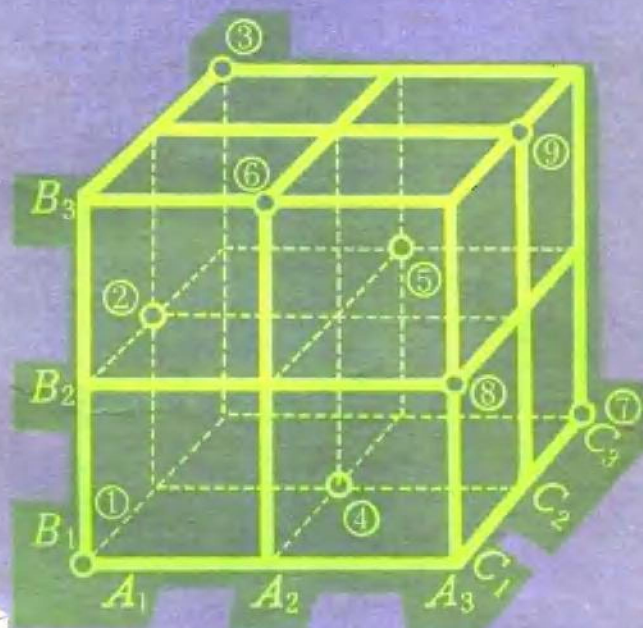


正交试验法在冶金工业中的应用



冶金工业出版社

正交试验法在 冶金工业中的应用

东北工学院数学师资班 编

冶金工业出版社

正交试验法是用正交表合理安排多因素试验和科学分析试验数据的方法。其优点是安排试验表格化,分析计算简单化。用正交表安排试验,能以较少的试验次数,较快地抓住影响指标的主要因素,进而找到较好的工艺条件。正交试验法广泛地应用在冶金、选矿、采矿和化工、轻工、纺织、医药、机械、电子等工业部门的生产试验以及农业生产试验中。实践证明,它对解决多因素、多指标、周期长、有误差等一类广泛试验有很好的效果。它对于缩短试验周期,节省试验费用,具有很大的意义。因此,人们常把它称为多因素优选法。

书中以冶金、选矿和热处理等实例阐述正交试验法及其应用。内容包括:试验方案的设计和分析、正交试验法的原理解释、多指标试验的分析、有交互作用的试验、混杂现象和混杂技巧等。试验结果的分析采用直观分析法。书后附有常用正交表。

本书可供冶金系统从事试验工作的广大工人和技术人员阅读,也可供其他系统从事试验工作的广大工农兵和技术人员参考。

正交试验法在冶金工业中的应用

东北工学院数学师资班 编

*

冶金工业出版社出版

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/32 印张 2 3/8 字数 51 千字

1977年10月第一版 1977年10月第一次印刷

印数 00,001~7,400册

统一书号: 15062·3290 定价(科二) 0.19 元

目 录

一、试验方案的设计	1
(一) 制定因素水平表.....	2
(二) 设计试验方案.....	3
二、试验结果的直观分析	7
(一) 计算综合平均值.....	8
(二) 画出指标与因素关系图.....	9
(三) 分析因素的主次.....	10
(四) 选取最优水平组合.....	11
(五) 验证试验.....	11
三、正交试验法的原理解释	13
(一) 均衡分散性.....	13
(二) 综合可比性.....	15
四、多指标试验的分析方法	16
(一) 综合平衡法.....	17
(二) 综合评分法.....	23
五、水平数不同的试验	27
(一) 使用混合型正交表.....	28
(二) 拟水平法.....	31
六、有交互作用的试验	34
(一) 交互作用的概念.....	34
(二) 试验方案的设计.....	36
(三) 怎样分析试验结果.....	40
七、混杂现象与混杂技巧	44

八、安排试验时常用的技巧	47
(一) 活动水平法.....	47
(二) 组合因素法.....	48
(三) 部分追加法.....	48
(四) 大表套小表.....	50
附录 1 铁红含铅试验.....	52
附录 2 磁精矿粉球团料配比试验.....	54
附录 3 常用正交表.....	58

一、试验方案的设计

在工业生产和科学实验中，在群众性的技术革新运动中，为了改革旧工艺，研制新产品往往要做各种试验，以达到优质、高产、低耗的目的。例如，为摸索新的合金配方或冶炼工艺条件，需要先做条件试验。在选矿生产中，为研究某浮选药剂的性能，以提高金属回收率，就要通过试验来确定浮选药剂用量、浮选温度、苏打用量和磨矿细度对回收率的影响，并根据这些确定最优浮选工艺条件。

