高等学校教学参考书

五邑大学 吴今培 主编

系统辨识

中国铁道出版社

高 等 学 校 教 学 参 考 书

系 统 辨 识

五 邑 大 学　吴今培　主编
中南工业大学　张明达　主审

中 国 铁 道 出 版 社
1994 年 · 北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本书系统地叙述了系统辨识的基本概念、基本理论、基本方法和应用。在内容方面，不仅对参数估计、阶次判定、时域辨识、频域辨识、随机系统辨识等经典理论及应用作了全面和系统的论述，对多变量系统、非线性系统和闭环系统的辨识进行了简明的阐述，而且对灰色系统辨识和模糊系统辨识方面的最新研究成果也作了深入的探讨。

本书为自动控制专业教学参考书或研究生教材。

高等学校教学参考书
系统辨识
五邑大学 吴今培 主编

中国铁道出版社出版发行
(北京市东单三条14号)
责任编辑 倪嘉寒 封面设计 王毓平
各地新华书店经售
中国铁道出版社印刷厂印

开本:787×1092 毫米 1/32 印张:10.875 字数:248 千
1994 年 8 月 第 1 版 第 1 次印刷
印数:1—2000 册

ISBN7-113-01772-X/TP・182 定价:12.60 元

前　　言

现代，各门科学已更加强烈地显示出数学化的趋势。不只自然科学各学科要使用数学，而且社会科学中越来越多的学科也开始使用数学。马克思曾说：一切科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。可以断言，没有不需要使用数学的科学，只有尚未使用数学的科学。

但是，任何科学在使用数学时都有一个问题必须首先解决，就是如何数学化的问题，亦即选择什么样的数学工具来描述该学科的实际状况，并借助其进行研究。也就是说，在其它非数学学科与数学学科之间必须建立起一座巨大的桥梁，这就是数学模型。

我们有关于描述天体运动的数学模型，有研究力学问题的数学模型，有表征热学规律的数学模型，有电学、光学的各种数学模型……。但是，在实际生活中，还有大量的系统（对象）无法运用物理原理来建立其数学模型。于是，在现代控制理论中发展出一种"系统辨识"(*system identification*)的方法。它是通过观测一个系统或一个过程的输入-输出关系来确定其数学模型（实际上为系统的等价模型），从而辨明所研究和控制的系统内在结构和参数。

最近十余年来，系统辨识的应用已超出工程和自然科学的范畴。许多其他研究领域，象生物学、医学及经济学，也能利用系统辨识的方法建立这些领域所出现的系统的定量模型。例如，在计量经济领域的工作者，长期以来一直在寻求建立内生变量（输出）与外生变量（输入）之间的数学关系。又如，对于

人-机器环境中人的性能、瞳孔和肌肉的控制功能、新陈代谢以及脑电波等等，已经获得了很成功的数学模型。类似的建模应用也可以在生态学、交通运输等领域中找到。总之，在科学研究、生产实践和社会经济活动中，存在大量地问题需要用系统辨识的理论去研究解决，这就是辨识理论发展的重要原因之一；另一方面，也由于现代计算工具的发展，使许多问题可以通过计算机加以解决，这又推动了辨识理论的发展。现在甚至可以这么说：大多数综合性的工程技术问题的良好解决，都离不开系统辨识的方法。

实际系统（对象或过程）种类繁多，需借助数学模型来加以描述的特定问题不计其数，但从系统辨识的观点来看，系统表征的核心内容是如何根据观测的输入-输出数据去建立系统的数学模型，再利用这个模型对观测数据及产生这一数据的系统进行分析，以便更本质地了解数据的内存结构和系统的动态特性。因此，尽管实际系统千差万别，但从观测数据来说，大体可分为四类：确定性数据、随机性数据、模糊性数据及灰色数据。确定性数据反映事物（或系统）具有确定性或固定性，反映的是因果律。这类数据的建模方法实际上是经典的数学方法，大多数系统辨识方面的书都有详细的论述，本书的第二章介绍了系统辨识的经典方法。随机数据反映事物本身具有明确的含义，但事物出现与否是不确定的，这叫随机性，它是因果律的突破。本书的第六章讨论了随机数据的建模——随机系统辨识。模糊数据反映事物本身没有精确的含义，这是由于外延的模糊而带来的不确定性，这叫模糊性，它是对排中律（非此即彼）的突破。本书的第八章讨论了模糊数据的建模——模糊系统辨识。灰色数据反映事物的信息不完整性，部分信息已知部分信息未知的系统叫做灰色系统，本书的第七章讨论了灰色系统辨识。随机数据、灰色数据与模糊数据除了本

