

SMP 英国中学数学教科书

33.624

A册

英国中学数学教科书

S M P

A 册

上海师范大学数学系翻译组译

上海教育出版社

The School Mathematics Project

Book A

Cambridge University Press

英国中学数学教科书

S M P

A 册

上海师范大学数学系翻译组译

(原上海人民版)

上海教育出版社出版

(上海永嘉路123号)

新华书店上海发行所发行 上海日历印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 5.25 字数 114,000

1974年6月第1版 1978年4月第1版 1978年4月第1次印刷

统一书号: 7150·1808 定价: 0.35元

内部发行

序

这套教科书共八册，本书是第一册。全书是为适合于一种革新数学教学大纲的 CSE* 考试所需的内容而编写的。

这套书取材于 SMP 普通水平的一套书从第一册至第四册的内容。这两套书之间保持着这样的联系，在学完第一年以后，两套书可以互换。例如学了这套书的 A、B 两册后，可以改学第二册。即使在一年以后的一定阶段，两套书也仍然可以这样互换。

在每年内容的范围内，材料完全重新编写了。这两套书的差别有以下五个方面：

(i) 普通水平的书中，着重于最基本的观察分析和问题讨论。这套书仍然采取这种做法，并且有所发展。从完全实验性质的内容“序曲”，直到包含大量实习作业的“多面体”，各章都不仅通过提问和回答来建立要点，而且还包含积极的实际活动和相互讨论的内容。

(ii) 普通水平的书中，有些主题的知识内容较多，超过了一般程度的学生所能接受的水平。在这套新教材中，开始阶段安排了较多的时间，并增加了一些包括最基本内容的章节。

* 英国学制比较复杂。这套 SMP 教材主要是为文法中学 (Grammar School) 写的，其他类型的中学也有采用。文法中学是为升大学作准备的中学。学生多为贵族资产阶级的子女。学习年限从十一岁到十八岁共七年。其中又分为两个阶段。十一岁到十六岁是基础教育阶段，经过政府组织的“普通教育证书”(简称 GCE) 考试及格，达到“普通水平”(O-Level)。十六岁到十八岁的两年称为第六学级，考试及格后达到中学的“高级水平”(A-Level)。现在译出的 A 到 H 八册，称为“主要学校教程”，是为通过“中学证书”(简称 CSE) 考试而写的，程度是较“普通水平”为低的。——译者

(iii) 原来的各章都拆成了几部分。原因有两个：首先是让学生在有了较多的时间充分掌握某一点以后，再进入下一步的学习；其次是在讨论一个主题和下一个主题之间安排一些较小的过渡，以减少总复习所需要的时间。

(iv) 我们增加了“序曲”和“插曲”。一般说来，“序曲”是本书的有机组成部分。以后各章经常以这些序曲里所得到的经验材料作为根据，有时也作为特别参考。“插曲”可以脱离教材系统而自成单元。一般说来，它们描述一些能产生数学问题的情况。这些情况中的大部分内容可以在课堂上予以介绍，如A册中讲到的图案设计。但是也有些内容，如C册中的测量，则需要做课外实习。在各种情况下，要鼓励学生能明确地叙述他们自己的问题，从而理解数学内容发展的前后联系。

(v) 我们对取自第一册的数学内容作了一些小的变动，对以后各册也是如此。例如：不单独设立集合一章。集合的概念和记号在A册需要的地方予以介绍。至于文氏(Venn)图以及有关问题的研究，则留待以后一册解决。在B册中有一些统计和拓扑的内容，也有关于非数值关系的内容。这三方面问题都是本课程的基本内容，原来在第二册中开始介绍，但是现在放在B册中讲也是合适的和很有意思的。

这两套SMP教材和传统教材间在内容上的主要区别，来自这样两个信念：第一，对数学的一般命题的理解和兴趣，来源于人们从广泛的具体情况中所得的经验，以及在这些情况中，能提出并解决具有数学意义的问题所产生的自信心；第二，这些经验不仅应由数学外部得来，而且也应由数学内部得来。因此，在掌握实数域内解方程的技巧之前，为了对集合、变换和矩阵这些符号的意义有更深刻地理解，对这些符号的表示式进行讨论和运算是有好处的。在应用关系及其表示法

