

最优控制理论 在经济管理中的应用

萨雷希·P·塞思 杰拉尔德·L·汤普逊 著
姚靠华 谭慧洲 侯广平 杨腊梅 译

中国商业出版社



数据加载失败，请稍后重试！

登记证号: (京) 073号

最优控制理论在经济管理中的应用

姚靠华 谭慧渊 侯广平 译

*

中国商业出版社出版

中国商业出版社中南书社发行

湖南化工地质印刷厂印刷

*

787×1092毫米 1/32 9.75印张 22.4千字

1992年2月第1版 1992年2月第1次印刷

印数: 1—5000册 定价: 4.00元

ISBN7—5044—0352—0/F·224

译 者 的 话

经济控制论是随着控制论的发展,顺应经济管理诸方面的需要,于六十年代产生的一门新兴交叉学科。经济与管理各方面的最优控制是经济控制论的主要内容。有关这方面的研究,在国外正处在蓬勃发展之势,许多管理学问题由此得以解决。而在国内,由于起步晚,人力所限,其研究和应用工作仍处于方兴未艾阶段。翻译这本书的目的,就是力图使更多的经济工作者了解经济控制论,研究经济控制论,以期改变我国落后的管理状况,提高管理水平。

这本书是美国管理学科类专业通行的大学本科和研究生教材。全书有理论有实践,将最优控制理论赋于实际问题模型中,深入浅出,便于理解。况且阅读本书,读者并不需要太深的数学基础。目前,我国的大学教育,都提供了本书要求的数学知识。因此,我们认为本书既可作为大、中专学生、研究生的经济控制论教材,也可作为广大经济工作者的参考书籍。

由于篇幅所限,本书在翻译过程中删节了原著的习题和附录。但对与正文有关连的某些习题作了相应的说明。原著的四个附录分别为:微分方程与偏微分方程;变分法和最优控制理论;最优控制的另一种推导方式;最优控制中的特别课题。

本书译自萨雷希·P·塞思和杰拉尔德·L·汤普逊所著《Optimal Control Theory Applications to Management

Science》(1981年)参加本书翻译的有：姚靠华(第二、九、十一、十二章)、谭慧渊(第三、四、五章)、侯广平(第一、六、八章)、杨腊梅(前言、第七、十章)。翻译中，我们力求忠实于原文，原文“[]”中的注释内容分别表示相应资料的作者及发表(或出版)时间。

译 者

1991年12月

前 言

本书的目的在于尽可能简单地阐述众多的研究人员有关最优控制理论在管理科学的应用方面的最新成果。我们认为这些成果相当重要，也是管理科学家、数学家、工程师、经济学家和其他方面的学者急需了解的。由于使用本书需要两或三学期的微积分、微分方程及线性代数的数学基础。因而它既可作本科生三、四年级的教材，也可作为研究工作者的入门书。为此，我们在书中收集了大量的实例。每章章末都附有大量的习题，并在书末给出了部分习题的答案。就教师而言。书中的205道习题。借助计算机软件程序包。通过手工操作，其解是可以求得的。

本书并不强调数学上的严谨性，而注重于怎样按照经营管理中所遇到的实际情况来建立数学模型的问题。基于这一点，第二章和第七章分别只对连续和离散的极大值原理给出了启发式的证明。第三章，我们尽可能简单明了地对那些已经应用到管理问题中的最重要的模式类及终值条件进行归纳，且为方便起见，我们把所有重要的管理科学模式分为两个专栏。参见表3.1和3.3。

最优控制理论的重要特征之一是它具有一个极为广泛的应用领域。我们试图包括这些广泛的领域：第四章概括财务方面的应用，第五章考虑生产库存系统，第六章为市场方面的应用，第八章是设备的维修与更新问题，第九章涉及自然资源

(可再生与可耗尽资源)的最优利用,第十章讨论了几个经济学中的应用问题。

第十一章介绍了求解最优控制问题的算法。这是一个有必要更为深入研讨的广泛而又重要的课题。

第十二章介绍了几个更为复杂的最优控制课题:微分对策、分布参数系统、最优滤波、随机最优控制及脉冲控制。

最后,为了保证本书的连续性,增设了四个附录,既包括一些基本的数学知识,如微分方程;又包括一些高深的数学知识。由于文献资料很多,所以不可能将最优控制在管理科学中的应用的所有参考资料一一列举。这里只是概括性的引用其中一些。但被引用的这些资料又包括了其它有关的重要的参考资料。

