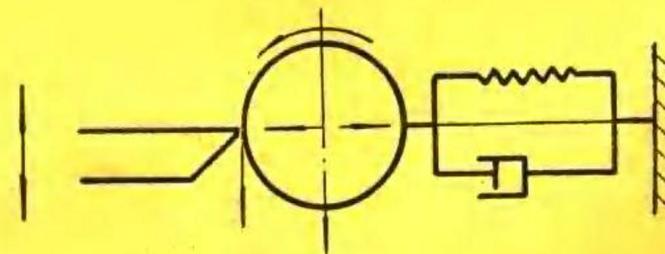


JINGMI
JINGMI
JINGMI
JINGMI
JINGMI
JINGMI

精密机械制造工艺学

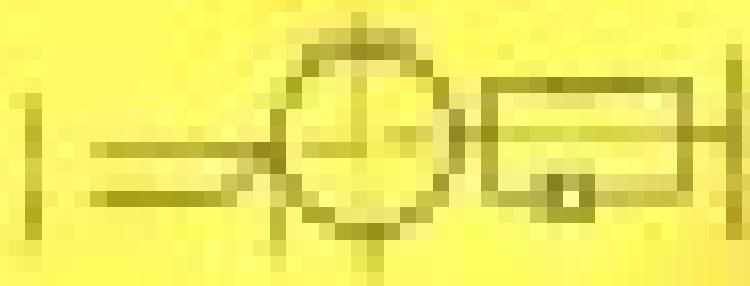
杨质苍 主编



JINGMI JINGMI JINGMI JINGMI JINGMI JINGMI JING
MINGMI 宁夏人民出版社
JINGMI
JINGMI

游 舟 漢 王 工 士 子

游 舟 漢 王 工 士 子



游 舟 漢 王 工 士 子

游 舟 漱 王 工 士 子

内 容 提 要

《精密机械制造工艺学》内容包括绪论、加工误差与加工精度分析、尺寸链分析与计算、工艺系统的热变形、切削系统的振动、精密切削加工与超精密切削加工、精密特种加工与微细加工、精密加工装备设计原理等。

本书内容新颖，取材丰富，说理深入，联系实际，有利于产品质量的提高，并反映了精密加工新水平。

本书可供高等院校精密机械专业类的机械制造工艺及设备专业、机械及设计制造专业、电子精密机械专业、光学机械专业师生及有关技术人员阅读参考。本书并被推荐作为机械工程专业专科转本科自学考试中的《机械制造工艺学》和《精密机械制造工艺学》课程的考试参考书。

精 密 机 械 制 造 工 艺 学

杨 质 苍 主 编



宁夏 人 民 出 版 社 出 版

(银川市解放西街105号)

上 海 市 高 机 书 店 经 销

(上海市复兴中路1195号)

常熟市福山中学印刷厂印刷

(常熟市福山镇)



开 本：787×1092 1/16 印张：20.38 字数：472千

1988年8月第一版第一次印刷 印数：1—4800册

书 号：ISBN 7-227—00290—x/TH·7 定价：5.60元

编写说明

按照中国仪器仪表学会精密机械学会1986年8月在深圳召开的“全国高校精密机械专业教学研讨会”决议精神，以及根据教学上的需要，上海工业大学、南京航空学院、上海科技大学共同组织编写了《精密机械制造工艺学》。

本书属精密机械类专业教材（或教学参考书），由上海工业大学杨质苍教授主编及审稿，南京航空学院金庆同教授主审。

本书内容有：绪论（上海工业大学杨质苍）、加工误差与加工精度分析（南京航空学院蔡维效）、尺寸链分析与计算（上海工业大学杨质苍、周建军）、工艺系统的热变形（上海工业大学王诚德）、切削系统的振动（上海工业大学邬学康）、精密切削加工与超精密切削加工（上海工业大学杨质苍、王诚德、宋进、朱德胜）、精密特种加工与微细加工（上海工业大学（杨质苍、周振球、顾力行））、精密加工装备设计原理（上海科技大学夏沪生）等。本书参考国内外有关资料编写，取材新颖，有先进性，对精密机械制造工艺作了比较系统的介绍。

本书在编写过程中得到张景勘、裴仁清、顾宝泉等同志提供宝贵意见和资料，特此致谢！

本书如有错误或不当之处，恳请批评指正。

编者 1987.5

《精密机械制造工艺学》

目 录

绪 论

- 一、精密加工技术发展概况..... (1)
- 二、精密加工技术研究的内容和发展趋势..... (1)
- 三、学习本课程的要求..... (2)

第一章 加工误差与加工精度分析..... (1)

