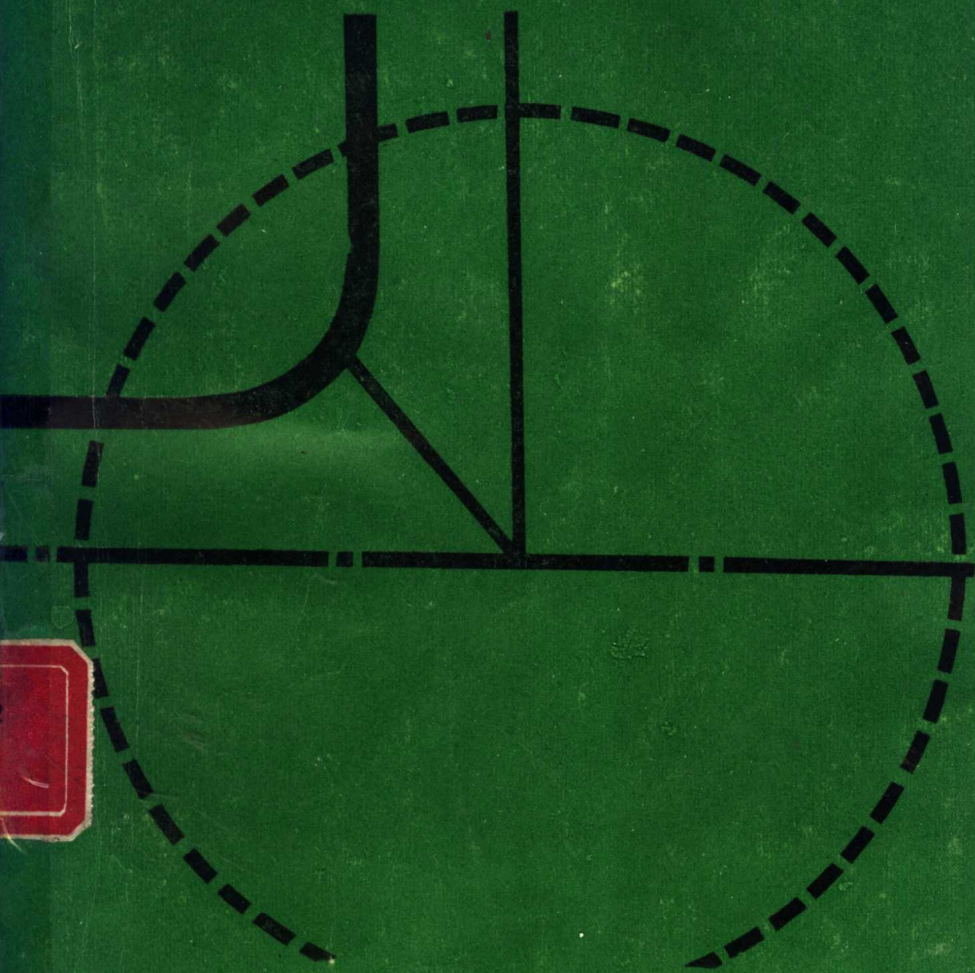


大学基础物理学习与解题指导

原子物理学

陆汉忠 陈建新 编

上海科学技术出版社



大学基础物理学习与解题指导

原子物理学

陆汉忠 陈建新 编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书按照我国高校目前实施的原子物理学教学大纲,结合现行的大部分原子物理学教材的内容,本书共分十章,每章设有四部分内容。其中“本章目的”和“内容提要”除示明教学重点和对课程内容提纲挈领外,还包括一些基本概念和公式。“解题示例”是本书的主要部分,解答的指导思想力求概念准确、思路清楚、推理严密、方法简练、启发性强。在计算过程中,使用了组合常数,从而使计算过程大为简便,而精确度不亚于其他方法。为使读者巩固所学的知识以及作为一种检测,在每章末都选用了一定量的习题,并在书末附有答案。本书所选的例题和习题共有400多题,其难易程度覆盖面较广。