身的特殊性外，还有其共性——不确定性。为了深刻地揭示它们的内在联系，本书又讨论了灰色时序混合模型与模糊时序混合模型的辨识问题。综上所述，本书在整体构思上是依据观测数据的性质来构造系统的数学模型，把随机系统、灰色系统和模糊系统的辨识有机地联系在一起，形成了一套独特的理论体系。这是本书与众不同之处。考虑到教材内容的完整性，需要将系统辨识的基本概念和基本知识介绍给读者，这就形成了本书的第一章。接着将系统辨识的共性问题——模型的参数估计及阶次判定集中起来，为综合和统一各种系统辨识方法提供基础，这就构成了本书的第三章与第四章。当前，系统辨识这门学科的发展方兴未艾，越来越显示出旺盛的生命力，尤其是非线性系统、闭环系统及多变量系统的模型辨识正广泛引起人们的重视，因此本书的第五章作了简明阐述，以便为读者进行深入的研究指明方向。以上就是全书八章内容的构思和介绍。

本教材是根据铁道部高等学校计算机、自动控制、工业电气自动化专业教学指导委员会的评选推荐而编写的，可作为运输自动化与控制学科的硕士研究生教学参考用书，亦可安排为 40 学时左右的大学高年级本科生与研究生的选修课程教材，还可供工程技术领域和非工程技术领域(如生态和环境科学、管理科学、经济科学、生物医学等)各类专业的研究生和科研、开发人员作为现代建模方法的参考或依据。

本书由五邑大学教授吴今培主编，西南交通大学副教授张汉全和北方交通大学教授张凤翥参加了编写工作。书中第一章由张汉全和吴今培共同编写；第二、五章由张凤翥编写；第三、四章与附录由张汉全编写；第六、七、八章由吴今培编写。全书由中南工业大学张明达教授主审。

本书在编写过程中，中科院学部委员、华中理工大学杨叔

子教授、熊有伦教授，华南理工大学博士生导师刘永清教授、吴捷教授，广东工学院张启人教授等对书稿内容提出了许多宝贵的意见，在此向他们表示深深的谢意。同时，本书在编写过程中还得到西南交通大学靳蕃教授、北方交通大学贺允东教授的热心支持和帮助，在此表示衷心感谢。

鉴于编者水平有限，缺点错误之处，欢迎读者批评指正。

编　者

1993 年 5 月于五邑大学

目　录

第一章　系统辨识与建模的基本概念

第一节　建模与系统辨识

一、系统、模型与建模

（一）系统与模型

系统（*systems*）可以定义为由相互联系、相互制约、相互作用的各个部分组成的，具有一定整体功能和综合行为的统一体。例如计算机系统、控制系统、交通系统等。系统可小可大，小的如细胞、集成电路，大的如社会经济、生态平衡，都分别是一个系统。

系统能产生可观测的信号。我们感兴趣的观测信号一般称为“输出”。系统也受到外部激励的影响。能被操纵的外部信号称为输入，其余的外部信号称为干扰。干扰又分为能直接量测的干扰和不能直接量测的干扰。对于不能直接量测到的干扰，只能通过它的输出的影响来间接观测。系统可分为动态系统与静态系统两类。其中动态系统的输出不仅依赖于现在的外部激励，而且与输出过去的值有关，具有记忆性。而静态系统的输出则无记忆性。

模型（*model*）是系统特征的部分信息的一种有用的抽象描述形式。模型反映的是哪一特征信息，取决于模型的用途（也就是模型的针对性）。模型不等于系统，模型只是系统某些特征的近似抽象（这就是模型的近似性）。从形式上，模型有物理模型、数学模型等形式。物理模型是实际系统某些特征的物理模拟（如缩小了的相似系统，又如利用电学系统模拟力学系