- § 1—1 误差与加工误差..... (1)
 - 一、误差的含义、来源及种类..... (1)
 - 二、误差的传递..... (2)
 - 三、误差的综合..... (5)
 - 四、误差的消除、迟钝化和均匀化..... (6)
 - 五、投影误差与阿贝原则..... (8)
 - 六、三维几何误差..... (9)
- § 1—2 精度与加工精度..... (11)
 - 一、精度的概念..... (11)
 - 二、精度的其它含义..... (12)
 - 三、加工精度..... (14)
 - 四、机械加工精度的极限..... (18)
- § 1—3 机械加工工艺过程与加工精度..... (20)
 - 一、机械加工工艺过程的精度分析..... (20)
 - 二、误差复映..... (22)
 - 三、工艺链分析..... (24)
- § 1—4 测量技术与加工精度..... (26)
 - 一、主动测量..... (26)
 - 二、加工和测量的时间配置..... (27)
 - 三、主动测量方法..... (27)
 - 四、加工技术与测量技术的发展..... (29)
- § 1—5 零件材料尺寸稳定性..... (29)
 - 一、金属材料微塑性形变抗力..... (29)
 - 二、稳定化处理..... (30)
 - 三、铜合金的微塑性形变抗力的提高..... (31)
 - 四、铝合金尺寸的稳定..... (31)
 - 五、高聚物材料..... (32)
- § 1—6 加工环境与加工精度..... (33)

一、隔振	(34)
二、隔声和吸声	(37)
三、恒温	(41)
四、防尘	(42)
第二章 尺寸链分析与计算	(44)
§ 2—1 概述	(44)
一、尺寸链的基本概念与术语	(44)
二、尺寸链的代号与符号	(45)
三、尺寸链的分类	(45)
§ 2—2 尺寸链计算	(48)
一、极值法解算尺寸链	(48)
二、概率法解算尺寸链	(51)
三、角度尺寸链计算	(56)
四、矢量尺寸链计算	(57)
§ 2—3 工艺尺寸链的计算	(63)
一、工艺过程尺寸分析	(63)
二、用图论查找工艺尺寸链	(64)
三、工艺尺寸链的计算	(67)
§ 2—4 装配尺寸链的计算	(71)
一、装配尺寸链分析	(71)
二、装配尺寸链解算实例	(72)
第三章 工艺系统的热变形	(77)
§ 3—1 概述	(77)
一、研究热变形的重要性	(77)
二、工艺系统中的各种热源	(77)
三、热量传递的三种基本方式	(78)
§ 3—2 工艺系统热变形对加工精度的影响	(79)
一、刀具的热伸长	(80)
二、工件的热变形	(80)
三、机床的热变形	(81)
§ 3—3 热变形的分析与计算	(81)
一、一维变温位移问题的解析法求解	(82)
二、工艺系统中热变形的近似估算	(86)
三、热变形问题的数值法求解	(91)
§ 3—4 工艺系统热变形的对策	(103)
一、控制工作热源的影响	(104)
二、改善散热条件	(104)
三、热补偿	(105)
四、合理设计结构	(107)
五、控制环境温度	(108)

六、减少工件热变形	(108)
第四章 切削系统的振动	(110)
§ 4—1 概述	(110)
一、研究切削振动的重要性	(110)
二、切削系统	(110)
三、受迫振动和自激振动	(110)
§ 4—2 结构弹性系统的动态特性	(111)
一、单自由度系统	(111)
二、系统的静不稳定和动不稳定	(112)
三、动刚度	(113)
四、多自由度系统	(116)
五、实际工程结构系统	(117)
§ 4—3 扰动下的切削	(118)
一、切削系统自激振动的解释	(118)
二、再生自激振动原理论述	(119)
三、振型耦合原理论述	(120)
四、其它论述	(122)
§ 4—4 系统识别	(123)
一、傅里叶变换	(123)
二、各态历经	(124)
三、频率分析法或FFT法	(124)
四、时间序列分析法	(127)
五、切削试验	(128)
§ 4—5 切削系统环境控制	(129)
一、空运转试验	(129)
二、隔振	(129)
三、来自工件与刀具的干扰	(131)
第五章 精密切削加工与超精密切削加工	(132)
§ 5—1 精密切削与精密振动车削	(132)
一、概述	(132)
二、超精密车削	(132)
三、超精密车削工艺系统	(137)
四、超精密车削精度分析	(143)
五、超声波振动车削	(151)
§ 5—2 超精密磨削与镜面磨削	(158)
一、磨削精度和表面粗糙度	(158)
二、镜面磨削	(161)
三、超精密磨削	(167)
§ 5—3 超精加工	(168)
一、超精加工的加工状态	(168)

