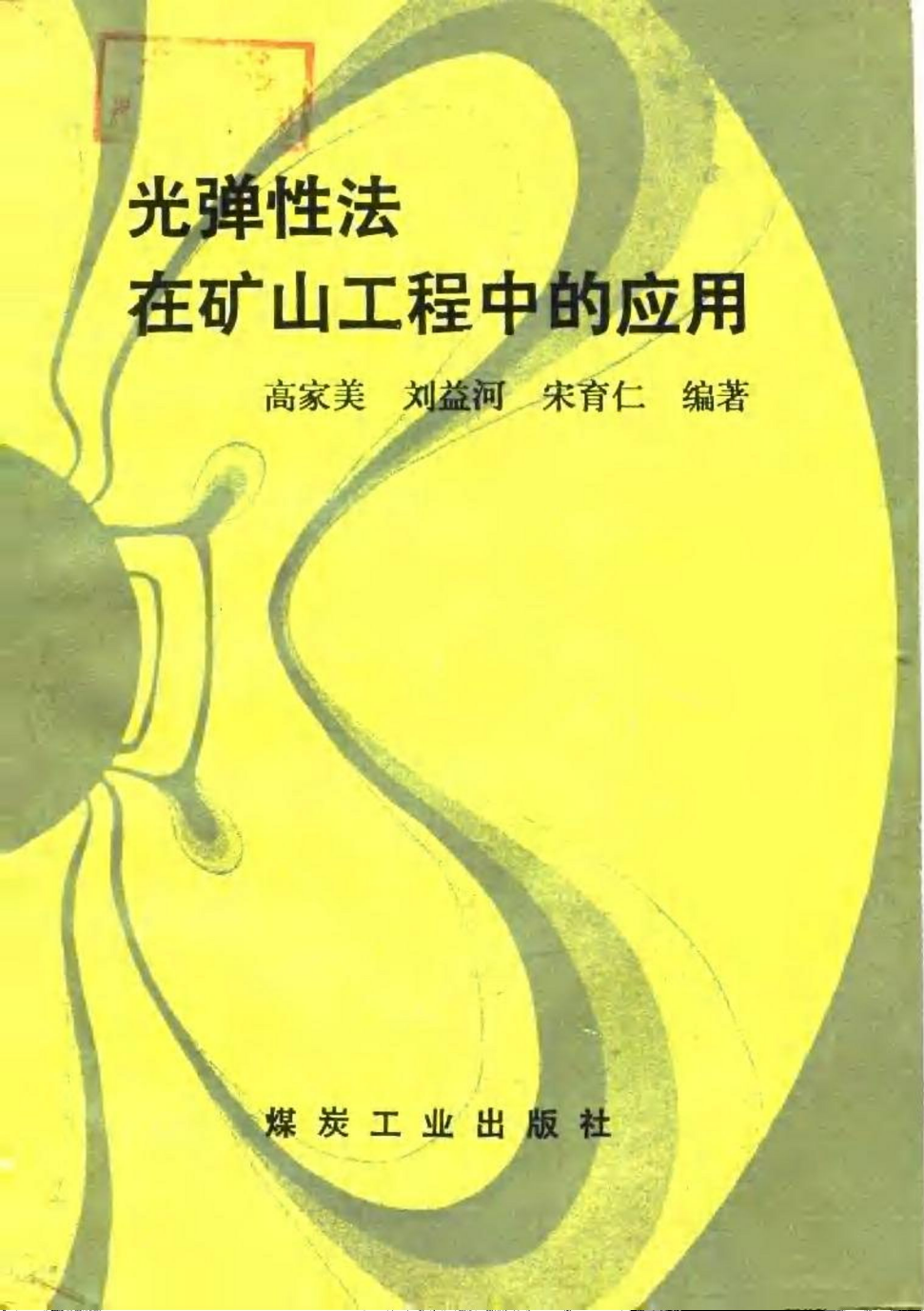




光弹性法 在矿山工程中的应用

高家美 刘益河 宋育仁 编著

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书在扼要地叙述了光弹性实验基本原理的基础上,以主要的篇幅和丰富的内容反映了光弹性法在矿山工程中的具体应用,其中包括:光弹性应力计,光弹性单向和双向应变计,光弹性模型实验在矿山工程和岩石断裂力学研究中的应用等。在内容的阐述和安排上始终贯穿着为矿山建设服务的指导思想,引用具体实例,突出了光弹性法在矿山工程中的应用,这是本书有别于其他光弹性专著의显著特点。