在本书的写作期间,通过与同事和学生的讨论,我们获益非浅,并采纳了他们的建议。我们要特别感谢格斯塔·费切丁格(Gustav Feichtinger)。他认真阅读了我们的手稿,并提出了全书的修改意见。卡尔·诺斯特蒙(Carl Norstrom)为第四、五章提供了两个例子,并提出了许多修改意见。吉姆·博克宾德(Jim Bookbinder)在多伦多大学(university of Toronto)用这手稿作为教材。汤姆·莫顿(Tom Morton)对第五章提出了修改意见。本书的完成还得益于以前和我们一起进行研究的合作者。另外,我们担任应用控制理论课程教学的几年间的学生,也给我们提出了许多修改意见,对于所有给予我们帮助的人,在此深表谢意!

我们衷心地感谢依利诺·鲍洛塞克(Eleanor Balocik)和罗塞利塔·琼斯(Rosilita Jones)耐心细致地打印了几遍手稿。

虽然最优控制理论在管理科学中的应用是一个新课题，并且已经有了许多引人注目的成果，但我们认为还有许多工作要做。我们希望本书有益于越来越多的人对这个课题的了解，以促进它的发展。

萨雷希·P·塞思
杰拉尔德·L·汤普森

目 录

第一章 导论	(1)
1•1 什么是最优控制理论.....	(2)
1•2 简单控制模型举例.....	(3)
1•3 最优控制理论发展史.....	(7)
1•4 使用符号说明.....	(10)
第二章 极大值原理：连续时间系统	(16)
2•1 问题的陈述.....	(16)
2•1•1 数学模型.....	(16)
2•1•2 约束.....	(17)
2•1•3 目标函数.....	(18)
2•1•4 最优控制问题.....	(18)
2•2 动态规划与极大值原理.....	(20)
2•2•1 汉密尔顿——雅可比——贝尔曼方程.....	(20)
2•2•2 协态方程的推导.....	(24)
2•2•3 极大值原理.....	(26)
2•2•4 极大值原理的经济解释.....	(28)
2•3 简单例子.....	(30)
2•4 充分条件.....	(38)
第三章 模型综述	(42)
3•1 一般极大值原理.....	(42)

3.1.1	纯状态变量不等式约束	(46)
3.1.2	充分条件	(51)
3.2	现值表示公式	(51)
3.3	末值条件	(56)
3.4	无限水平时间问题及稳定性	(67)
3.5	模型类	(70)
第四章	财务中的应用	(77)
4.1	简单现金平衡问题	(77)
4.1.1	模型	(78)
4.1.2	用极大值原理求解	(79)
4.1.3	不允许透支和短缺下的拓广	(82)
4.2	最优筹资模型	(86)
4.2.1	模型	(86)
4.2.2	极大值原理的应用	(88)
4.2.3	最优控制路线的综合	(91)
4.2.4	无限水平时间问题的解	(101)
第五章	生产库存中的应用	(106)
5.1	生产库存系统	(107)
5.1.1	生产——库存模型	(107)
5.1.2	用极大值原理求解	(108)
5.1.3	无限水平时间问题的解	(112)
5.1.4	无限水平时间下S带约束的完整分析	(114)
5.1.5	时变需求的特别情形	(115)
5.2	连续时间的麦子交易模型	(118)
5.2.1	模型	(119)
5.2.2	用极大值原理求解	(120)