二、超精加工时磨粒在工件表面上的运动轨迹	(170)
三、超精加工工艺参数的选择	(172)
四、不同超精方法对表面粗糙度的影响	(176)
五、超精加工油石的选择	(177)
六、超精加工工艺的动态	(182)
§ 5—4 精密镗削	(182)
一、镗削加工精度分析	(183)
二、进行精密镗削的机床结构特点	(187)
三、精密镗削刀具	(189)
§ 5—5 珩磨、研磨、超精研抛	(191)
一、珩磨	(191)
二、研磨	(195)
三、超精研抛	(198)
§ 5—6 精密钻削	(207)
一、麻花钻加工	(207)
二、可转位钻头与硬质合金钻头加工	(210)
三、深孔精密钻削	(212)
第六章 精密特种加工与微细加工	(217)
§ 6—1 电火花加工	(217)
一、电火花加工原理	(217)
二、电火花加工系统的组成	(219)
三、电火花加工工艺指标及其影响	(225)
四、电火花加工的应用	(227)
§ 6—2 电子束、离子束加工	(229)
一、电子束加工	(229)
二、离子束加工	(233)
§ 6—3 喷射加工	(236)
一、磨料喷射加工及应用	(236)
二、液体喷射加工及应用	(237)
§ 6—4 激光加工	(238)
一、概述	(238)
二、基本设备	(238)
三、特点与应用范围	(239)
四、激光微细加工	(241)
五、激光加工的应用	(244)
§ 6—5 超声波加工	(248)
一、原理与特征	(248)
二、超声波加工设备	(250)
三、影响加工速度的因素	(252)
四、影响加工精度的因素	(253)
五、超声波在微细加工中的应用	(254)

§ 6—6 电解磨削、抛光和光刻	(255)
一、电解磨削	(255)
二、化学抛光和电解抛光	(261)
三、光刻加工	(266)
第七章 精密加工装备设计原理	(272)
§ 7—1 精密加工装备设计的基本原则和要求	(272)
一、精密加工装备设计的基本原则	(272)
二、精密加工装备设计的基本要求	(272)
§ 7—2 装备设计原理	(273)
一、运动学设计原理	(273)
二、精度设计原理	(275)
三、平均效应设计原理	(278)
§ 7—3 精化加工装备与微位移技术	(280)
一、精密装备中的精密轴系	(280)
二、精密装备中的移动部件	(287)
三、驱动系统	(295)
四、精密微位移技术	(299)
§ 7—4 结构工艺性	(305)
一、结构工艺性的一般原则	(306)
二、零件结构工艺性	(307)
三、装配结构工艺性	(308)
参考文献	(311)

第一章 加工误差与加工精度分析

在生产实践和科学试验中，人们经常要接触到各种各样的量，为了掌握客观事物的规律，就必须对这些量进行观察、测量、比较、计算，并研究它们之间的关系。然而，我们实际碰到的量，大都不是绝对精确的，其原因，一是人们观察的结果不可能没有误差，而这些误差值的大小与观察者的能力和经验有关。无论如何，误差总不可能完全避免。二是周围环境因素的微小波动和变化，不可避免地要引入误差。

误差的存在将使人们对客观现象的认识受到不同程度的歪曲。因此，就必须对误差进行研究，研究误差的来源和性质，误差的传递规律，以及误差对科学试验和测得数据的影响。随着人们对误差研究的深入和采取相应有效措施，可以使存在于测得结果中的误差得到减小。这样，作为描述和表征观察与测量结果的可靠性将得到提高，也就使测量结果与真实值更接近，精度进一步提高。

随着科学技术向新的、高的领域发展，新的加工技术和计量技术均有很大进展。其基本特点之一是尺寸精度和尺寸细度已发展到亚微米和纳米级范围内，人们的研究兴趣已指向加工精度和细度的极限问题上来了。因此，凡从事精细加工的科技工作者首先应研究误差和误差理论，严格地、谨慎地考虑可能出现的每一个误差的来源及其规律，尽可能减少加工误差，以求实现超精密加工和微细加工。

