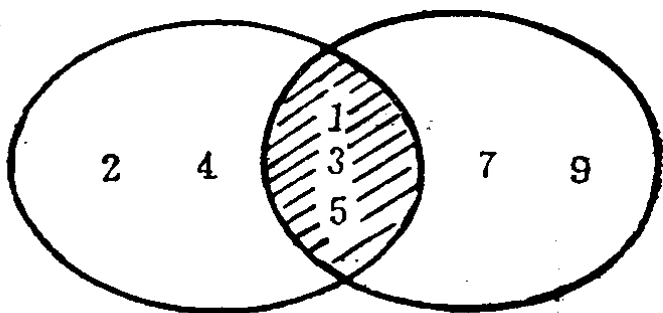


图 4

2. P 表示每月中双日的集合, Q 表示每月中单日的集合, 则它们的交集 $V = P \cap Q = \phi$.

3. 已知不等式组 $\begin{cases} x > -2 \\ x < 1. \end{cases}$

则此组的解集 S 应为:

$$S_1 = \{x | x > -2\}; \quad S_2 = \{x | x < 1\};$$

$$\therefore S = S_1 \cap S_2 = \{x | -2 < x < 1\}.$$

即两个或若干个联立的不等式构成的不等式组的解集是原来两个或若干个不等式的解集的交集.

容易验证 $A \cap B = B \cap A$. 因为它们都含有完全相同的元素.

两个集合的交集有三种不同的情况: (图 5)

第一种情形: $A \cap B = C$, $C = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, 且 $C \neq \phi$, $C \neq A$, $C \neq B$. (图 5. (1))

第二种情形: $A \cap B = C$, $C = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, 且 $C \neq \phi$, 但 $C = A$ 或 $C = B$. (图 5. (2))

第三种情形: $A \cap B = C$, $C = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, 且 $C = \phi$, $C \neq A$, $C \neq B$. (图 5, (3))