本书可供综合性大学、师范院校物理专业的师生阅读,也可供其他有关专业的师生参考。

大学基础物理学习与解题指导

原 子 物 理 学

陆汉忠 陈建新 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所发行 江苏如东印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.25 插页 1 字数 235,000

1988年9月第1版 1988年9月第1次印刷

印数 1—5,000

ISBN7-5323-0306-3/G·67

定价: 3.40 元

前 言

在我国现行的高等教育课程设置中,原子物理学是物理类专业学生的一门必修课程;它既是普通物理学的最后一部分,又是学习近代物理的开始。因此,能否学好原子物理学,将会直接影响到后继课程的学习。需要强调指出,学习原子物理学,首先应该着重于一些基本概念的理解与掌握;与此同时,还必须努力掌握基本的解题本领。实际上,解题过程亦是加强基本概念的理解,是学习过程中不可缺少的一部分。正是本着上述精神,我们编写了这本书,以期有助于学习原子物理学的读者。

本书系《大学基础物理学习与解题指导》丛书中一册,按我国现行高校原子物理学教学大纲,结合现行的大部分原子物理学教材的内容,本书共分十章(第一、三、五、七、十章由陆汉忠编写,第二、四、六、八、九章由陈建新编写),每章设有四部分内容。其中,“本章目的”和“内容提要”除示明教学重点和对课程内容提纲挈领外,还包括一些基本概念和公式。“解题示例”是本书的主要部分,解答的指导思想力求概念准确、思路清楚、推理严密、方法简练、启发性强。在计算过程中,我们使用了组合物理常数,从而使计算过程大为简便,而由此得到的结果在精度上不亚于其他方法。为了让读者巩固所学的知识以及作为一种检测,我们在每章末都选用了一定量的习题,并在书末附有答案。本书所选的例题和习题共有 400

多题,其难易程度覆盖面较广,既适合综合性大学、师范院校物理专业学生学习原子物理学的需要,也可供其他有关专业的师生参考。杨福家教授著《原子物理学》一书中的所有习题,分别为本书的例题和习题所采用,故本书亦可作为学习杨福家教授所著一书的辅助读物。

由于我们水平有限,书中可能存在着错误与不妥之处,敬请读者给予批评指正。

杨福家教授审阅了本书部分内容,并与我们作了多次有益讨论,在此谨表示由衷地感谢。

编 者

1987年3月于复旦大学

目 录

第一章 原子的卢瑟福模型	(1)
本章目的	(1)
内容提要	(1)
解题示例	(9)
习题	(22)
第二章 氢原子的玻尔理论	(27)
本章目的	(27)
内容提要	(27)
解题示例	(36)
习题	(49)
第三章 电子的自旋	(53)
本章目的	(53)
内容提要	(53)
解题示例	(61)
习题	(83)
第四章 多电子原子	(88)
本章目的	(88)
内容提要	(88)
解题示例	(98)
习题	(108)
第五章 X 射线	(111)
本章目的	(111)
内容提要	(111)
解题示例	(121)

习题	(135)
第六章 量子力学	(139)
本章目的	(139)
内容提要	(139)
解题示例	(150)
习题	(167)
第七章 分子结构和分子光谱	(171)
本章目的	(171)
内容提要	(171)
解题示例	(180)
习题	(195)
第八章 原子核	(198)
本章目的	(198)
内容提要	(198)
解题示例	(209)
习题	(217)
第九章 放射性与核反应	(220)
本章目的	(220)
内容提要	(220)
解题示例	(230)
习题	(242)
第十章 粒子物理	(246)
本章目的	(246)
内容提要	(246)
解题示例	(255)
习题	(270)
附表 I 物理学常数	(275)
II 一些核素的性质	(277)
习题答案	(283)
元素周期表	

第一章 原子的卢瑟福模型

本章目的

1. 了解卢瑟福提出原子核式结构模型的背景。
2. 了解卢瑟福原子模型与汤姆逊原子模型的主要区别以及如何判断它们的正确与否。
3. 掌握库仑散射公式和卢瑟福散射公式的推导及其应用。
4. 了解卢瑟福原子模型的意义以及它所面临的困难。
5. 熟练掌握应用组合常数的数值计算方法。