§ 1—1 误差与加工误差

一、误差的含义、来源及种类

1. 绝对误差和相对误差

所谓误差就是测量值减去真实值的差值。即

$$\Delta L = L - L_0 \quad (1-1)$$

式中 ΔL —— 误差；

L —— 实际测量值；

L_0 —— 被测之量的真值。

一般将 ΔL 称为绝对误差。由於实际测量值 L 可能大于或小于真值 L_0 ，绝对误差 ΔL 可能是正值或负值，这样，式 (1—1) 可以写成

$$L_0 = L \pm \Delta L$$

一般说，真值是不知道的，工作中经常使用的是修正值，测量值加上修正值后，可代表真值。 ΔL 的绝对值大小，决定了测量的精确程度。

根据不同需要，误差除了采用绝对误差的形式表示外，还可以采用相对误差的形式来表示。相对误差定义为

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \text{相对误差} \quad (1-2)$$

因测量值 L 与真值接近，故也可以把它写成

$$\frac{\Delta L}{L} = \text{相对误差} \quad (1-3)$$

一般采用绝对误差的形式来表达测量误差，但是在比较不同物理量、或比较同一物理量的被测量相差较大时，常采用相对误差的形式来表示测量误差。

在实际中，常采用最大绝对误差和最大相对误差的概念，它们的含义分别为测量值与真值之差不会超过最大绝对误差；绝对误差对测量值的比值不会大于最大相对误差。在没有作特别说明时，一般所说的绝对误差和相对误差指的就是最大绝对误差和最大相对误差。

2. 误差来源

按误差来源，误差可分为：

(1) 测量装置误差

这种误差按其来源可分为：标准器误差；仪表误差；附件误差。按其表现形式可分为：机构误差；调整误差；量值误差。

(2) 环境误差

(3) 人员操作误差

(4) 方法误差

在一些计量工作中，测量对象本身的偶然变化，有时也应作为误差因素考虑。

可以把以上因素表示如图 1—1。

3. 误差种类

从误差性质来看，误差可分为系统误差、随机误差和综合误差。

(1) 系统误差

服从某一确定规律的误差。它通过补偿就可以消除。

产生系统误差的原因有以下三种：

- ① 测量装置的固有误差，又称为仪器误差；
- ② 环境误差，由环境的温度、湿度和气压等因素造成；
- ③ 个人操作误差。

(2) 随机误差

某些不能查明原因的、而只能在统计基础上予以预测的误差称为随机误差。其符号与数值的大小都是变动的。一般认为随机误差的产生是由于许多点滴影响测量值的因素之综合，并且这些因素在每次测量时都是各自变动着的。

(3) 综合误差

随机误差与系统误差的合成。

(4) 粗大误差

明显歪曲测量结果的误差。系测量人员因疏忽而出差错，或者是根据错误的结果计算出来的测定值。

必须注意，误差的性质是可以在一定条件下转化的。如标尺分划误差，对于制造标尺来说是偶然误差，但当它作为基准尺以检定成批的尺子时，该分划误差使得成批测量结果始终长些或短些，这就成为系统误差。

二、误差的传递

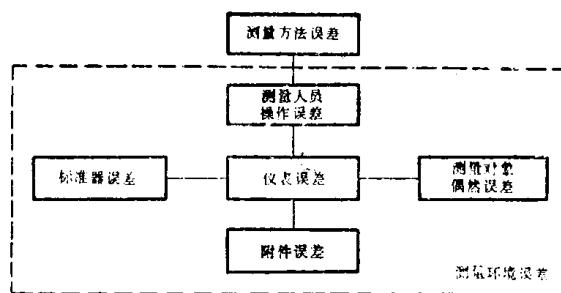


图 1—1 误差因素

在实际工作中存在着直接测量和间接测量两类。直接测量：是指被测量与该类的基准量相比较而进行的测量；间接测量：则是指对被测量有关的一些量进行测量，然后利用参数的函数关系导出要测的值。这一类不能直接测量的参数称为依赖于可直接测量参数的函数。函数的误差是可直接测量参数的误差的函数。函数的误差在测量和加工中是一个十分重要的问题。自变量的误差与函数误差间的数学关系称为误差传递公式。

产品或测量装置的某一质量指标 W 是由很多基本因素 x_1, x_2, \dots, x_k 决定的，如果它们之间不是通过对时间 t 的微分方程的关系来描述的，则可把它叫做静态参数

$$W = G(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1-4)$$

若 x_i 的名义值为 x_{i0} ，则 W 的名义值为

$$W_0 = G(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0}) \quad (1-5)$$

x_i 的实际值是一个随机变量。

在 x_{i0} 点将 W 展成泰勒级数得

$$\begin{aligned} W &= G(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{i0}) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial G}{\partial x_i} (x_i - x_{i0}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_j} (x_i - x_{i0})(x_j - x_{j0}) \\ &\quad + \dots \quad (\text{三阶以上的高阶项}) \end{aligned}$$

当 $\left| \frac{x_i - x_{i0}}{x_{i0}} \right| \ll 1$ 的情况下，可以忽略二次以上的项，使 W 线性化为：

$$W = G(x_{i0}) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial G}{\partial x_i} (x_i - x_{i0}) \quad (1-6)$$