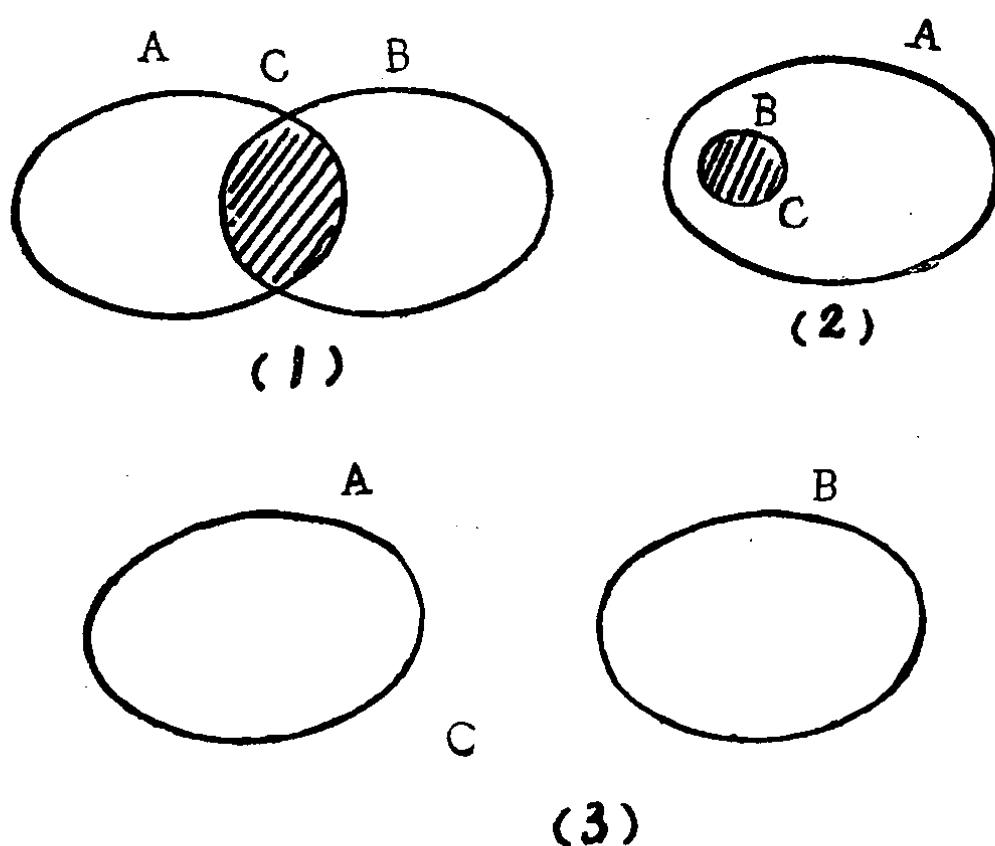


图 5

可用交集的三种不同情况来说明几何图形有相交、相含、相离三种不同情况。

1.6 并集

如果集合F既包含集合D的所有元素，又包含集合E的所有元素，则集合F称为集合D和集合E的并集（Union）记作U。

$D \cup E = F$ ，表示D和E的并集为F。

又可记作： $F = D \cup E = \{x | x \in D \text{ 或 } x \in E\}$

$= \{x | x \text{ 至少属于 } D、E \text{ 中的一个}\}。$

并集F并不包含既不属于D，又不属于E的一些元素。

例如：1. $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. $E = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

则 $F = D \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$ 。

下图 6 中，阴影部分表示：

$F = D \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$ 。

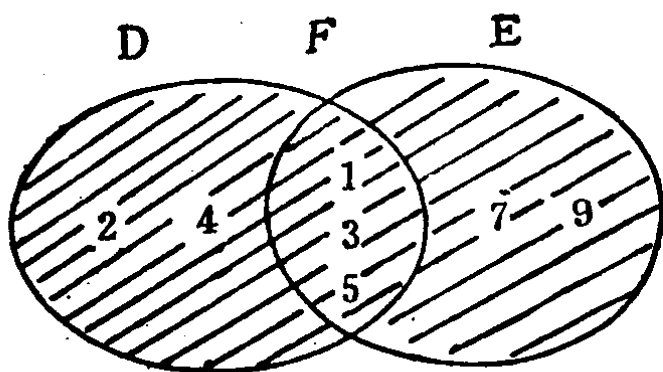


图 6

2. P 表示所有末尾是单号的伍元钞票集合，
 Q 表示所有末尾是双号的伍元钞票集合，
 则 $F = P \cup Q$ ， F 表示所有的伍元钞票集合。

3. 一元二次不等式 $x^2 - 5x + 6 > 0$ 的解集

$$\begin{aligned} S &= \{x | x^2 - 5x + 6 > 0\} \\ &= \{x | (x > 3) \cup (x < 2)\}. \end{aligned}$$

即此不等式的解集为 $x > 3$ 与 $x < 2$ 二个解集的并集。

容易验证： $A \cup B = B \cup A$ ，因为它们都含有完全相同的元素。

两个集合的并集也有三种不同的情况，可用图形法表示之。
 交集和并集的实际应用例子举出如下：

例：某工厂共有六批产品，按销路区分编号则外销商品

$A = \{1, 2, 3\}$ ，内销商品 $B = \{4, 5, 6\}$ ；按质量区分编号则
 一等品 $P = \{1, 2, 4\}$ ，二等品 $Q = \{3, 5\}$ ，等外品 $R = \{6\}$ 。
 问 $A \cup B$ ， $P \cup Q \cup R$ ， $A \cap P$ ， $B \cap Q$ ， $B \cap R$ 各表示什么集合？

设 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{4, 5, 6\}$ ， $P = \{1, 2, 4\}$ ，