内容提要

I. 原子物理学的研究任务

物理学是研究物质运动的最一般规律和物质基本结构的科学。物质结构分成一个个层次。作为物质结构的任何一个层次，都要回答三个共同的问题：这一层次是由什么组成的；这些组成物是怎么运动的；它们又是怎么相互作用的。原子物理学所研究的是原子这个层次，它介于分子和原子核两层次之间，它主要研究原子的结构和性质。

II. 汤姆逊原子模型

原子是由什么组成的？它的位形又是怎样的？1903年

J. J. 汤姆逊首先提出了第一个原子结构模型,他认为原子中的正电荷均匀地分布在原子球体内,而电子则嵌在其中,正负电荷的电量相等,人们形象地称它为“西瓜模型”(或“葡萄干面包模型”)。为了解释元素周期表,汤姆逊又假设,电子分布在一个个环上,每一个环上只能安置有限个电子。当时,汤姆逊模型似乎能归纳一些实验结果。但是在进行电子和金属体的散射实验中,发现高速电子很容易穿过原子,说明原子内部是十分空虚的,用汤姆逊原子模型很难解释;而完全否定汤姆逊原子模型的实验事实是 α 粒子的大角散射。

III. 卢瑟福原子模型

α 粒子的散射实验 1903年,卢瑟福与他的协作者盖革和马斯顿进行了 α 粒子散射实验。一束平行的 α 粒子射向金属薄膜时,发现大多数 α 粒子穿过薄膜后的散射角很小(3° 以内),但有八分之一的 α 粒子被反射回来了。

核式结构模型 根据汤姆逊原子模型,可以预料 α 粒子的散射角是非常小的,大于 90° 的大角散射几率仅为 10^{-3500} 。因此, α 粒子的散射实验使得汤姆逊原子模型陷入困境。对于这样的实验事实,卢瑟福感到十分惊奇,觉得不可理解。但他经过严谨的理论推理以后,于1911年大胆地提出了核式结构模型。他认为原子中的正电荷集中在体积很小的但带有几乎全部原子质量的原子核上,电子分布在核的外边。

卢瑟福根据原子的核式结构,提出了 α 粒子散射理论,圆满地解释了 α 粒子散射实验。从此,原子的核式结构很快地被人们所承认。

原子的大小 实验表明,原子的大小具有 10^{-10}m 数量级,因此过去常用 $\text{\AA}$ (埃)作单位。 $1\text{\AA}=0.1\text{nm}$ (纳米)=

$$10^{-10} \text{ m}_0$$

IV. 卢瑟福散射公式

α 粒子的轨迹 按卢瑟福的核式结构, 靶核是一个带正电的近乎点状的重粒子, 当外来带正电的粒子射入金属薄膜时, 由于它们之间的库仑力作用, 入射粒子将沿着双曲线轨迹偏离原来的入射方向而散射出去, 如图 1-1 所示。设入射粒子(荷电 $Z_1 e$)的动能为 E_K , 它与固定散射体(核电荷为 $Z_2 e$)无相互作用时的最小直线距离为 b , 可以证得 α 粒子的轨迹方程为

$$r = \frac{d}{s \cos \varphi - 1} \quad (1-1)$$

式中 $d = \frac{2b^2}{a} > 0$ ($a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 E_K}$, ϵ_0 为真空介电常数),

$$s = \sqrt{1 + \left(\frac{2b}{a}\right)^2} > 1.$$

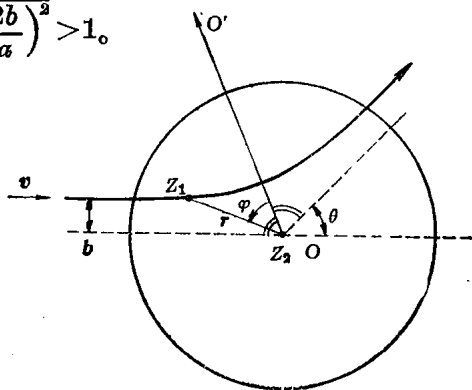


图 1-1 α 粒子的散射轨迹

库仑散射公式 可以证明入射粒子被靶核散射后遵从下述规律:

$$b = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}. \quad (1-2)$$

上式称为库仑散射公式, 式中 θ 为散射角, a 称为库仑散射因子, b 称为瞄准距离(又称碰撞参数)。当散射角 $\theta=90^\circ$ 时, $a=2b$, 即库仑散射因子等于瞄准距离的两倍。式(1-2)对于两体相斥或相吸都成立。

