333666999

SHUXUE BAICAOYUAN

谈祥柏编著

数学百草园

浙江科学技术出版社

数 学 百 草 园

谈祥柏 编著

浙 江 科 学 技 术 出 版 社

责任编辑　赵益矛
封面设计　潘孝忠

数学百草园

谈祥柏　编著
*
浙江科学技术出版社出版
浙江新华印刷厂印刷
浙江省新华书店发行
开本787×1092　1/32　印张6.25　字数129,000
1983年9月第一版
1983年9月第一次印刷
印数：1—18,600
统一书号：7221·42
定　价：0.52元

前　　言

材料、能源和信息是现代文明的三大支柱。然而，丰富的能源和物质材料不过是现代化社会的骨肉之躯，信息网络才是它的神经系统。

人们预料，要不了几年功夫，计算机工业的产值就会超过钢铁工业和汽车工业，爬上老大的宝座。人类正在智力解放的道路上迅猛前进。据报道，美国目前计算机一年内所完成的工作量，相当于二千亿人年。计算机与人工处理的信息量之比已经是五十比一。九十年代社会发展的必然结果是：电子计算机将变成象食物、衣服、住房、车辆那样的生活必需品。

计算机植根于深厚的数学土壤之中。马克思的真知灼见，早就洞察了这一点。按照他的见解，任何一门科学，只有在它成功地应用了数学的时候才能看作是真正发展了的。

从测绘制图到工程建筑，从航天遥感到原子内部，从医学诊断到家畜饲养，从飞机设计到地质勘探，从天气预报到昆虫生态，从军事运筹到情报检索，都已经或正在兴起“数学化”的革命，这场革命甚至还波及文学艺术与体育文娱的领域。人脑在电脑的帮助下，将会变得更加聪明，更富于创造性，从而在客观上为共产主义社会的到来准备条件。

各国数学界人士纷纷认识到，扩展视野，了解数学在各

行各业中的应用（其中包括一些极不寻常的应用），乃是新一代数学工作者必不可少的素养。为此，许多工业先进国家都已经出版了大量优秀的读物，其中有的甚至是跨越世纪的、经久不衰的杰作。

作者正是本着这样一种愿望来编写本书的。因此取材比较广泛，当然难免有些芜杂不精的地方。不过这也不要紧，神农氏正是遍尝百草而治病的。

按照写文章的规矩，“草”与“花”相比，总是望尘莫及的。限于作者的学力与水平，书中所谈的一些问题可能都是比较浅陋的知识。此书所以取名为“百草园”，正是考虑到这一层意思的。

谈祥柏

1983年2月于上海

内 容 提 要

这是一本题材广泛、内容丰富、风格独特的数学小品集。在这本书里，你可读到一些大数学家的奇闻轶事；闪耀着智慧之光的历史名题；濒于失传的民间艺人的神奇戏法；纵横交叉的边缘学科。书中还有一些精彩的篇章，例如《静静的顿河》的作者究竟是谁？抗战志士怎样利用"南无阿弥陀佛"来传递信息，以摆脱敌人魔掌的《一份神奇的密码》等。读了本书以后，能获得许多知识，提高智力。

阅读本书，只要有中学文化程度即可看懂。本书对大、中学校师生，广大数学爱好者，以及从事各项工作的人来说，都值得一读。

目　录

数学小品·随笔

数学史料·人物传奇

民俗采风

智力广播操

丁丁东东的数学

杭州的有名风景点九溪十八涧，林木葱茏，泉水淙淙。曾有许多文人墨客，在此留下了不少抒情写景的佳句。清末大文豪俞曲园先生，写过一首脍炙人口的五言绝诗，其中一节是这样写的：

重重迭迭山，
曲曲环环路；
丁丁东东泉，
高高下下树。

这首诗经书法家恭楷书写，至今还挂在杭州西泠印社吴昌硕先生纪念堂里。可有趣的是，当我们吟过这首诗后，如果再改写成下面的竖式加法形式，那它仍然是成立的。

$$\begin{array}{r} 重 \\ +重迭 \\ \hline 迭山 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 曲 \\ +曲环 \\ \hline 环路 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 丁 \\ +丁东 \\ \hline 东泉 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 高 \\ +高下 \\ \hline 下树 \end{array}$$

以上一共有四个加法等式，每个汉字都代表了一个阿拉伯数字。要求在同一个式子中，凡相同的汉字表示相同的数字，不同的汉字表示不同的数字。那么请想一想，能否通过简单的分析方法，求出这四个等式的答案呢？