在实际工作中，经常遇到多因素试验。而就一个试验项目来说，在试验前，还有一个如何合理安排试验的问题。这就需要确定：到底要考察哪几个因素？每个因素都挑选哪些位置？确定之后，依此来设计试验方案，定出每个试验的试验条件。设计试验方案时，要力求做到试验次数少、试验周期短和试验费用省。在试验后，怎样科学分析数据，才能得出明确可靠的结论。在这两种情况下都可以采用行之有效的、相应的数学方法。

正交试验设计法（简称正交试验法）是用一套规格化的表格，即正交表来设计试验方案和分析试验结果的一种科学方法。用正交表安排多因素试验的试验条件，在所考察的范围内代表性强，可以做到有计划有步骤地进行试验。对试验结果的分析，可依据正交表进行简单计算，进而分清影响指标各因素的主次关系，最后确定出较好的工艺条件。用正交试验法做试验，不需要增添新的设备和仪器，就能多、快、

好、省地完成试验任务。

(一) 制定因素水平表

先看一个例子。

例1 某五金厂在弹簧生产中，有时发生产品断裂现象，为提高弹性指标，要做回火工艺试验。

(1) 确定因素

在试验项目和指标确定以后，三结合试验小组根据生产实践经验和有关专业知识，找出影响指标的各种因素，即在试验中欲考察的条件。在例1中，经分析研究，要考察的因素有：回火温度(A)、保温时间(B)、工件重量(C)。指标为弹性，越大越好。

(2) 确定因素变化范围

根据本厂实践、外厂先进经验或理论数据，估计各因素在什么范围内变化可能使“弹性”提高。确定各因素的变化范围是

A 440~500°C B 3~5分 C 15~21市斤

(3) 确定每个因素所取的水平

每个因素在其试验范围内取的试验点叫做该因素的水平。例如，对因素A在试验范围内选三个试验点440°C、460°C、500°C，它们分别叫做A的水平，并说A是三水平的。A的三个水平分别用 A_1 、 A_2 、 A_3 表示。例如， $A_1=440^\circ\text{C}$ ； $A_2=460^\circ\text{C}$ ， $A_3=500^\circ\text{C}$ （对B、C也用类似的记号）。

弹簧回火试验中每个因素都取三个水平

回火温度A： $A_1=440^\circ\text{C}$ ， $A_2=460^\circ\text{C}$ ， $A_3=500^\circ\text{C}$

保温时间B： $B_1=3$ 分钟， $B_2=4$ 分钟， $B_3=5$ 分钟

工件重量C： $C_1=15$ 市斤， $C_2=18$ 市斤， $C_3=21$ 市斤

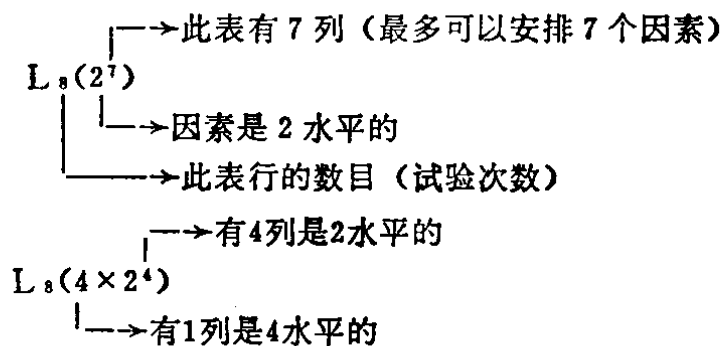
制定因素水平表如下：

水	因	A (℃)	B (分)	C (市斤)
	素			
平				
1		440	3	15
2		460	4	18
3		500	5	21

(二) 设计试验方案

(1) 选出合适的正交表

附录中列出了常用的正交表，例如， $L_8(2^7)$ ， $L_9(3^4)$ ， $L_8(4 \times 2^4)$ ， $L_{16}(4^5)$ 等等，其中L表示正交表，阿拉伯数字表示