全书既注意了基本理论的完整性和严密性,又注意了实验技术和方法的先进性。因而本书可做高等院校本科生和研究生光弹性实验课的教材或参考书,也可供从事光弹性实验和矿山压力研究与观测的工程技术人员参考。

责任编辑:田克运

光弹性法在矿山工程中的应用

高家美 刘益河 宋育仁 编著

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本 $787 \times 1092\text{mm}^{1/32}$ 印张 $11^{3/8}$

字数247千字 印数 1—1130

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

ISBN 7-5020-0036-4/TD·36

书号 2949

定价 4.80元



序

光测弹性力学方法是实验应力分析的重要方法之一，它是通过模型或实物来测定结构的应力、应变和位移，其中包括普通光弹性法、全息光弹性法、云纹法和散斑干涉计量技术等。目前，平面光弹性法已很成熟，三维光弹性在生产建设上也得到了越来越多的应用。当前，光测力学方法除了在机械、土水、建筑、水利、航空、航天等方面得到广泛应用外，在力学的其他领域中如塑性力学、岩石力学、断裂力学、生物力学、复合材料以及动应力、热应力分析等方面的应用也有所突破。值得提出的是，近二十余年来，这门学科已大量地应用到矿山工程建设的各个部门，其中包括各种地下结构的受力状态分析，特别是矿山压力的观测等光测力学的方法正在普遍推广。

诚然，在电子计算机技术非常发达的今天，某些先前需要用光弹性法研究的应力分析问题如平面问题，现在可以用有限元等数值解法迅速解决。但在另一方面，作为校核设计的一种辅助手段的光弹性法，由于采用诸如激光技术、光电倍增管和电子计算机模拟等现代技术的结果，光测法的重要性非但不见减少，而是在继续增加，这是毋庸置疑的。

这本书的特色是，既继承了经典光弹性理论与实践，又较为详细地论述了它在矿山工程中的具体应用。作者把在矿山岩体应力、应变的现场监测的光弹技术介绍给煤炭系统的同行们，这是值得欢迎的。

本书的作者们在自己的科研、设计和教学岗位上从事光

弹性实验工作多年，积累了一定的实践经验。但这门学科还处于发展阶段，有些方法还不定型，难免有些争议。在当前加速四化建设，加强应用科学研究，提高经济效益，为生产建设服务的精神指导下，出版《光弹性法在矿山工程中的应用》，供高等院校和厂矿以及设计研究部门的科技工作者参考是很有现实意义的。

李 瑞

1986.2.10

前 言

光弹性实验是60年代才在我国兴起,后来不断发展起来的一门重要的实验应力分析技术。它是利用光学的方法分析结构的应力,从而达到校核和改进结构设计的目的,并且还可以解决某些在理论上目前还不能解决的复杂结构的应力分析问题。

光弹性法采用具有双折射性能的透明塑料,制成与被研究对象形状几何相似的模型,并使模型的受力情况与被研究对象的载荷相似*。将受力后的塑料模型置于偏振光场中,可获得应力干涉条纹图。这些条纹指示了模型边界和内部各点的应力状态。依照光弹性原理,可算出模型各点应力的方向和大小。实物上的应力可根据相似理论进行换算后求得。因而,光弹性法又是光学和力学紧密结合的以相似理论为基础的一种实验技术。

光弹性法和生产实践有着密切的关系。从历史上看,它的发展可分为四个阶段:

第一阶段是从1816年到1911年。在此期间,布鲁斯特(D·Brewster)发现了玻璃试件在荷载作用下产生的人工双折射现象,马克斯威尔(Maxwell)几乎集中了全部精力研究人工双折射的物理现象。利用双折射效应确定结构模型的应力状态的设想,实际上在当时已被提出来,由于玻璃材料的光学灵敏度较低以及加工制作的困难等各方面的原因而没能实现。

* 有关“相似”的概念,请见第四章。

从1911年到1936年的第二个阶段，可以称为是用光弹性法求解弹性理论的发展时期。在这个时期，建立了应力-光学定律、纽曼（Neumann）方程和马克斯威尔方程，同时还解决了当时弹性理论中一些疑难问题。

可把从1936年到1950年的第三个阶段称为三维静光弹时期。在这个时期主要是研究三维弹性理论问题和结构模型在静载荷作用下三维应力状态的模拟方法，出现了变形“冻结”法，并将此法广泛用于解决生产问题。

50年代以来，光弹性法开始进入现代发展的第四阶段。此时，冻结切片法已趋完善，并以电磁理论完整地解释了光弹性理论问题。该法广泛用于求解工程中复杂的三维问题。同时，方法本身也有新的发展，出现了动光弹、热光弹、光塑性、光蠕变、散斑法、云纹法、贴片法、磁光弹等新方法。1963年，光弹性法又进入一个新的发展时期，那就是将激光技术、电子技术和计算机技术与光弹性法相结合，并广泛渗透到诸如岩石力学、断裂力学、生物力学、弹塑性力学、复合材料力学等新的学科领域。目前，则统称用光学原理解决力学问题的方法为光测力学方法。

解放前，由于生产水平低下，我国的光弹性实验工作也较落后。新中国成立后，随着生产力的发展光弹性实验工作也迅速开展起来。70年代是我国光测力学蓬勃兴起的时期，也是它在工程研究方面获得普遍应用的时期。它成为断裂力学、岩石力学等新学科的研究和发展中不可缺少的实验手段之一。

光弹性法之所以能被广泛地应用，是因为它直观性强，可以直接观察并获得被研究物体的应力状态，尤其能直接得到应力集中的部位，迅速而准确地求出应力集中系数。在矿

山工程建设中,用光弹性法进行不同设计方案的对比实验既方便又直观。将光测技术用于岩体应力实测,更为新颖。总之,利用光弹性法进行应力分析,不仅能准确地解决二维问题,还可以有效地解决三维问题;不仅能获得模型边界的应力分布,还能获得模型内部各截面的应力分布。所以,它是一种迅速而又能获得全场资料的方法。

本书共十章,主要是根据作者多年科研工作的实践编著而成。

在简明扼要地叙述光弹性实验基本原理的基础上,书中以主要的篇幅和丰富的内容反映了光弹性法在矿山工程中的具体应用。在内容的阐述和安排上始终贯穿着为矿山建设服务的指导思想,这是本书有别于其他光弹专著的显著特点。

全书既注意了基本理论的完整性,又注意了实验技术和方法的先进性,同时突出了它在矿山工程中的运用,并引用了具体实例。从第一到第六章,简述了光弹性法的基本原理,介绍了光弹性仪、观测及计算技术,讨论了适合于模拟矿山问题的光弹性材料的有关问题。从第七到第十章,以丰富的内容介绍了光弹性法在矿山工程中的具体应用,这正是本书的主要特色。书中既有用模拟实验法预估围岩的初始破裂、矿井水闸门的应力状态分析和探索锚杆支护作用机理的应用实例,又详细地叙述了把光测技术应用到矿山现场的光弹性应力计和光弹性单、双向应变计等。因此,本书既可做本科生和研究生光弹性实验课的教材和参考书,又可供从事光弹性实验和矿山压力研究与观测的工程技术人员参考。