统)。而数学模型则是用数学结构(例如图表,微分方程、差分方程、传递函数等数学方程)来表示系统的某种特征。本书仅讨论系统数学模型。

系统数学模型可以分为非参数模型与参数模型两大类。其中所谓非参数模型指从一个实际系统的实验过程直接或间接得到的响应曲线模型(例如阶跃响应、脉冲响应或频率响应曲线图)。而数学方程形式模型则为参数模型。

(二)建模(*modeling*)问题

建立系统数学模型的目的,主要是满足系统仿真、系统预测、系统设计、控制(尤其是最优控制和自适应控制)与决策等方面的需要。可以说,建模是系统分析、设计、预测、控制与决策的基础和前提。

建立数学模型基本方法有两种。第一种是机理分析法,它通过系统本身的机理(如物理、化学规律或社会经济规律等)建立系统数学模型。第二种方法是测试法,它出系统的输入输出信号数据来推断系统的数学模型。实际建模中往往是将两种方法结合起来使用。通常称机理法建模问题为"白箱"问题,称测试法建模问题为"黑箱"问题,而称两种方法结合的建模问题为"灰箱"问题。

有的学者认为,测试法建模有两类基本问题。一类是被建模系统的某些特征可用系统的可测输入与输出间的关系来描述,很多工程控制系统的建模便属这一类。另一类是被建模系统的输出可测,但其输入却难以定义或难以测量,例如人口控制系统、运输管理系统。人们通常称第一类建模问题为"系统辨识"(*system identification*)问题,而称第二类建模问题为"随机建模"(*stochastic modeling*)问题或"时间序列建模"问题。本书将着重讨论系统辨识问题,对随机建模问题只作扼要介绍。

二、系统辨识概述

（一）系统辨识的定义

在系统辨识学科发展过程中，人们对系统辨识曾经有过各种定义。例如，1962 年查德（Zadeh）对系统辨识定义为："辨识就是在输入和输出数据的基础上，从一种给定的模型类中，确定一个与被辨识系统等价的模型"。然而，按照这个定义，寻找一个与被辨识系统完全等价的模型是非常困难的。从工程实用观点，对模型的要求也不必如此苛刻。因此又出现了一些比较实用的定义。例如，1978 年荣（Ljung）对系统辨识定义为："辨识有三个要素——数据、模型类和准则。辨识就是按照一个准则在一组模型类中选择一个拟合得最好的模型"。根据荣的定义[1]，我们可把系统辨识理解为："根据实际系统的输入、输出数据，在一类模型中找出一个与实际系统逼近的模型，这个模型能真实表示系统的本质特征并使某个准则函数极小（或极大）。

（二）系统辨识过程

系统辨识过程可以用图 1—1 来表示。基本步骤是：

（1）根据辨识目的（即模型的用途）与验前知识（指辨识试验以前对系统情况的了解）进行辨识方案的设计与模型类型的确定。

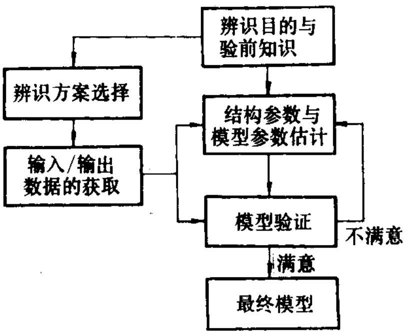

图 1—1　辨识过程示意图

辨识方案的设

计，包括试验信号的选择(如果需要试验信号的话)；采样周期与试验时间的确定；离线或在线辨识的确定以及输入、输出数据测试方法的选择等。离线辨识是指在获取全部数据后，用与系统不相联的计算机进行处理，得到模型有关的估计值；而在线辨识则是用与系统相联的计算机采集数据并进行处理，得到模型有关的估计值。离线辨识对计算速度无苛刻要求，可以达到较高辨识精度，但数据存贮量很大。而在线辨识的数据存贮量则不大，可以进行实时辨识，但要求计算速度较高。

从不同角度看，模型类型可按不相容集合分类为：静态或动态模型，参数或非参数模型，线性或非线性模型，连续或离散时间模型，定常或时变参数模型，确定性或随机性模型，时域或频域模型，集中参数或分布参数模型，“精确”模型/模糊模型，等等。