令 $\Delta W = W - W_0 \quad (1-7)$

$$\Delta x_i = x_i - x_{i0} \quad (1-8)$$

$$a_i = \frac{\partial G}{\partial x_i} (x_i = x_{i0}) \quad (1-9)$$

则 ΔW 表示该项精度指标的 W 的误差， Δx_i 表示自变量 x_i 的误差， a_i 称为传递系数。式(1-7)可表示为：

$$\Delta W = \sum_{i=1}^k a_i \Delta x_i \quad (1-10)$$

统计学证明正态分布随机变量的线性组合仍为正态分布的随机变量。

若 x_i 有 m 个误差值 $\Delta x_{i1}, \Delta x_{i2}, \dots, \Delta x_{im}$ ，则相应地 W 亦有 m 个误差：

$$\Delta W_1 = \frac{\partial G}{\partial x_1} \Delta x_{11} + \frac{\partial G}{\partial x_2} \Delta x_{21} + \dots + \frac{\partial G}{\partial x_k} \Delta x_{k1}$$

$$\Delta W_2 = \frac{\partial G}{\partial x_1} \Delta x_{12} + \frac{\partial G}{\partial x_2} \Delta x_{22} + \dots + \frac{\partial G}{\partial x_k} \Delta x_{k2}$$

$$\Delta W_m = \frac{\partial G}{\partial x_1} \Delta x_{1m} + \frac{\partial G}{\partial x_2} \Delta x_{2m} + \dots + \frac{\partial G}{\partial x_k} \Delta x_{km}$$

将各式平方再求和，得

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^m \Delta W_i^2 &= \left(\frac{\partial G}{\partial x_1}\right)^2 \sum_{i=1}^m \Delta x_{1i}^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x_2}\right)^2 \sum_{i=1}^m \Delta x_{2i}^2 + \dots \dots \\
&\quad + \left(\frac{\partial G}{\partial x_k}\right)^2 \sum_{i=1}^m \Delta x_{ki}^2 + 2 \sum_{i < j} \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x_i}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial x_j}\right) \right. \\
&\quad \left. \cdot \sum_{l=1}^m \Delta x_{il} \Delta x_{jl} \right] \tag{1-11}
\end{aligned}$$

按标准误差定义，误差平方平均为标准误差的平方，若 W 、 x_i 的标准误差记为 σ_w 、 σ_i ，则将式 (1-11) 两端除 m ，可得

$$\begin{aligned}
\sigma_w^2 &= \left(\frac{\partial G}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial x_k}\right)^2 \sigma_k^2 \\
&\quad + 2 \sum_{i < j} \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x_i}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial x_j}\right) \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \Delta x_{il} \Delta x_{jl} \right]
\end{aligned}$$

称

$$l_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \Delta x_{il} \Delta x_{jl}$$

为 x_i 、 x_j 误差间相关矩，又定义 x_i 、 x_j 误差间相关系数为

$$\rho_{ij} = \frac{l_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \tag{1-12}$$

则可得

$$\begin{aligned}
\sigma_w^2 &= \left(\frac{\partial G}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial x_k}\right)^2 \sigma_k^2 \\
&\quad + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial x_j}\right) \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \tag{1-13}
\end{aligned}$$

这个式子，可由自变量的误差算出函数的误差，称为误差传递定律。

两误差之间的相关系数表明它们之间线性关连的松紧程度，相关系数 ρ 是一个介于 -1 与 +1 之间的数。 $\rho > 0$ ，表示两误差正相关， $\rho < 0$ 则反之。 $\rho = 0$ 时，两误差无关，即一误差增大时，另一误差取值增减均有可能。

若 $W = G(x_1, x_2, \dots, x_k)$ 中，各 x_i 误差彼此无关，则误差传递定律成为

$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial G}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial x_k}\right)^2 \sigma_k^2$$

$$\text{即 } \sigma_w^2 = \sum_{i=1}^k a_i^2 \sigma_i^2 \tag{1-14}$$

误差传递系数 a_i 是偏导数 $\frac{\partial G}{\partial x_i}$ 在名义值点 $(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0})$ 的值，当函数 $G(x_1, x_2, \dots, x_k)$ 的形式比较简单时，可以通过微分法求得。在函数的形式比较复杂时，则可直接选择适当的步长 h ，用差分法来计算。

误差传递定律在误差理论和制造工艺中有重要的意义，并在误差分配与合成等方面得到广泛应用。它实际上是尺寸链解法的基础，是工艺学中正确选择加工方法、选择最佳实验条件依据之一。