的知识来讨论数学上的函数、方程和图象之前，先让学生发现各种各样的关系及其表示法是有益的。在建立任何严格的几何定理之前，由研究多面体和讨论平面图形的变换，得出对几何形状及其度量和描述方法的大量实际知识，也是有益的。

由于上面这些原因，这些新的内容必须作为本课程的有机组成部分，而不是与本课程割裂的作为附带学习的内容。

在这本A册中，有两章是讨论自然数的图案的，从而引出几节讲因数、倍数和各种数列。篇幅较短的两章，是帮助学生复习分数的基本概念，而不是讲计算技巧；关于进位制的一章，着重讲基在数系中的地位，并为十进小数作准备。关于坐标的一章，是为今后研究图象打下基础。有关几何的几章，讲到角、对称、多边形和多面体，都是用来得出几何形状的实际知识以及描述它们的方法，至于长度的度量问题则放在B册中讲*。

* 这是原著序，以下译文略去。——译者

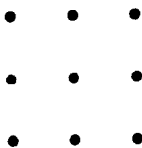
目 录

序	i
序曲	1
三三钉板, 1; 五五钉板, 3	
1. 数的图案	7
点的图案, 7; 矩形数, 8; 正方形数, 11	
2. 坐标	15
海战棋, 15; 地图, 16; 描点, 18; 直线, 21; 区域, 23	
3. 角	29
旋转, 30; 拐角和角, 32; 直角, 37; 度数法, 39; 三角形, 45	
4. 进位制	51
自然数, 51; 竖式运算, 54; 进位制, 59; 柱式算盘, 60	
5. 对称	77
墨迹图, 77; 线对称, 78; 旋转对称, 86; 线对称和 旋转对称, 89	
插曲: 制作图案	92
复习题	94
6. 分数概念	98
整体的部分, 98; 带分数, 102; 同分母的分数, 105	
7. 多边形	109
多边形的名称, 109; 多边形的角, 112; 正多边形, 118	

8. 再谈数的图案	122
倍数和公倍数, 122; 质数, 125; 三角形数, 129; 各种 各样的数, 130	
9. 除法的两种看法	133
连减法, 133; 平均分配, 134	
10. 多面体	139
展开图, 139; 作图技巧, 142; 等边三角形多面体, 144; 十二面体, 147	
思考题	151
复习题	153

序 曲

1. 三三钉板



让我们来看在一个简单的情况下,能发现多少数学问题。我们将需要一块钉有几个小钉的木板,而这九个小钉排成上面正方形的图案。利用橡皮筋来做下面一些实验:

实验 1

你能围成多少个正方形?

用点格纸或方格纸记录你所发现的每一个正方形,最后把你的所有结果全部画在一张图上。

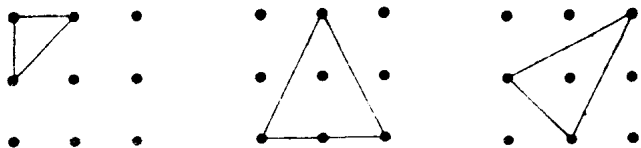
实验 2

你能围成多少个矩形?把结果记录下来。

你大概会觉得做这两个实验相当容易。我们只能围成六个正方形和四个矩形。如果我们要考虑其他图形,例如三角形,那么要把它们全部找出来就比较困难了。我们将把这个问题分成下面几个实验来处理。

实验 3

把如下图所示的有两条边相等的三角形全部找出来:

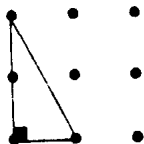


这些三角形叫做等腰三角形。

把结果仔细记录下来，这种三角形可以找到很多。

实验 4

找出那些三条边都不相等但有一个直角的三角形，如：



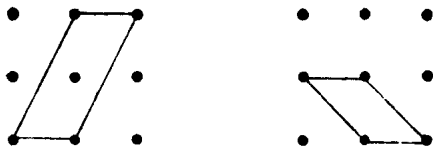
实验 5

还有其他形状的三角形吗？

你一共能找到多少个三角形？

你能找到一个三条边都相等的三角形吗？

实验 6



这种形状的图形叫做平行四边形。你能找到多少个没有直角的平行四边形？

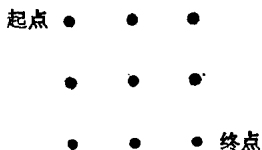
实验 7

用四条线段作边的图形叫做四边形。除了正方形、矩形和没有直角的平行四边形之外，你能找到其他形状的四边形吗？

实验 8

你能找出有五、六或七条边的图形吗？能作出有八条线段作边的图形吗？

实验 9



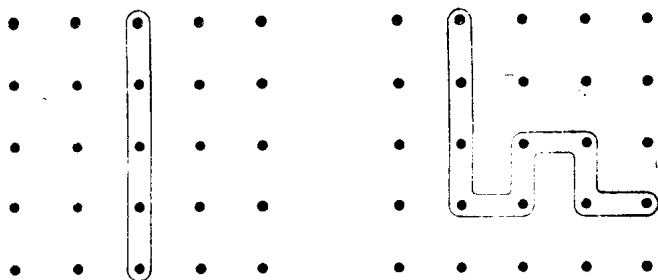
从左上角到右下角的最短路线是哪一条？你能找到最长的路线是哪一条？你认为一共有多少条不同的路线？（每个小钉只能被每条路线经过一次，而且路线本身不能交叉。）

2. 五五钉板

如果不用九只钉子，而改用二十五只钉子，就可以做成一个五五钉板。现在要找出所有的正方形、所有的三角形等等，就比三三钉板时更加困难了。但是，还是有一些比较容易的问题可供我们讨论的。

实验 10

用一根橡皮筋作边界把钉板等分成两块。我们可以举出两种分法的例子如下：



你能有多少种等分钉板的不同方法?

实验 11

你能有多少种四等分钉板的不同方法?

实验 12

你能作出多少种大小不同的正方形?

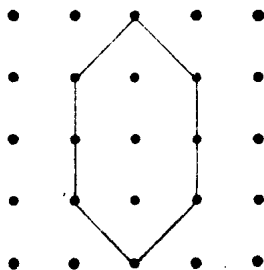
实验 13

看谁能作出一个边数最多的图形.

实验 14

在你的钉板上作成右面的图形, 如果有人在你不看钉板的时候, 把这钉板旋转了半周, 事后, 你会发觉吗?

看你能作出多少个另外的图形, 使它们旋转半周以后, 看上去好象位置没有改变.



实验 15

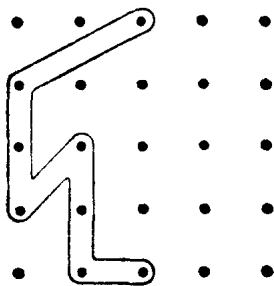
试作出一些图形,使它们旋转四分之一周以后,看上去好象位置没有改变.

实验 16

能不能作出一种图形,使它旋转八分之一周以后,看上去好象位置没有改变呢?

实验 17

某人很匆忙,在他的钉板上留了下面的图形,临走时说:“另外一半图形的形状和它完全相同.”



你能把图形画完整吗? 是否有一个以上的答案?

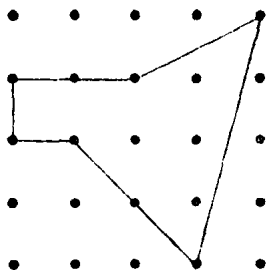
实验 18

类似于实验 17,设计出另外一些图形,与另一个同学配合,你先画出一半,然后叫他把图形画完整.

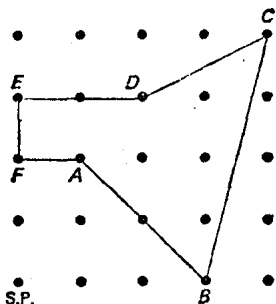
实验 19

通过电话,你怎样告诉对方,要他画出下面形状的图

形呢？



在这个图形的每一个角上都标上一个字母。把左下角的那个小钉当出发点，标上 S.P.