在本书的编写过程中,承蒙焦作矿业学院采矿系副主任庞俊勇同志和中国矿业大学北京研究生部刘文斌副教授给予

4
了大力支持和帮助，他们先后都对全部进行认真的校阅，提出了宝贵意见，在此表示感谢！

1986.2.4

目 录

第一章 光弹性法基本原理	1
§ 1-1 平面应力——光学定律	1
§ 1-2 平面受力模型在平面偏振光场中的光弹性 效应	4
§ 1-3 等差线	7
§ 1-4 等倾线	11
§ 1-5 主应力迹线和最大剪应力迹线	18
§ 1-6 材料条纹值的测定	23
第二章 光弹性仪及观测技术	27
§ 2-1 光弹性仪	27
§ 2-2 等倾线的消除——圆偏振场实验	37
§ 2-3 等差线级数的确定	44
§ 2-4 $\left(n + \frac{1}{4}\right)$ 级和 $\left(n + \frac{3}{4}\right)$ 级 等差线的获得	46
§ 2-5 非整数条纹级数的确定	52
第三章 平面模型中的应力计算法	61
§ 3-1 边界应力的确定	61
§ 3-2 应力集中及应力集中系数的确定	64
§ 3-3 模型内部应力分离法——剪应力差法	68
附录 电算程序	76
第四章 模型相似理论简介	82
§ 4-1 相似现象的基本概念	82
§ 4-2 方程分析法确定相似判据	86

§ 4-3	量纲分析和 π 定理	90
§ 4-4	泊松比 μ 对应力分析结果的影响	99
第五章	光弹性材料	102
§ 5-1	对光弹性材料的要求和材料性能	102
§ 5-2	环氧树脂光弹性材料的制作	116
§ 5-3	不同弹性模量的光弹性材料制作方法	126
§ 5-4	聚碳酸酯光弹性材料	138
§ 5-5	模拟岩石裂隙面 C 、 f 值的模型材料	144
第六章	三维光弹性的实验原理和方法	148
§ 6-1	次主应力	148
§ 6-2	三维光弹性实验中的应力-光学定律	152
§ 6-3	三维模型自由表面的应力测量方法	154
§ 6-4	三维模型内部应力的计算	163
附录	三维模型实验数据处理电算程序	186
第七章	光弹性应力计	197
§ 7-1	光弹性应力计的理论基础	198
§ 7-2	基本类型与结构	200
§ 7-3	光应力计的制造工艺	203
§ 7-4	现场应用技术	205
§ 7-5	率定试验	211
§ 7-6	影响应力场的因素	218
§ 7-7	应用实例	219
第八章	光弹性应变计	234
§ 8-1	概述	234
§ 8-2	单向应变计的结构和基本原理	237
§ 8-3	单向应变计的参数选择	240
§ 8-4	单向应变计的制造工艺	243
§ 8-5	单向应变计常数 H_e 、 H_p 的标定方法	248
§ 8-6	影响测量精度的几个因素	250

§ 8-7 单向应变计的读数及计算方法	253
§ 8-8 粘贴技术与实测步骤	257
§ 8-9 单向应变计的实际应用	260
§ 8-10 双向应变计的基本原理和计算方法	268
§ 8-11 双向应变计的率定实验	281
§ 8-12 原体应力的换算	288
§ 8-13 双向应变计的现场应用实例	290
第九章 光弹性模型实验在矿山工程中的应用	295
§ 9-1 地下工程开挖过程的光弹性研究	295
§ 9-2 用光弹性模拟实验法预估围岩的初始破裂	304
§ 9-3 矿井水闸门硐室应力状态的分析	309
§ 9-4 锚杆支护的光弹性实验	320
第十章 光弹性法在岩石断裂力学中的应用	330
§ 10-1 概述	330
§ 10-2 用双条纹差分法确定应力强度因子	333
§ 10-3 用全息光弹性法确定应力强度因子	339
参考文献	351