式(1-2)成立的假设条件是: (i) 只发生单次散射; (ii) 只有库仑相互作用; (iii) 核外电子的作用可以忽略; (iv) 靶核静止不动。

一般说来, 靶核在与入射粒子相互作用时总有反冲。只有当靶核质量远大于入射带电粒子的质量时, 才可忽略靶核的反冲而视作静止不动。当靶核的反冲不可忽略时, 需用质心坐标系(即把坐标系的原点取在两体的质心上)中的库仑散射公式:

$$b = \frac{a_c}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_c}{2}, \quad (1-3)$$

式中 θ_c 为质心坐标系中的散射角:

$$a_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_0},$$

其中
$$E_0 = \frac{1}{2} \mu v^2, \quad \mu = \frac{mM}{m+M},$$

称为折合质量 (m 、 M 分别是入射粒子和靶核的质量), v 为入射粒子在实验室坐标系中的速度。

卢琴福散射公式 微观粒子之间发生相互作用的几率大小常用“截面”来量度。由于 θ 与 b 有确定的对应关系*, 那些瞄准距离在 $b \rightarrow b+db$ 之间的 α 粒子, 经散射后必定向 $\theta \rightarrow$

*因量子效应和束有一定宽度, θ 和 b 一一对应是有一定条件的, 其充要条件是:

$$\lambda \left| \frac{d}{db} \frac{1}{f(b)} \right| < 1,$$

式中 $\lambda = \frac{h}{p}$, p 是入射粒子动量。

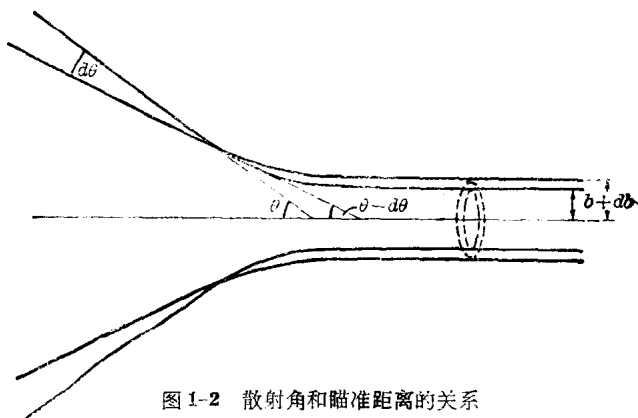


图 1-2 散射角和瞄准距离的关系

$\theta \rightarrow \theta + d\theta$ 之间的角度射出，如图 1-2 所示。凡通过图中所示以 b 为内半径， $b + db$ 为外半径那个环形面积的 α 粒子，必定散射到角度在 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ 之间的一个空心圆锥体之中。这个环的面积为

$$d\sigma = 2\pi b |db| = \left(\frac{a}{4}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}, \quad (1-4)$$

式中立体角

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta.$$

它表示入射粒子被靶的一个原子散射到 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ 之间的那么一个立体角内的散射截面，即表示每个靶原子对散射几率的贡献，故 $d\sigma$ 称为原子的散射截面（或有效散射截面）。它具有面积的量纲，通常以 b（靶）或 mb（毫靶）为单位。1b = 10^{-24} cm^2 。

若散射方向限于极小的立体角 $d\Omega$ 范围内，定义微分散射截面

$$\sigma(\theta) = \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{dN}{Nntd\Omega} = \left(\frac{a}{4}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (1-5)$$