(2)获取被识系统的输入、输出数据，根据输入、输出数据估计结构参数与模型参数(对参数模型而言)。

所谓结构参数，对单变系统是指模型方程的阶数，对多变量系统，通常是指模型方程的阶数以及其它与结构有关的量，例如状态空间模型的结构不变量。而模型参数，是指不依赖于输入、输出数据或状态的那些量，如微分方程、差分方程的系数。

(3)模型的验证

在得到系统的模型之后，这个模型是否真实反映了系统的动态特性，是否可用，还必须进行验证。模型验证的方法很多，例如特定的辨识目的，通过实用试验来证明；又如对系统与模型施加相同的试验信号，通过它们的输出的偏差情况来验证。

(三)模型参数估计问题

在辨识过程中，一个关键的问题是模型参数估计。模型参

数估计问题就是在确定了模型的类型与结构参数之后，根据输入、输出数据，为使某个准则函数极小（或极大）而采用某种计算方法来估计模型参数。

一个典型的准则函数是系统与模型输出之间的误差的平方和，即

$$J(\hat{\theta})=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\varepsilon^2(k) \tag{1—1—1}$$

式中，$\varepsilon(k)=z(k)-z_m(k)$，而 $z(k)$、$z_m(k)$分别为系统与模型的输出，它们分别是系统的真实参数 θ° 与模型参数 $\hat{\theta}$ 的函数。可见，使 $J(\hat{\theta})$取极小的参数估计值 $\hat{\theta}^*$ 就是在输出误差平方和极小意义下的最优参数估计。

常用的准则函数还有方程误差平方和，似然函数等。

为了求解使 $J(\hat{\theta})$ 极小的最优估计值，有两种可能的方法：直接估计法与迭代估计法。如果能直接由

$$\left.\frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial\hat{\theta}}\right|_{\hat{\theta}^*}=0 \tag{1—1—2}$$

得到的 $\hat{\theta}^*$ 的解析表达式，则可由该表达式计算出最优估计，这就是直接法。如果不能得到 $\hat{\theta}^*$ 的解析表达式，则可用梯度法的等数值方法，通过多次迭代而算出使$\frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial\hat{\theta}}\to 0$ 的最优估计，这就是迭代估计法。

在参数估计中，数据的处理方式有两种。一是整批方法，一是递推方式。在整批方式中，参数估计所需观测数据全部需要存储起来，在取得所有数据后再进行参数估计。离线辨识大多采用这种方式。在递推方式中，每取得一次新观测数据，就对过去所得的参数估计值进行修正。递推方式不必存储全部数据，可以节省计算机内存。在线辨识大多采用这种方式。如果在线辨识计算机在每次采样后立即用递推方式进行数据处理，就称为实时辨识。实时辨识适用于时变系统的辨识。

三、系统辨识学科的发展

在自动控制理论出现之前，为了进行天文之类的自然现象的预测，人们已经开始用试验方法建立数学模型。在经典控制理论出现后，用阶跃响应实验法或频率响应试验法求取系统传递函数的方法得到广泛应用。随着现代控制理论的出现和发展，系统数学模型的建立成为状态反馈控制、最优控制与自适应控制等设计的组成部分。尤其是涉及社会、经济、管理与生态等领域的大系统理论的出现，使系统辨识与建模更为重要。

正是在这样的背景下，系统辨识学科在近二十年得到发展，成为十分活跃的学科。国际自动控制联合会(IFAC)每三年要召开一次系统辨识与参数估计讨论会，国内的控制理论与应用年会、仿真年会等学术会议，以及自动化学报等刊物上，都有不少有关系统辨识的最新研究成果。

多变量系统辨识、非线性系统辨识，分布参数系统辨识与时间序列建模，仍然是当前人们感兴趣的课题。随着模糊与灰色控制理论的出现，模糊系统与灰色系统辨识问题也得到人们的重视。

第二节　谱密度的传递和表示性定理

不熟悉随机过程基础的读者，在学习本节之前，应首先阅读本书附录。

一、谱密度的传递

对于图 1—2 所示单位脉冲响应为 $g(t)$的单变量线性定常渐近稳定系统，当输入随机信号 $x(t)$是平稳过程时，则输出信号 $y(t)$亦为平稳过程，且有如下谱传递关系

$$S_{xy}(j\omega)=G(j\omega)S_x(\omega) \qquad (1—2—1)$$

$$S_y(\omega)=|G(j\omega)|^2 S_x(\omega) \qquad (1—2—2)$$

式中 $G(j\omega)$——系统的频率特性，$G(j\omega)=\int_0^{\infty} g(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t$；