5.2.3 特殊情形的完整解·····	(120)
5.2.4 不允许脱销的麦子交易模型·····	(123)
5.3 计划水平时间与预测水平时间·····	(129)
5.3.1 麦子交易模型的水平时间·····	(127)
5.3.2 带仓库约束的麦子交易模型的水平时间·····	(128)
第六章 销售中的应用·····	(136)
6.1 Nerlore-Arrow广告模型·····	(136)
6.1.1 模型·····	(137)
6.1.2 用极大值原理求解·····	(139)
6.1.3 非线性拓广·····	(142)
6.2 Vidal-Wolfe广告模型·····	(145)
6.2.1 模型·····	(146)
6.2.2 Q 较大时用格林公式求解·····	(148)
6.2.3 Q 较小时的解·····	(155)
6.2.4 T 为无贫时的解·····	(156)
第七章 极大值原理：离散时间系统·····	(161)
7.1 非线性规划问题·····	(161)
7.1.1 拉格朗日乘子·····	(162)
7.1.2 不等式约束·····	(164)
7.1.3 非线性规划定理·····	(171)
7.2 离散极大值原理·····	(173)
7.2.1 离散最优控制问题·····	(173)
7.2.2 离散极大值原理·····	(175)
7.2.3 实例·····	(178)
7.3 一般离散极大值原理·····	(181)
第八章 设备维护与更新模型·····	(183)

8.1	简单设备维护与更新模型	(183)
8.1.1	模型	(184)
8.1.2	用极大值原理求解	(185)
8.1.3	数值例子	(187)
8.1.4	拓广模型	(189)
8.2	设备性能衰减条件下的维护与更新模型	(191)
8.2.1	模型	(191)
8.2.2	最优策略	(193)
8.2.3	转让时间的确定	(195)
8.3	设备链模型	(196)
8.3.1	模型	(197)
8.3.2	用离散极大值原理求解	(198)
8.3.3	帮——帮控制的特殊情形	(201)
8.3.4	合并子问题Wagner-Whitin结构, 以求得完解	(201)
8.3.5	数值实例	(202)
第九章	自然资源开发中的应用	(207)
9.1	单一业主的渔业资源模型	(207)
9.1.1	动态渔业资源模型	(208)
9.1.2	单一业主模型	(209)
9.1.3	用格林公式求解	(210)
9.2	最优森林砍伐模型	(214)
9.2.1	森林资源模型	(214)
9.2.2	最优砍伐策略的确定	(215)
9.2.3	森林链模型	(216)
9.3	可耗尽资源模型	(219)

9.3.1	模型	(220)
9.3.2	用极大值原理求解	(223)
第十章	某些经济领域中的应用	(227)
10.1	最优经济增长模型	(227)
10.1.1	最优资本积累模型	(228)
10.1.2	用极大值原理求解	(229)
10.1.3	劳动力增长的单一部门模型	(230)
10.1.4	用极大值原理求解	(231)
10.2	传染病的最优控制模型	(234)
10.2.1	模型	(234)
10.2.2	用格林公式求解	(235)
10.3	污染控制模型	(238)
10.3.1	模型	(238)
10.3.2	用极大值原理求解	(239)
10.3.3	相图分析	(240)
10.4	其它方面的应用	(242)
第十一章	几种计算机算法	(244)
11.1	导论	(244)
11.2	打靶法	(244)
11.2.1	初次打靶法	(245)
11.2.2	离散最优控制问题的解	(246)
11.2.3	数值实例	(246)
11.3	牛顿—拉夫松法	(248)
11.3.1	控制问题的拟线性化方法	(249)
11.3.2	拟线性化方法的进一步讨论	(251)
11.4	共扼梯度法	(252)

11·4·1	最优控制问题的共扼梯度法·····	(253)
11·4·2	实例·····	(256)
11·4·3	说明·····	(256)
第十二章	另一些有兴趣的控制理论课题·····	(259)
12·1	微分对策·····	(260)
12·1·1	二人零——和微分对策·····	(261)
12·1·2	非零——和微分对策·····	(262)
12·1·3	共有渔业资源中的应用·····	(264)
12·2	分布参数系统 (略)	
12·3	卡尔曼滤波·····	(268)
12·4	随机最优控制·····	(274)
12·4·1	随机生产计划模型·····	(275)
12·4·2	生产计划问题的解·····	(278)
12·5	脉冲控制·····	(281)
12·5·1	油田开采问题·····	(283)
12·5·2	脉冲最优控制的极大值原理·····	(284)
12·5·3	油田开采问题的解·····	(286)
12·5·4	设备维修与更新模型·····	(290)
12·5·5	脉冲极大值原理的应用·····	(292)

第一章 导 论

大多数管理学科的应用问题，都涉及到动态系统的控制问题。所谓动态系统就是与时间有关的系统。按系统是连续的还是离散的依赖于时间 t ，可分为连续时间系统 (Continuous time systems) 和离散时间系统 (discrete time systems)。本书重点放在连续时间系统，但对离散时间系统也进行了讨论。