应根据前面制定的因素水平表选出合适的正交表。必须注意，因素水平表中的水平数与所选正交表中的水平数要完全一致，因素水平表中的因素个数要小于或等于正交表中的列数。

例 1 是三因素三水平试验，可选正交表 $L_9(3^4)$ ，见表 1-1。它有 9 行，表头里写着 4 个列号，表的左栏写着 9 个试验号。表中整齐地有规律地排列着“1”、“2”、“3”三种数字。

(2) 作表头设计

表 1-1 $L_9(3^4)$

列号 试验号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

表 1-2 回火试验的表头设计

列号	1	2	3
因素	A	B	C

把三个因素A、B、C分别放在正交表 $L_9(3^4)$ 表头的任意三列上。例如，依次放在第1、2、3列上。这一步通常叫做“表头设计”，列成表1-2。

(3) 列出试验方案

按因素水平表把A、B、C占有的各列中对应的“1”、“2”、“3”换成因素的具体水平。例如，回火温度(A)占第1列，凡第1列的“1”都换成440°C，凡第1列的“2”都换成460°C，凡第1列的“3”都换成500°C。同样，把第2列中的“1”、“2”、“3”，分别换成保温时间(B)的三个水平3、4、5(分)。第3列中的“1”、“2”、“3”，分别换成15、18、21(市斤)的工件重量(C)。在这里第4列

没用上，可以不管它，或将它抹去。这样，正交表就变成试验方案表，见表1-3。表中每一行都是一个试验操作条件，例如，第1号试验是回火温度440°C，保温时间3分钟，工件重量15市斤。第6号试验是回火温度460°C，保温时间5分钟，工件重量15市斤，等等。总共9个试验。

表的最右边一栏是试验指标（弹性，单位是自制测试器的刻度）。试验做完后，将每号试验得到的弹性大小填在该号试验指标栏，以供分析试验结果用。

表 1-3 回火试验方案

因素 试验号	回火温度 (°C) A (1)	保温时间 (分) B (2)	工件重量(市斤) C (3)	试验指标 弹性
1	440 (1)	3 (1)	15 (1)	
2	440 (1)	4 (2)	18 (2)	
3	440 (1)	5 (3)	21 (3)	
4	460 (2)	3 (1)	18 (2)	
5	460 (2)	4 (2)	21 (3)	
6	460 (2)	5 (3)	15 (1)	
7	500 (3)	3 (1)	21 (3)	
8	500 (3)	4 (2)	15 (1)	
9	500 (3)	5 (3)	18 (2)	

概括起来说，设计试验方案有哪些步骤呢？

第一步：明确试验目的，确定试验指标。

有时生产中存在的问题较多，可能包括产量、质量、消耗等问题，不可能通过一次试验把所有问题都解决。试验之前，要讨论确定这次试验主要解决哪一个或哪几个问题，针对这几个问题确定相应的试验指标。

第二步：挑因素选水平。

试验指标确定之后，就可着手分析影响指标的各种因素。

影响因素分为可控因素与不可控因素，前者是在生产中可以人为地加以调节和控制的因素，后者是由于技术、设备等条件的限制，暂时还不能人为地加以调节和控制的因素。正交试验法适用于可控因素。排除那些对指标影响不大，或已经掌握得较好的因素（即让它们固定在某水平上），挑选出那些对指标可能影响较大，但又没有把握的因素来进行考察。特别注意不能把重要因素固定，否则，由于重要因素固定在不适当的水平上，使试验得不到应有效果。

对挑出来的因素，各水平选在何处是值得很好研究的。水平选得好，通过较少的试验次数，就能迅速地找到最优的生产条件。

第三步：选用正交表。

选用哪种正交表，一般根据因素和水平多少以及试验工作量大小而定。例如，若因素都是二水平的，当有3个因素时，可用 $L_4(2^3)$ （当然也可用 $L_8(2^7)$ ，但试验工作量大），当有4~7个因素时，一般用 $L_8(2^7)$ （也可用 $L_{16}(2^{15})$ ）；若因素都是三水平的，当有3~4个因素时，一般用 $L_9(3^4)$ ，当有5~7个因素时，一般用 $L_{18}(2 \times 3^7)$ ，等等。

在讨论试验方案时，挑选因素和水平及选用正交表有时是结合进行的，例如，原考虑四因素四水平试验，应选 $L_{16}(4^5)$ ，需要做16次试验。为减少试验次数，改为四因素三水平，选 $L_9(3^4)$ ，做9次试验就够了。