$S_x(\omega)$——$x(t)$的自谱密度；

$S_y(\omega)$——$y(t)$的自谱密度；

$S_{xy}(j\omega)$——$x(t)$与$y(t)$的互谱密度。

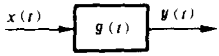

图 1—2 渐近稳定系统

证明：由于输出信号可表为下列卷积分

$$y(t)=\int_0^{\infty} g(\lambda)x(t-\lambda)\mathrm{d}\lambda \qquad (1—2—3)$$

故有

$$r_{xy}(\tau)=E\{x(t)y(t+\tau)\}=E\{x(t)\int_0^{\infty} g(\lambda)x(t+\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda\}$$

$$=\int_0^{\infty} g(\lambda)r_x(\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda \qquad (1—2—4)$$

$$r_y(\tau)=E\{y(t)y(t+\tau)\}$$

$$=E\{[\int_0^{\infty} g(\mu)x(t-\mu)\mathrm{d}\mu][\int_0^{\infty} g(\lambda)x(t+\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda]\}$$

$$=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} g(\mu)g(\lambda)E\{x(t-\mu)x(t+\tau-\lambda)\}\mathrm{d}\mu\mathrm{d}\lambda$$

$$=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} g(\mu)g(\lambda)r_x(\tau-\lambda+\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}\lambda \qquad (1—2—5)$$

分别对上二式作傅氏变换，得：

$$S_{xy}(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} r_{xy}e^{-j\omega\tau}\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau}\int_0^{\infty} g(\lambda)r_x(\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\tau$$

$$=\int_0^{\infty} g(\lambda)e^{-j\omega\lambda}\int_{-\infty}^{\infty} r_x(\tau-\lambda)e^{-j\omega(\tau-\lambda)}\mathrm{d}(\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

$$=G(j\omega)S_x(\omega)$$

$$S_y(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}g(\mu)g(\lambda)r_x(\tau-\lambda+\mu)e^{-j\omega\tau}\mathrm{d}\mu\ \mathrm{d}\lambda\ \mathrm{d}\tau$$

$$=\int_0^{\infty}g(\mu)e^{j\omega\mu}\int_0^{\infty}g(\lambda)e^{-j\omega\lambda}\int_{-\infty}^{\infty}r_x(\tau-\lambda+\mu)e^{-j\omega(\tau-\lambda+\mu)}$$

$$\mathrm{d}(\tau-\lambda+\mu)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\mu$$

$$=G(-j\omega)G(j\omega)S_x(\omega)$$

$$=|G(j\omega)|^2S_x(\omega)$$

证毕

例如，对于图1—3所示 RC 电路系统，其传递函数为

$$G(s)=\frac{1}{Ts+1},T=RC$$

而其单位脉冲响应函数为

$$g(t)=\begin{cases}\frac{1}{T}e^{-t/T} & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

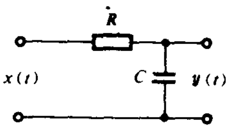

图1—3　RC 电路系统

故系统频率特性为

$$G(j\omega)=\int_0^{\infty}g(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=\frac{1}{1+j\omega T}$$

当系统输入为白噪声信号，即 $r_x(\tau)=\sigma^2\delta(\tau)$，$S_x(\omega)=\sigma^2$ 时，则系统输出、输入间互相关函数为

$$r_{xy}(\tau)=\int_0^{\infty}g(\lambda)r_x(\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda=\int_0^{\infty}g(\lambda)\sigma^2\delta(\tau-\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

$$=\begin{cases}\sigma^2g(\tau)=\frac{\sigma^2}{T}e^{-\tau/T} & \tau\geqslant 0\\ 0 & \tau<0\end{cases}$$

系统输出的自相关函数为

$$r_y(\tau)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}g(\mu)g(\lambda)r_x(\tau-\lambda+\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}\lambda$$

$$=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}g(\mu)g(\lambda)\sigma^2\delta(\tau-\lambda+\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}\lambda$$