$Q = \{3, 5\}$ ， $R = \{6\}$

则 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。

$P \cup Q \cup R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

以上均表示某厂所有产品的集合，

又 $A \cap P = \{1, 2\}$ 表示外销一等商品的集合，

$B \cap Q = \{5\}$ 表示内销二等商品的集合，

$B \cap R = \{6\}$ 表示内销等外商品的集合。

前二者为并集，后三者为交集。

问答题：1. 求下列集合的交集和并集：

a. $I_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $I_2 = \{3, 6, 9, 12\}$

b. $P = \{\text{班级中所有男同学}\}$,

$Q = \{\text{班级中所有女同学}\}$ 。

2. 以产品的原料为元素，举出交集和并集的例子。

1.7 补集

如果在全集 U 中有一个子集为 P ，则所有不属于 P 但属于 U 的元素组成的集合称为 P 的补集 (Complement)，记作 $\bar{P}$ 或 $\sim P$ 。补集或称余集。

即如果 $P \cup \bar{P} = U$, $P \cap \bar{P} = \phi$ ，则称 P 与 $\bar{P}$ 为互补；也可称 P 为 $\bar{P}$ 的补集，或 $\bar{P}$ 为 P 的补集。

又 P 的补集 $\bar{P}$ 的补集仍为 P ，记作 $\overline{\bar{P}} = P$ 。

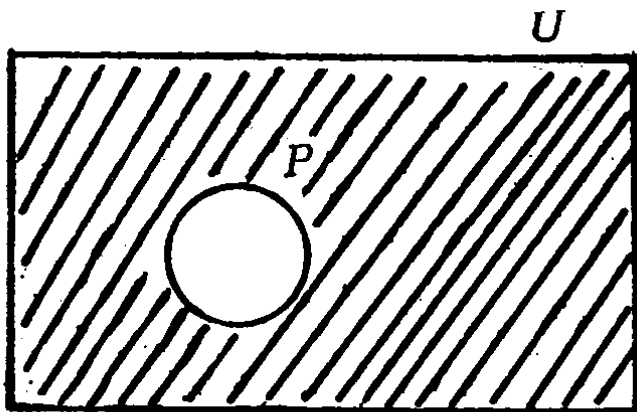


图 7

例如：1. $A_1 = \{3, 7, 11, 17, 19\}$;

若 $A_2 = \{3, 11\}$ 则 $\bar{A}_2 = \{7, 17, 19\}$;

若 $A_3 = \{19\}$ 则 $\bar{A}_3 = \{3, 7, 11, 17\}$ 。

2. $U = \{x | x \text{ 为 } 2-100 \text{ 的正整数}\}$;

$P = \{x | x \text{ 为 } 100 \text{ 以内的质数}\}$,

则 $\bar{P} = \{x | x \text{ 为 } 100 \text{ 以内的合数}\}$ 。

3. $Y = \{\text{所有人民币钞票的种类}\};$

$Y_1 = \{\text{所有一元人民币}\},$

则 $\overline{Y_1} = \{\text{除一元人民币外所有钞票的种类}\};$

$Y_2 = \{\text{所有角票的种类}\},$

则 $\overline{Y_2} = \{\text{所有元票、分票的种类}\}.$

4. $\overline{\overline{U}} = \phi$ 或 $\sim U = \phi$

$\overline{\phi} = U$ 或 $\sim \phi = U$

5. 如果全集 U 为存款种类, C 为活期存款, 则 $\overline{C}$ 不能为定期存款 F , 因为存款种类除活期存款外尚有定期存款 F 和活两便存款 T 等等. (图 8)