第一章 光弹性法基本原理

§ 1-1 平面应力——光学定律

人们在生产实践中，常常发现某些人造透明材料，例如环氧树脂板、玻璃、赛璐珞等，当它们受外力作用在内部产生应力的情况下，也和光学各向异性的天然晶体材料一样，产生双折射现象。但当除去外力后，双折射效应即随之消失，材料又恢复了原来的光学各向同性性质。人们称这种现象为暂时双折射。因此，只要用透明光敏材料制成平面模型，并使模型受力处于平面应力状态，那么，当平面偏振光垂直射入处于平面应力状态的模型时，光波即沿模型射入点的应力主轴方向分解成两束平面偏振光。这两束平面偏振光在模型内部的传播速度不同，故通过模型后产生光程差 δ (图 1-1)。

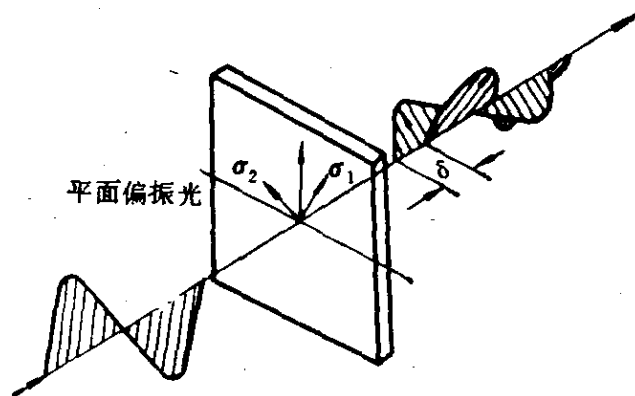


图 1-1 平面偏振光通过受力模型

实验证明, 模型上任一点的主应力与折射率有下列关系:

$$\left. \begin{aligned} n_1 - n_0 &= A\sigma_1 + B\sigma_2 \\ n_2 - n_0 &= A\sigma_2 + B\sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中 n_0 ——无应力时模型材料的折射率;

$n_1(n_2)$ ——模型材料对振动方向为 $\sigma_1(\sigma_2)$ 方向的一束平面偏振光的折射率;

A, B ——模型材料的绝对应力光学系数。

从式(1-1)消去 n_0 , 并令 $C = A - B$, 得

$$n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1-2)$$

式中 C ——模型材料的应力光学系数。

由于沿 σ_1 与 σ_2 方向振动的两束平面偏振光在模型内传播的速度 V_1 和 V_2 不同, 因此它们通过模型的时间也不同, 分别

为 $t_1 = \frac{h}{V_1}$ 和 $t_2 = \frac{h}{V_2}$ (h 为模型的厚度)。当其中一束刚从模型中出射时, 另一束已在空气中前进了一段距离 δ , 即

$$\delta = V(t_1 - t_2) = V\left(\frac{h}{V_1} - \frac{h}{V_2}\right) \quad (1-3)$$

式中 V ——空气中的光速。

δ 就是两束平面偏振光以不同速度通过模型后所产生的光程差。若以折射率 n_1, n_2 来表示, 将 $n_1 = \frac{V}{V_1}$ 和 $n_2 = \frac{V}{V_2}$

代入式(1-3)可得

$$\delta = h(n_1 - n_2) \quad (1-4)$$

将式(1-2)代入式(1-4)得

$$\delta = ch(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1-5)$$

式(1-5)表示的就是平面光弹性实验的应力-光学定律。

它是光弹性法的基础。由该式可知，当模型厚度一定时，任一点的光程差与该点的主应力差成正比。

在光弹性实验中，所求得的不是光程差 δ 而是条纹级数 n ，即

$$n = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ch}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1-6)$$