最优控制理论是寻找动态系统控制问题的最优路线的一个新的数学分支。本书打算先介绍一些基本的数学理论，然后再讨论它在管理学科的应用问题中所出现的各种情形。为了使大多数读者能够读懂本书，我们尽可能地保持在数学基础水平上进行讨论。学习本书要求有这样的数学基础：微积分（包括偏微分）、向量矩阵、及基本的微分方程等数学知识。

本书研究的应用问题，包括这样一些方面：财务管理、经济学、生产与库存、销售、设备的维护与更新及自然资源的消耗等。而且在第十章，还包括了其它方面的一些应用问题。在讨论时，对于每个主要领域内的问题，都遵循这样一个原则，阐述一个或多个简单的模型，从而引出更为复杂的模型。也许读者正希望这样，就各个领域先读一些简单的模型，以领会最优控制理论的基本思想，然后再深入到一个或多个应用领域。

1.1 什么是最优控制理论

我们将“系统”(system)这个词作为本书的基本术语(Primitive term)。这里唯一要求的是“系统”具有这样一种性质,即“系统”能在各种状态(state)下存在。假定(实)变量 $x(t)$ 为系统在 t 时刻的状态变量(state variable)。例如: $x(t)$ 可用来表示 t 时刻的库存水平、广告商誉水平、未消耗完的财富或自然资源,等等。

假定有一个控制系统状态的方法。设(实)变量 $u(t)$ 为系统在 t 时刻的控制变量(control variable)。如: $u(t)$ 为 t 时刻的生产率、广告费、消费率等。

给定控制变量 $u(t)$ 和状态变量 $x(t)$ 的涵义,则状态方程(state equation)。

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad x(0) = x_0 \quad (1.1)$$

确定状态变量在瞬时间内的变化率,其中 f 是 x 、 u 、 t 的已知函数, x_0 是 x 的初值。如果我们知道了初值和控制轨线(control trajectory), (控制轨线就是 $u(t)$ 关于整个时间区间 $0 \leq t \leq T$ 的值。)则对(1.1)式积分就得到了状态轨线(state trajectory), 状态轨线就是 $x(t)$ 在相同时间区间上的值。现在的问题是,选取一个特定的控制轨线,在这个控制轨线下,求得状态轨线,并使目标函数

$$J = \int_0^T F(x, u, t) dt + S[x(T)] \quad (1.2)$$

取最大值。

在(1.2)式中, F 是给定的关于 x 、 u 、 t 的函数,它可以表示负的生产费用、利润与广告费用之差、消费效益等; S 是关

于终端状态 $x(T)$ 的末值函数。为了对所考虑的问题树立良好的终端观念，末值是必须考虑的。

通常，控制变量 $u(t)$ 要受到一定条件的约束，对于 $u(t)$ 的约束条件可表示为：

$$u(t) \in \Omega(t) \quad (1.3)$$

这里 $\Omega(t)$ 是控制变量在 t 时刻的所有可能取值的集合。

最后，在(1.1) 和 (1.3) 式的条件下，所有可能的终值 $x(T)$ 合在一起构成 $x(T)$ 的限制集，我们这样来表示：

$$x(t) \in X(T) \quad (1.4)$$

其中 $X(T)$ 称为状态变量 $x(t)$ 的能达集 (reachable set)，它是为 $x(t)$ 满足(1.1)， $u(t)$ 受约于 (1.3) 时， $x(T)$ 的所有能够达到的终值集合。

上面关于控制问题的描述似乎很复杂，但对于每一个具体的应用问题，每个变量和参数，我们都给出合乎情理的解释和说明，这样既便于理解，也便于记忆。下面的实例将说明这一点。

1.2 简单控制模型举例

现在，我们从生产领域，广告学领域及经济领域分别抽取一个简单模型进行说明。其目的是辨别和说明上节中所阐述的每一个变量和函数。而对于这些问题（模型）的求解以后将给出详细的说明。

例1.1 生产——库存模型

模型中各个指标的定义均概括在表1.1中，以便与后面的模型进行比较。

我们考察一种商品的生产与库存，如钢材，以引入外生需