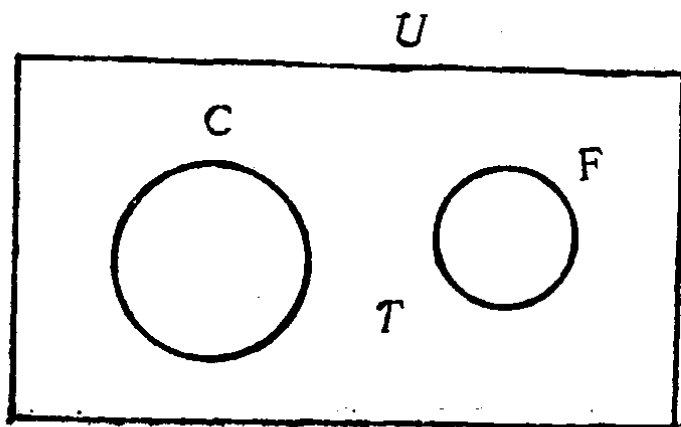


图 8

可以验证: 任一集合 A 与空集 ϕ 有如下的关系:

1. 交集 $A \cap A = A, \quad A \cap \phi = \phi;$

2. 并集 $A \cup A = A, \quad A \cup \phi = A;$

3. 补集 $A \cup \overline{A} = U, \quad A \cap \overline{A} = \phi.$

问答题: 1. 已知 $A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 且 $A \cap B = \phi;$

如果 $A = \{3, 15\}$, 问 $\overline{A} = ? \quad \overline{B} = ?$

2. 通用铝质硬币共有一分、二分、五分三种. 问所有一分硬币集合的补集是什么? 所有小于面值为五分硬币集合的补集是什么?

1.8. 映射

以摄影为例，本人是怎样的状态，摄得的底片就是怎样的状态。摄得的底片称为象（Image），本人称为原象，（Subject or Inverse Image）。象和原象以摄影的关系联系起来，然而它们终究是两个不同的事物。

在讨论两个集合关系的基础上，引进映射这一概念。

如果有集合X，通过一定的法则f，映入到集合Y，就是说：对于每一个 $x \in X$ ，就有一个 $y \in Y$ 与之对应，那末这种关系称为映射（Mapping），记作 $X \xrightarrow{f} Y$ ，即： $x \in X \xrightarrow{\text{映射}} y \in Y$ 。这里y便称为x在映射f下的象，而x则称为y的一个原象。

例如：1. A是所有银行存款的户名，

B是所有存款户的帐号，

则 $A \xrightarrow{f} B$ 即 $a \in A \xrightarrow{\text{映射}} b \in B$ 。

实际上，每一户各必对照一个帐号，在集合论上称户名映射到帐号，帐号是象，户名是原象，或户名到帐号的映射是f。这里f是根据户名确立帐号的手续。

2. X是工厂中所有职工的集合。Y是所有人人事资料的集合，映射是建立人事档案。

$X \xrightarrow{f} Y$ 即 $x \in X \xrightarrow{\text{映射}} y \in Y$

这里人事资料是象，职工是原象。它们之间的关系是映射。上例可用图形法表示如下（图9）：

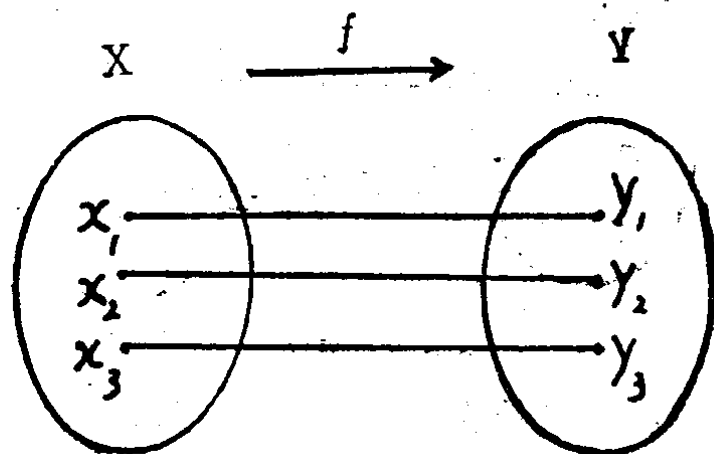


图9