如果接电话的人也有一块和你相同的五五钉板，你可以按下面的方式告诉他。

“点 A：横 1 竖 2。”

“点 B：横 3 竖 0。”

“点 C：横 4 竖 4。”

“点 D：横 2 竖 3。”

“点 E：横 0 竖 3。”

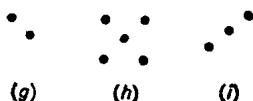
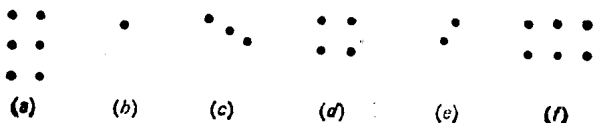
“点 F：横 0 竖 2。”

如果你们事先约好，先报横行的格数，再报竖行的格数，你的讲法就可以简化为：A 是(1, 2)；B 是(3, 0)；C 是(4, 4)；D 是(2, 3)；E 是(0, 3)；F 是(0, 2)。同学们可以两两合作，一人先画一幅图形，不要让另一人看见。用上面这种方法叫他画出来。比较你们两人所画的图形。

1. 数的图案

1. 点的图案

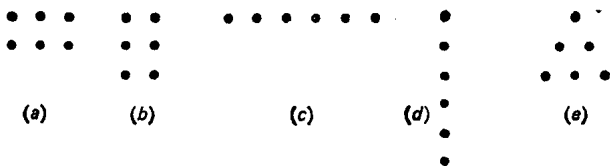
在下面每个图案中各有几点？



你是不是一定要逐个数这些点，还是直接看出答案的呢？

画一些类似的点的图案，让你的同学迅速地看一下。他能回答出各有多少个点吗？如果点构成有规则的图案，他是否容易回答一些呢？

下面是用六个点排成的一些图案：

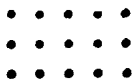


图案(a)和(b)是矩形，(c)和(d)象直线，(e)是三角形。你最容易看出哪一个图案是六点？

我们将把(a)和(b)看作同样的图案，只是它们在书页中放的位置不同；(c)和(d)也是同样的图案。

2. 矩形数

任何一个能用点的矩形图案表示的数叫做矩形数。例如十五就是一个矩形数，因为它可以表示为



练习 A

- 下列哪几个数能用矩形图案表示：
(a) 8; (b) 3; (c) 10; (d) 18;
(e) 7; (f) 12; (g) 21; (h) 20.
- 再来看(d)、(f)、(h)，你还能用别的矩形图案表示吗？
- 你能找到可用三个或更多个矩形图案来表示的一个数吗？

2.1 因数*

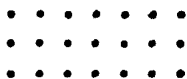
你将会发现只有某一些数才能有矩形图案。所有矩形数都能被它自己和1以外的某些数整除。

例如，12能表示为



这两个图案将12表示为 3×4 或 2×6 。

21能够表示为



* 原文是求作图案。——译者

我们知道 $21 = 3 \times 7$.

当然 $12 = 3 \times 4 = 4 \times 3$, 因此图案可画为



虽然这两个图案的形状是相同的, 但我们还可以把左边一个叫做 3×4 的矩形图案, 而右边一个叫做 4×3 的矩形图案. 这里前一个数必须表示图案中点的行数.

2, 3, 4 和 6 叫做 12 的因数.

3 和 7 是 21 的因数.

每一个矩形数都有它自己的因数集合.

例 1

求 48 的因数.

$$48 = 2 \times 24 \quad 48 = 6 \times 8 \quad 48 = 3 \times 16$$

$$48 = 4 \times 12 \quad 48 = 1 \times 48$$

尽管最后两个数不能给出矩形图案. 但是, 它们相乘等于 48. 所以, 我们把它们包括在 48 的因数集合里.

48 的因数是 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 和 48.

当我们确实已找到一个数的全部因数后, 我们就可把它们写成下列形式:

$$\{48 \text{ 的因数}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}.$$

大括号是“……的集合”的缩写.

$\{48 \text{ 的因数}\}$ 读作“48 的因数集合”. 它描述或命名了我们所提到的那个集合.

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 读作“集合 1, 2, 3, 4, 6, 8,