可以看出，这四个加法算式，都可以用一个统一的模式来表示，即：

$$\begin{array}{r} A \\ +AB \\ \hline BC \end{array}$$

按照十进位表示法，二位数AB，实际上就是$10A+B$的意思，譬如98就是$9\times10+8$，于是上面的竖式便可写成：

$$A+10A+B=10B+C$$

移项整理后，我们得到下面简单的不定方程，即：

$$11A=9B+C$$

这里的A与B必须是不同的数字，故$A\neq B$，经过试验可知，本问题只可能有四组解答，即：

$A=5$，　$B=6$，　$C=1$；

$A=6$，　$B=7$，　$C=3$；

$A=7$，　$B=8$，　$C=5$；

$A=8$，　$B=9$，　$C=7$；

于是原来的四句五言诗，便对应着下列四个算术等式：

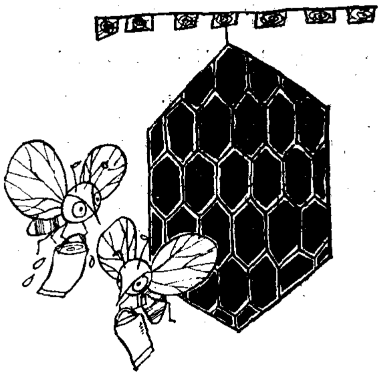
$$\begin{array}{r}5\\+56\\\hline 61\end{array}；\quad\begin{array}{r}6\\+67\\\hline 73\end{array}；\quad\begin{array}{r}7\\+78\\\hline 85\end{array}；\quad\begin{array}{r}8\\+89\\\hline 97\end{array}$$

诗句竟然有算式与它对应，这恐怕是当年的俞曲园先生也梦想不到的吧！

事情虽小，倒也能生动地说明数学的思想、方法、观点是可以渗透到各个领域中去的。有句名言说，“数学是大千世界的语言”，它象泉水一样，也是丁东作响的。

最会精打细算的昆虫

伟大的生物学家达尔文说过：“蜂房的精巧构造十分符合需要，如果一个人看到蜂房而不备加赞扬，那他一定是个糊涂虫。”德国数学家杜娄收集了有史以来最著名的一百个数学问题（其中有许多问题至今未能解决），蜂房问题便是其中之一。我国著名数学家华罗庚不但为这个题材作了一次专题讲演，而且还写了一本科普读物。从图的正面看，蜂房是由一些正六边形组成的，每一个内角都是120°，这样整齐的排列已很令人惊奇了。更有趣的是蜂房的底部，原来蜂房并非六角棱柱体，它的底部是由三个全等的菱形拼起来的，而整个蜂巢就是由两排这样的蜂房，底部和底部相嵌接而构成。



蜂房为什么要采取这样的形状？十八世纪初，法国学者马拉尔琪曾去测量过蜂窝。他发现所有蜂房底部菱形的一个钝角都是109°28′，另一个锐角是其补角，即70°32′。

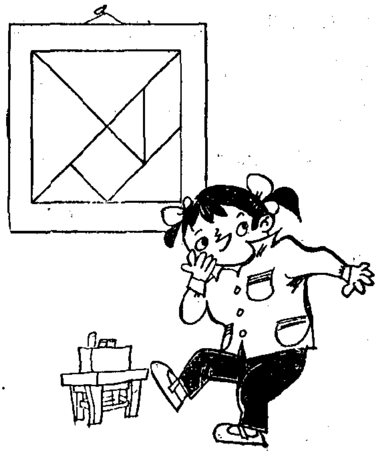
法国物理学家列奥缪拉跑去请教巴黎科学院院士克尼希，后者从理论上算出，它的角度应该是109°26′和70°34′，这与蜂房的角度仅仅相差2分之微。

后来，苏格兰数学家马克劳林又去重新计算了一次，得出的结果竟和实测的蜂房角度完全一样，原来是那位法国院士算错了，因为他所使用的是一本印错的而没有被校对出来的对数表。

通过数学计算表明，这种奇特的形状和角度，可使建造蜂房的蜂蜡用得最少，而又能适合于蜜蜂生长、酿蜜的需要。小小蜜蜂，真是昆虫世界最会“精打细算”的建筑师呢！

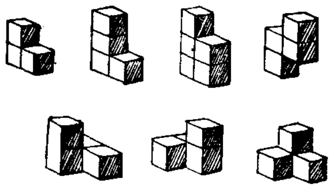
立体的七巧板

七巧板是我国古代劳动人民的创作，有人叫它智慧板。它是用一块正方形的木板或厚纸裁成七块而制成的（见右图）。用这七块板可以拼成各种形状。清代有一位叫王其沅的人，编了一本《七巧八分图》，全书共有八册，载有七巧板所拼成的图形与文字达几百幅之多，