三、误差的综合

将不同类型、不同性质的各项误差，按它们各自影响规律的特点综合成为描述和表征测量方法和加工方法精度的总误差，就叫做误差的综合。

在进行误差综合时，应细致而周全地查寻各原始误差的来源及其产生的原因。按其影响规律估算出单项误差，简称为误差分量。在全面分析这些误差分量时，应力求做到既不遗漏，也不重复，这对于主要误差分量尤为重要。其次，应确定被测量与各影响因素造成误差之间的函数关系，以便确定这些因素引起的误差分量对总的综合误差的影响。各误差因素之间的函数，不一定包括全部因素，可以是一部分因素。所以在误差的综合中，一般均择主要误差进行近似估算。尽管是近似性，但它仍能指出综合误差大致的大小和各误差分量对综合误差的影响程度。

1. 误差的合成公式

系统误差是通过代数和综合的，随机误差是通过平方和综合的，这一差别十分重要。

(1) 系统误差的合成

当误差为一常值，大小、方向均已确定，则其合成与代数计算一样，为代数和法。设有 p 个常值，记为

$$E_1, E_2, \dots, E_p$$

则总误差按代数和法合成，即

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_p \quad (1-15)$$

这里的 E 是或正或负的，与恒为正值的极限误差 Δ 不同。

当误差大小已知，但方向有正有负时，这类误差会相互抵消一些，故抵消后的误差合成不可以随便取作极限误差，极限误差得按绝对和法合成。若有 p 个这样的误差，其值为

$$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_p$$

则总误差按绝对和法合成，即

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_p \quad (1-16)$$

(2) 随机误差的合成

若有三个偶然误差，其极限值为 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ ，按随机变量方差合成原理，将标准误差 σ 换为极限误差 Δ ，考虑误差间相关系数，则合成后的极限误差为

$$\Delta = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + 2 \rho_{12} \Delta_1 \Delta_2 + 2 \rho_{13} \Delta_1 \Delta_3 + 2 \rho_{23} \Delta_2 \Delta_3} \quad (1-17)$$

其中 ρ_{ij} 为第 i 个偶然误差与第 j 个偶然误差的相关系数，它的取值介于 ± 1 之间，即

$$-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$$

当三个偶然误差互相独立或互不相关，即一误差取值与另一误差取值毫无关系时，这三个偶然误差的相关系数均为0，即

$$\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{23} = 0$$

于是式(1-17)变成方根和法

$$\Delta = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2}$$

当三个偶然误差都是线性正相关，即当一误差增大时，另一误差也成比例地增大，这三个误差的相关系数均为1，即

$$\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{23} = 1$$

于是式(1—17)变成绝对和法,

$$\begin{aligned}\Delta &= \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + 2\Delta_1\Delta_2 + 2\Delta_1\Delta_3 + 2\Delta_2\Delta_3} \\ &= \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3\end{aligned}$$

若三个偶然误差中, 只有两个误差线性正相关, 其余互不相关, 如 $\rho_{23}=1$, $\rho_{12}=\rho_{13}=0$, 则式(1—17)变成混合和法

$$\begin{aligned}\Delta &= \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + 2\Delta_2\Delta_3} \\ &= \sqrt{\Delta_1^2 + (\Delta_2 + \Delta_3)^2}\end{aligned}$$

上面以三个误差为例, 对于多个误差, 亦可得出类似结论。

这种方法在 Δ_i 服从正态分布或 Δ_i 满足中心极限定理要求条件时, 求出的 Δ 比较接近实际。若 Δ_i 不服从正态分布, 通常采用修正办法仍按正态分布来合成。

2. 相关系数求法

从式(1—17)中可以看出误差之间相关系数不同, 则合成办法也不同。合成误差中的 ρ 的求法如下。

(1) 观察法

通过实验, 求出当误差取得 Δ_1 时, 另一误差取得 Δ_2 , 这样得到多对 (Δ_1, Δ_2) , 将它们在平面上作图, 所得图形与标准图 1—2 相比较, 即可通过观察看出相关系数。

(2) 计算法

对两组误差多次成对取得数据, 按数理统计, 两误差 Δ_1 与 Δ_2 间的相关系数 ρ 表示它们之间线性关连的松紧程度, 它定义为两误差间相关距即协方差 $\text{cov}(\Delta_1, \Delta_2)$ 与两误差均方根(标准差)之积 $\sigma_1 \sigma_2$ 之比, 即

$$\rho = \frac{\text{cov}(\Delta_1, \Delta_2)}{\sigma_1 \sigma_2} \quad (1-18)$$

把已取得数据代入下面具体计算式即为

$$\rho = \frac{\sum(\Delta_1 - \bar{\Delta}_1)(\Delta_2 - \bar{\Delta}_2)}{\sqrt{\sum(\Delta_1 - \bar{\Delta}_1)^2 \cdot \sum(\Delta_2 - \bar{\Delta}_2)^2}} \quad (1-19)$$