式中 n 是靶核单位体积内的原子核数， t 是靶厚， N 是入射粒子数， dN 是散射粒子数。上式表示对于单位面积内每个靶

核、单位入射粒子、单位立体角内的散射粒子数。式(1-5)就是著名的卢瑟福散射公式。其成立的条件与式(1-2)相同。

式(1-5)严格地在质心坐标系中成立。但在实际使用时,需转到实验室坐标系:

$$\sigma_L(\theta_L) = 5.2 \left(\frac{Z_1 Z_2}{E_L \sin^2 \theta_L} \right)^2 \frac{\left[\cos \theta_L + \sqrt{1 - \left(\frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \right)^2} \right]^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \right)^2}} \quad (1-6)$$

式中 θ_L 是 L 系(实验室坐标系)中的散射角, 单位为度; σ_L 是 L 系中截面, 单位为毫靶; m_1 、 Z_1 是入射粒子的质量、电荷数; m_2 、 Z_2 是靶核的质量、电荷数; E_L 是入射粒子在 L 系中的能量, 单位为 MeV。

小角, 相当于 b 大, 那时在一般的实验条件下, 核外电子的作用不可忽略, 因此不考虑核外电子屏蔽效应的卢瑟福公式也就不再正确。

薄靶散射几率 卢瑟福散射公式给出了单位面积靶内一个原子使入射粒子散射到 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ 之间(一个圆锥体内)的几率。靶中有许多的原子核。如果靶为薄箔(薄到箔中的原子核对射来的 α 粒子前后不互相遮蔽), 则一个 α 粒子打在薄箔上, 被散射到 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ (即 $d\Omega$ 方向)范围内的几率为

$$\eta = \frac{dN}{N} = nt d\sigma = nt \left(\frac{a}{4} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1-7)$$

而在 $d\Omega$ 方向上观察到的 α 粒子数为

$$dN = Nnt d\sigma = Nnt \left(\frac{a}{4} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1-8)$$

实验验证 由卢瑟福散射公式可以得出下列预言:

(1) 一定能量的 α 粒子, 被一定的金属箔散射时, 在 θ 角方向的单位立体角中的 α 粒子数与 $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ 成反比, 即

$$dN \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2} = \text{常数};$$

(2) 在 α 粒子能量和偏转角一定的情况下, 被散射的 α 粒子数与金属箔厚度 t 成正比;

(3) 散射角 θ 和箔厚 t 一定时, 散射粒子数与 α 粒子能量的平方成反比, 即 $dN \cdot E_K^2 = \text{常数}$;

(4) 散射粒子数与 Z^2 成正比。

1913 年, 盖革和马斯顿在实验中证明了上述预言。1920 年, 查德维克改进了装置, 用卢瑟福公式第一次直接通过实验测出了原子的电荷数 Z 。

V. 原子核大小的推断

近核点距离 在推导卢瑟福散射公式时, 原子核看作一质点, 且只考虑库仑力。但事实上, 每个原子核都有一定的大小, 且当入射粒子与原子核靠得足够近时, 作用力不再是纯库仑力, 那时卢瑟福散射公式与实验结果就会有明显的偏差, 由此可推断原子核线度的上限。可以证得散射粒子与靶核有相互作用时能靠近的最小距离为

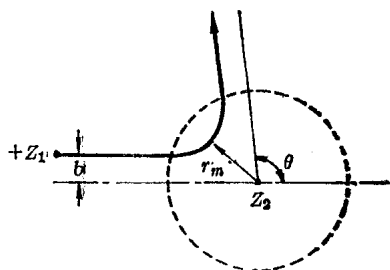


图 1-3 带正电的粒子在散射过程中的近核点距离

$$r_m = \frac{a}{2} \left(\csc \frac{\theta}{2} + 1 \right). \quad (1-9)$$

当 $\theta=180^\circ$ 时, 即对心碰撞 ($b=0$) 时, 有:

$$\min r_m = a_0.$$

可见, a 的物理意义是对心碰撞时入射粒子和靶核之间的最近距离。

式(1-9)相应于两体相斥的情况。若入射粒子带负电, 两体相吸引, 则式(1-9)中 1 要换成 -1 。

原子核的线度 原子核的大小具有 10^{-15} m 数量级, 常用 fm 作单位。 $1 \text{ fm} = 10^{-6} \text{ nm} = 10^{-13} \text{ cm} = 10^{-15} \text{ m}$,