式中 λ ——光线的波长。

所以有
$$\sigma_1 - \sigma_2 = n \frac{\lambda}{ch}$$

或者
$$\sigma_1 - \sigma_2 = nF \quad (1-7)$$

式中
$$F = \frac{\lambda}{ch} \quad (1-8)$$

F 称为模型条纹值，单位为MPa/条，它是鉴别材料灵敏度的一个重要指标。由式(1-8)可见， F 不但与模型材料的应力光学系数 C 和模型厚度 h 有关，而且还与透射光的波长 λ （即使用的光源）有关。一般，为了单纯鉴别材料的灵敏度，常把模型厚度的因数除去，称为材料条纹值，用 f_0 表示（单位为kN/m·条），即

$$f_0 = Fh = \frac{\lambda}{C} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)h}{n} \quad (1-9)$$

f_0 表示当模型材料为单位厚度时，对应于一定波长的光源，产生一级等差线所需的主应力差值。因而， f_0 的数值越小，表示材料的灵敏度越高。用环氧树脂制成的材料，其材料条纹值 $f_0 = 13\text{kN/m} \cdot \text{条}$ 左右。

有时，用材料质量系数 S 去鉴别材料的优劣。 S 定义为

$$S = \frac{E}{f_0} \quad (1-10)$$

式中 E ——模型材料的弹性模数。

显然, S 值越大越好, 一般为200~300条/mm。

§ 1-2 平面受力模型在平面偏振光场中的光弹性效应

光弹性法的实质, 是利用光弹性仪测定光程差的大小, 然后根据应力-光学定律确定主应力差。

先讨论利用正交平面偏振光场进行测量的情况。如图1-2所示, 用符号 P 和 A 分别代表起偏镜和检偏镜的偏振轴。把受有平面应力的模型放在两个偏振镜之间, 以单色光为光源, 光线垂直通过模型。设模型上 O 点的主应力 σ_1 与偏振轴 P 之间的夹角为 ψ (图1-3)。单色光通过起偏镜后成为平面偏振光

$$u = a \sin \omega t \quad (1-11)$$

到达模型上的 O 点时, 由于模型的暂时双折射效应, 沿主应力方向分解成两束平面偏振光。

沿 σ_1 方向:

$$u_1 = a \sin \omega t \cos \psi \quad (1-12)$$

沿 σ_2 方向:

$$u_2 = a \sin \omega t \sin \psi \quad (1-13)$$

这两束在模型中传播速度不同的平面偏振光通过模型后, 产生光程差 δ 或相位差 $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$, 这时通过模型后的两束光变为