四、误差的消除、迟钝化和均匀化

1. 原始误差

一个系统的误差是由输入误差、外界干扰误差、反馈和输出误差等组成, 如框图 1—3 所示。例如一台数控超精密金刚石镜面车床加工系统的误差由下列误差组成: 被加工工件带来的前工序加工误差(输入误差); 车床工艺系统内部的误差(系统内部误差); 车床周围环境条件变动(如振动、环境温度变动等外界干扰误差); 用激光干涉仪等高精度传感系统组成的反馈误差和加工出的零件的误差(输出误差)。从制造工艺学

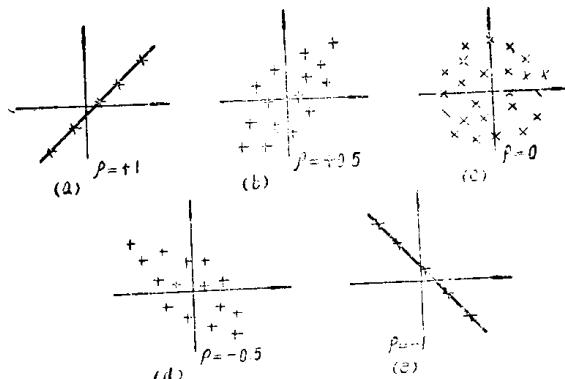


图 1—2 相关系数标准图

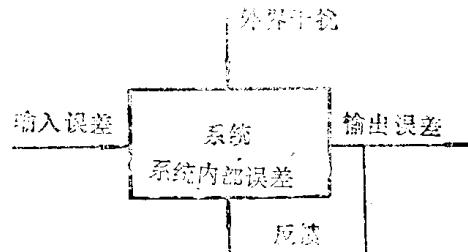


图 1—3 系统的误差框图

观点来看输入误差、系统内部误差、外界干扰误差和反馈误差均是工件加工误差（输出误差）的原始误差。

原始误差只能设法使它减小，要完全消除在实际上是很困难的。

2. 误差迟钝化

为了提高加工精度可以从设计上设法抑制原始误差的影响，使它们对输出误差的影响不灵敏。这种使已有的原始误差对输出误差的影响减小到允许的程度的方法，称为“原始误差的迟钝化”。

若在采用某些技术措施后，该系统的原始误差 Δx_i 变成残留原始误差 $\Delta u x_i$ ，而 $\Delta u x_i \ll \Delta x_i$ ，则措施前后的系统输出误差间有如下关系：

$$\Delta u W \ll \Delta W \quad (1-18)$$

式中， ΔW 与 $\Delta u W$ 分别代表实施原始误差消除或减小前后的系统输出误差。式 (1-18) 可称为原始误差减小方程。

例如图 1-4 所示悬臂弹簧片，在选取合适的位移输入与输出位置后可就实现高精度的输出位移。当位移输入与输出位置在 A 点 y' 方向上时它们间有如下关系：

$$y = x; \quad \Delta y = \Delta x$$

若采用图示的 A 点为输入位置，B 点为输出位置，按力学公式有

$$y = \left(\frac{l}{L} \right)^3 x, \quad \Delta y = \left(\frac{l}{L} \right)^3 \Delta x$$

比较两种情况，后一种设计是使用原始误差迟钝化的技术后的结果，称 $K_p = \left(\frac{l}{L} \right)^3$ 为迟钝化系数， L 与 l 为迟钝化参数。所谓迟钝化就是使输入的原始误差在输出误差中的反映减弱，或者说是受到抑制或阻尼。

还会遇到这样一类问题，原始误差对加工误差影响最大的方向不是我们指定的精度方向，它们之间成一角度。我们用误差向量的投影分量来表达原始误差对该指定精度方向的影响。如车床导轨误差引起刀尖位置变动，会在工件直径方向上产生误差。这个加工误差与导轨误差的大小及方向有关。导轨水平方向的直线度误差使刀尖在工件径向上有位移；导轨在垂直方向上的直线度使刀尖在工件切向上有位移。显然后者（原始误差）对加工误差（总误差）比前者影响要小。

我们把原始误差影响最大的方向称为原始误差的敏感方向，把原始误差敏感方向的垂直方向称为误差迟钝化方向。上例中切线方向是误差迟钝化方向。使原始误差敏感方向尽可能与指定精度方向垂直，以利于原始误差影响的迟钝化。