VI. 物理组合常数

为了使数值计算简便而又突出物理意义, 考虑到原子物理学的特点, 我们在此引进几个常用的物理组合常数:

$$(1) \quad hc = 1240 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1.240 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm},$$

式中 h 为普朗克常数, c 为真空中的光速, 1 eV 表示 1 个带单位电荷(e)的粒子在电势差为 1 V 的电场中加速得到的能量, $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$;

$$(2) \quad \hbar c = 197.3 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 197.3 \text{ eV} \cdot \text{nm},$$

式中 $\hbar = h/2\pi$;

$$(3) \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm};$$

(4) 原子质量单位:

$$1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2,$$

式中 c 为真空中的光速;

(5) 电子的静止能量:

$$m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV} = 511 \text{ keV};$$

式中 m_e 为电子的静止质量;

(6) 精细结构常数:

$$\alpha \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}。$$

解 题 示 例

【例 1-1】 汤姆逊原子模型认为原子的正电荷均匀地分布在整个原子内。设 α 粒子的动能为 5.0 MeV, 金原子的半径为 0.10 nm(纳米), 试估计 α 粒子与这种汤姆逊原子发生单次散射的最大偏转角约为 10^{-4} rad。(忽略电子的作用)

解: 按汤姆逊原子模型, 原子中的正电荷均匀地分布在整个原子内, 而电子象西瓜籽一样嵌在西瓜内, 整个原子呈电中性。现忽略电子的作用, 只考虑原子中带正电部分对 α 粒子的单次散射。由电学可知, 当 α 粒子到达原子表面时, 它们的库仑相互作用力最大, 其大小为

$$F = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2},$$

式中 Z_1 、 Z_2 分别是 α 粒子和金核的电荷数, r_0 是金原子的半径。而它们相互作用时间的数量级:

$$\Delta t \approx \frac{2r_0}{v}。$$

故 α 粒子的动量变化近似为

$$\Delta p = m\Delta v = F\Delta t \approx \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 v}。$$

取上限来估计 α 粒子偏转角的大小, 于是取 α 粒子的动量变化 Δp 垂直于原来的动量 p (因为我们关心的是偏转角大小的数量级), 如例 1-1 图所示。因此可得 α 粒子的最大偏转角约为

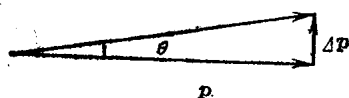
$$\theta \approx \operatorname{tg} \theta = \frac{4p}{p} = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2 r_0} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_K r_0}.$$

将 $Z_1=2$, $Z_2=79$, $E_K=5.0 \text{ MeV}$, $r_0=0.10 \text{ nm}=1.0 \times 10^5 \text{ fm}$,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

代入上式, 得

$$\theta = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{5.0 \text{ MeV} \times 1.0 \times 10^5 \text{ fm}} = 4.6 \times 10^{-4} \text{ rad}$$



例 1-1 图

上述估算结果表明, 按汤姆逊原子模型, α 粒子单次散射的散射角仅为 10^{-4} rad , 根本不可能产生大角

散射。即使考虑多次散射也不能解释大角散射的实验现象。

【例 1-2】 动能为 5.00 MeV 的 α 粒子被金核以 90° 角散射时, 它的瞄准距离(碰撞参数)为多大?

解: 因入射的 α 粒子质量远小于金核质量, 故可忽略靶核的反冲, 利用库仑散射公式(1-2)可求得瞄准距离

$$b = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2 \times 4\pi\epsilon_0 E_K} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}.$$

已知 $Z_1=2$, $Z_2=79$, $E_K=5.00 \text{ MeV}$,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}, \quad \theta = 90^\circ,$$

代入上式后得:

$$b = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{2 \times 5.00 \text{ MeV}} \operatorname{ctg} 45^\circ = 22.8 \text{ fm}.$$

【例 1-3】 在卢瑟福散射实验中, 如果 α 粒子的动能为 5.00 MeV , 金箔厚 $1.0 \mu\text{m}$ (微米), 则入射 α 粒子以大于 90°