有日用器具、动植物、人事、风景等，内容非常丰富。外国人把七巧板称做“唐图”，据说是在唐朝时传到欧洲去的（但也有人反对这种说法，认为“唐”不过是代表中国的意思），现在毫无疑问，在世界的各个角落里，七巧板仍在吸引着无数的业余爱好者。

但是，我国民间还有一种与七巧板相类似的东西，它实际上是七巧板在三维空间的推广，知道它的人就比较少了。如图所示，它一共也有七块。要制造它是一点不难的，只要利用小孩子玩的现成积木，用胶水照图的式样粘接起来，晾干后即可应用。

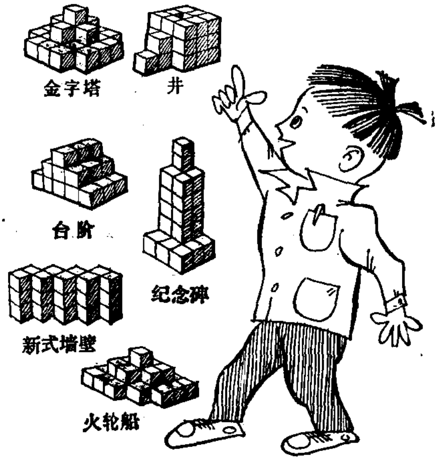


你可以先尝试一下，把七块东西拼成一个 3 × 3 × 3 的立方体，拼法是很多的，这里就不详细写出来了。但是对于初学者来说，一时倒也不容易下手，可以说是一种培养空间想象力的有益练习了。

熟练以后，请你尝试着去拼下面的六个图形。它们中间的每一个图形中都有27个小立方体，它们全都是由同一套七块构件拼搭起来的。

这个游戏不知由何人在何时传入欧洲。现在，斯堪的那维亚半岛国家相当流行，他们用塑料或有机玻璃制成玩具，涂上各种鲜艳的颜色，摆在一只方盒子里，可随时拿出来玩。

用这七块构件能拼成许多图形，可以与七巧板相媲美。



猜透出题者的本意

当代大数学家波利雅有一句名言："你能一眼看到底吗？"一道难题解决以后，不应偃旗息鼓不想再前进了。通过认真的分析总结，去芜存菁，咀嚼消化，往往会对原来的题目有更深一层的理解，有时甚至还会找到更好的解法。

古生物学家在找到一些头盖骨或其他化石时，常常能够据此恢复原有的动物形象，例如恐龙等。

一个好的数学题目，往往蕴藏着拟题者的一片苦心；高明的解题者能够猜到拟题人的思路，揭示其真实意图。在这里，题目起了一块化石的作用。

下面举一个实例。原问题的提法如下：

如果 $$\frac{ac-b^2}{a-2b+c}=\frac{bd-c^2}{b-2c+d}$$

则这两个分式都等于

$$\frac{ad-bc}{a-b-c+d}$$

通过繁复的计算是可以证明出结果来的，但对问题的实质了解却是无所裨益。

现在请注意，$ac-b^2=0$ 是 a、b、c 三数成等比数列的条件，而 $a-2b+c=0$ 是 a、b、c 三数成等差数列的条件。此外，还可以注意到分子上有 ad，分母上对应着 $a+d$；分子上有 $-bc$，分母上对应着 $-(b+c)$；对其他两个式子，这个性质也保持着，例如分子上有 $-b^2$，则分母上就有 $-2b$ 等等。

对这类问题，习惯上的解法是引入一个 k，即可设

$$\frac{ac-b^2}{a-2b+c}=k, \quad \text{于是} \frac{bd-c^2}{b-2c+d}=k,$$

然后再求证 $$\frac{ad-bc}{a-b-c+d}=k$$

一位人工智能研究家找出了好几种解法，但没有一种方法能使他感到满意。后来他注意到第一式

$$\frac{ac-b^2}{a-2b+c}=k \text{ 可以 化成}$$

$$ac-k(a+c)=b^2-2bk$$

式子的右边启发他要配方，这么一来他就得到

$$(a-k)(c-k)=(b-k)^2$$

这就意味着，原来第一式所表示的真实用意是：

$(a-k)$、$(b-k)$、$(c-k)$ 成等比数列。

于是不难看出，只要换换字母，第二式告诉我们的是：$(b-k)$、$(c-k)$、$(d-k)$ 成等比数列。因而就有

$(a-k)$、$(b-k)$、$(c-k)$、$(d-k)$ 成等比数列。