3. 误差均匀化

误差均匀化又称误差均化。它是利用相互作用的误差间的抵偿作用或利用某些减小相互作用误差的原理使综合误差减小的方法。误差均匀化原理就目前认识水平而论有数学期望相减原理和流体静压支承的误差均化原理两类。

两个正态分布（或近似服从正态分布）的随机变量差的数学期望是这两个随机变量数学期望的差。

例一，任意两个互相接触的表面，如平面副、内圆副、外圆副的接触面，它们各自表面

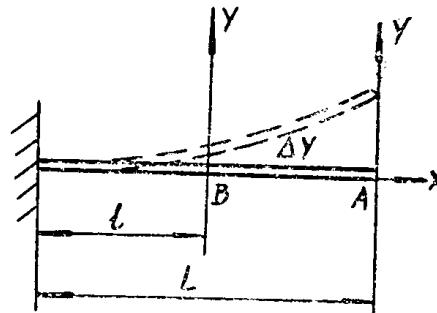


图1-4 误差输入、输出位置

的粗糙峰谷可表示为相对于理想表面法向上的高度分布，这类分布是正态分布或近似正态分布。在它们相互接触时，正好是两个随机高度分布的差。因此接触后两表面综合的高度分布的数学期望是两个表面各自高度分布数学期望的差，综合高度分布的数学期望小于任一个相互接触面的表面粗糙峰谷分布的数学期望。

例二，研磨加工是利用这一误差均化原理和在一定压力作用下的研磨剂的微切除作用去除接触面的接触点，实现表面粗糙度减小的加工方法。这个加工过程不断反复地进行，直到达到表面粗糙度符合要求时为止。

例三，基准平板的加工过程也应用了误差均化原理，通常在基准平板加工时，利用三块平板相互比较，相互检查，以研磨或刮研加工达到高的几何形状精度，所以至今不少高精度机床也无法代替这种古老而精度又高的加工方法。

五、投影误差与阿贝原则

1. 投影误差

在计量和加工工件中，常需要使仪器和装置处于水平或垂直等理想状态，以得出精确的结果。由于安装、调整和装配误差的存在，实际位置与理想位置总有一定差异，从而对测量和加工结果带来误差，这种误差是由于实际状态的投影与原来状态不一致所造成，故称投影误差，其分布称投影误差分布。

例一，长度测量中，常需使基准尺与被检尺处于同一方向，以进行比较，实际长度 l' 用偏离 α 角的基准尺去测量，测得长度为 l ，造成误差如图1—5所示，

$$\begin{aligned}\Delta &= l - l' \\ &= l (1 - \cos \alpha)\end{aligned}\quad (1-19)$$

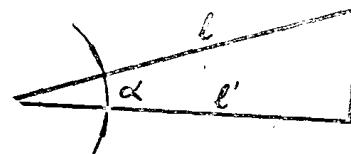


图1—5 长度测量的偏离

例二，在加工中，由于刀具实际运动方向与工件要求的精度方向存在偏离，形成角度偏差。由于有 α 角偏差，刀具虽然准确地走了 l 距离，但在工件上却加工出 l' 尺寸，两者间产生误差 Δ 与式(1—19)相同。

例三，测量圆型直径，由于安放的测量仪器总使测量线与圆心有偏离，带来误差如图1—6所示，

$$\begin{aligned}\Delta &= d' - d \\ &= -d (1 - \cos \alpha)\end{aligned}\quad (1-20)$$

投影误差在其他工作中可以找到很多例子。以上情况由于实际状态偏离理想状态夹角 α (α 限制在一定范围A内)，对结果带来相对误差

$$\Delta' = 1 - \cos \alpha$$

由于偏角 α 一般认为在0到A内取任一值机会相等，即 α 为服从 $[0, A]$ 内均匀分布的随机变量。 α 可以是带正负号的，也可以仅带一个符号，因 $\cos \alpha = \cos (-\alpha)$ ，故两者情况相同。误差 $\Delta' = \cos \alpha - 1$ 与 $\Delta' = 1 - \cos \alpha$ 差一个符号，与研究问题实质无关。

2. 阿贝原则

在现代化加工生产时，要求主动测量，并采用了位移数字显示和数字控制技术等。在机床导轨误差相同的情况下，由于机床上测量仪器的安装位置不同，对测量误差的影响程度也

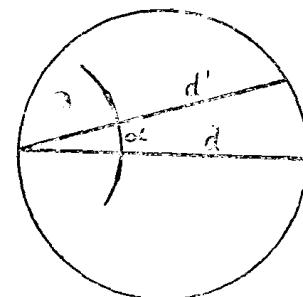


图1—6 圆盘测量偏心