$$u'_1 = a \sin(\omega t + \varphi) \cos \psi \quad (1-14)$$

$$u'_2 = a \sin \omega t \sin \psi \quad (1-15)$$

通过检偏镜 A 后的合成光波为

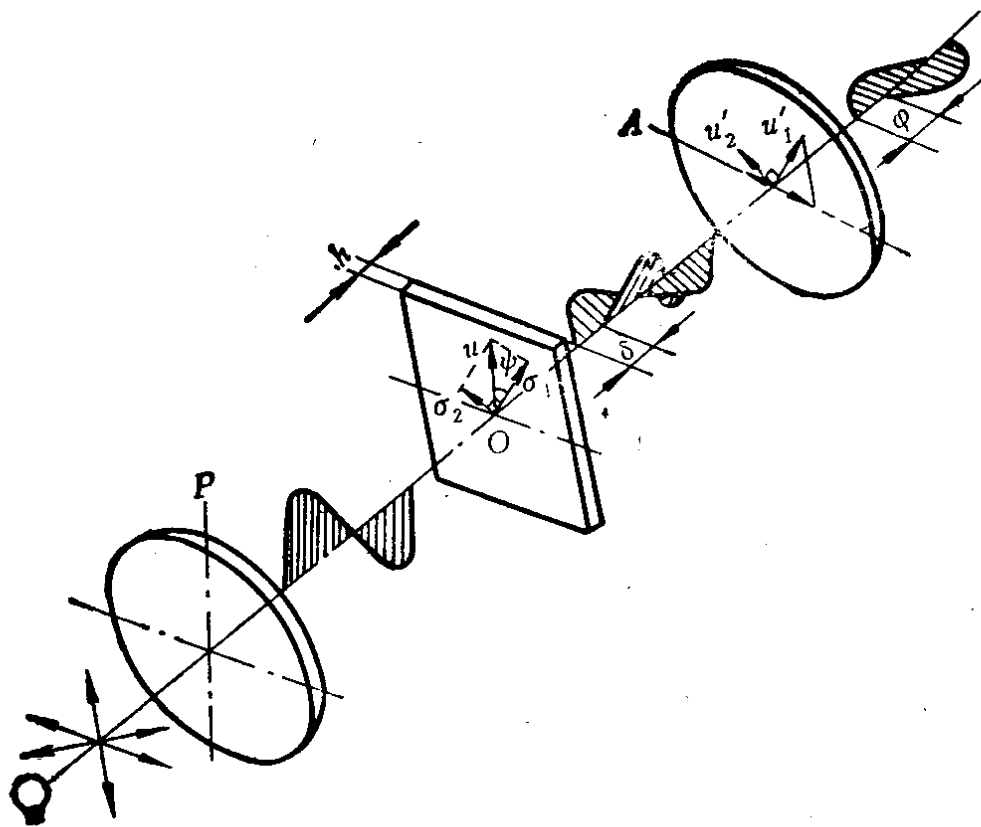


图 1-2 平面受力模型在正交平面偏振光场中

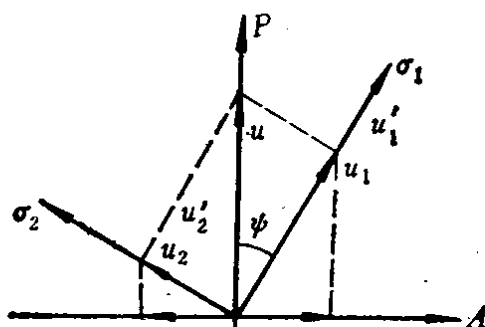


图 1-3 偏振轴与应力主轴的相对位置

$$u_3 = u'_1 \sin \psi - u'_2 \cos \psi \quad (1-16)$$

将式 (1-14) 、 (1-15) 代入上式, 简化后得

$$u_3 = a \sin 2\psi \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \left(\omega t + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-17)$$

光的强度 I 与振幅的平方成正比, 即

$$I = K \left(a \sin 2\psi \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2$$

因为 $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ ，故用光程差 δ 表示时可得

$$I = K \left(a \sin 2\psi \cdot \sin \frac{\pi \delta}{\lambda} \right)^2 \quad (1-18)$$

此式说明，光的强度 I 与光程差 δ 有关，还与主应力方向与起偏镜光轴之间的夹角 ψ 有关。

现在研究光的强度 $I = 0$ 的情况，即从检偏镜后面看到模型上的该点是黑暗的情况。

使 $I = 0$ 的第一种情况是 $\sin 2\psi = 0$ ，即 $\psi = 0$ 或 $\psi = \frac{\pi}{2}$ 。

由图1-3可见， $\psi = 0$ 或 $\psi = \frac{\pi}{2}$ ，表示该点的应力主轴方向

与偏振轴方向重合。也就是说，凡模型上应力主轴与偏振轴重合的各点，在检偏镜之后，光线均将消失而呈现为黑点，这些点的迹线形成干涉条纹，称之为等倾线。所以，等倾线是具有相同主应力方向的点的轨迹，或者说等倾线上各点的主应力方向都相同，且为偏振轴的方向。一般说来，模型内各点的主应力方向是不同的，所以如果使起偏镜和检偏镜一起转过某一相同角度，则会得到另一组等倾线，该线上各点的主应力方向均与此时的偏振轴方向重合。这样，以各种角度同步转动起偏镜和检偏镜，将得到各种对应角度的等倾线。通常取垂直或水平方向作为基准方向，而从这个方向反时针同步旋转起偏镜和检偏镜，以测定模型上各点的主应力方向。当偏振轴由水平或垂直位置转动一个 θ 角时，将得到一组 θ 角等倾线条纹。在这一组条纹上，每一点的主应力