第四步：作表头设计。

根据因素水平表把各个因素放在正交表表头的适当列上，列成如表1-2的表头设计。这一步在简单的情况下很容易，但若考虑交互作用就复杂一些，这部分内容在后面将谈到。

第五步：列出试验方案。

对表头上排有因素的各列，把列中的数字，依次换成该因素的水平，最后列成如表1-3的试验方案。

最后，还要说明一点，做试验的顺序可以按试验号顺序逐个做，也可以根据操作方便挑着做。若试验目的只是寻找好的生产条件，可先挑选预计效果好的试验做，找到了满意的生产条件就不再往下做试验了。

二、试验结果的直观分析

一般来说，通过正交试验能解决下面几个问题：

(1) 分析指标与因素的关系。即当因素变化时，指标是怎样变化的？找出指标随因素的变化规律，用以指导生产。

(2) 分析因素的主次。如在回火试验的三个因素中，哪个因素是影响弹性的主要因素，哪个是次要的。“捉住了这个主要矛盾，一切问题就迎刃而解了。”

(3) 找出好的生产工艺。也就是说每个因素各取什么水平，才能达到试验指标的要求。

用正交设计做完试验后，对试验结果进行分析就能得出上述结论。分析试验结果的方法，有直观分析法和统计分析法。这本书只介绍直观分析法，想了解统计分析法的读者请看书末参考资料。上面谈到的弹簧回火试验做完后，试验结果见表2-1最右边一栏。

从表2-1看出，第2号试验弹性(391)最大。它的试验条件虽是 $A_1B_2C_2$ ，但问题在于 $A_1B_2C_2$ 是否就是A、B、C各水平的最好搭配呢？为寻找更好的试验条件还必须做下列分析

计算。

表 2-1 试验结果分析计算表

因素 试验号	A (℃) (1)	B (分) (2)	C (市斤) (3)	弹性
1	440 (1)	3 (1)	15 (1)	377
2	440 (1)	4 (2)	18 (2)	391
3	440 (1)	5 (3)	21 (3)	362
4	460 (2)	3 (1)	18 (2)	350
5	460 (2)	4 (2)	21 (3)	330
6	460 (2)	5 (3)	15 (1)	320
7	500 (3)	3 (1)	21 (3)	326
8	500 (3)	4 (2)	15 (1)	302
9	500 (3)	5 (3)	18 (2)	318
I	1130	1053	999	T = 3076
II	1000	1023	1059	
III	946	1000	1018	
k ₁	377	351	333	
k ₂	333	341	353	
k ₃	315	333	339	
R	62	18	20	

(一) 计算综合平均值

以表2-1为例。用 I_A 表示因素A取第1水平时相应的试验结果之和，用 II_A 表示因素A取第2水平时相应的试验结果之和，用 III_A 表示因素A取第3水平时相应的试验结果之和。即

$$I_A = 377 + 391 + 362 = 1130$$

$$II_A = 350 + 330 + 320 = 1000$$

$$III_A = 326 + 302 + 318 = 946$$

这三个数的每一个都是三个试验结果之和，为比较因素 A 不同水平的好坏，自然引入

$$k_{A_1} = \frac{I_A}{3} = \frac{1130}{3} \doteq 377$$

$$k_{A_2} = \frac{II_A}{3} = \frac{1000}{3} \doteq 333$$

$$k_{A_3} = \frac{III_A}{3} = \frac{946}{3} \doteq 315$$

k_{A_1} ， k_{A_2} ， k_{A_3} 分别称为因素 A 相应水平的综合平均值。例如，因素 A 第 1 水平的综合平均值为 377 (回火温度为 440°C 的平均弹性)。表 2-1 第 1 列的三、四两栏中的数就是这样算出的。

对因素 B (保温时间) 和 C (工件重量) 也用同样的方法计算。例如，

$$I_C = 391 + 350 + 318 = 1059$$

$$k_{C_2} = \frac{II_C}{3} = \frac{1059}{3} = 353$$

表明工件重量取 18 市斤时，平均弹性为 353。其它计算结果见表 2-1。

表 2-1 右下角 $T = 9$ 个试验结果之和。因为对各列来说，恒有 $I + II + III = T$ ，所以可用 T 进行验算。

(二) 画出指标与因素关系图

为了直观起见，用因素的水平作为横坐标，综合平均值为纵坐标，画出指标与因素关系图，见图 2-1。

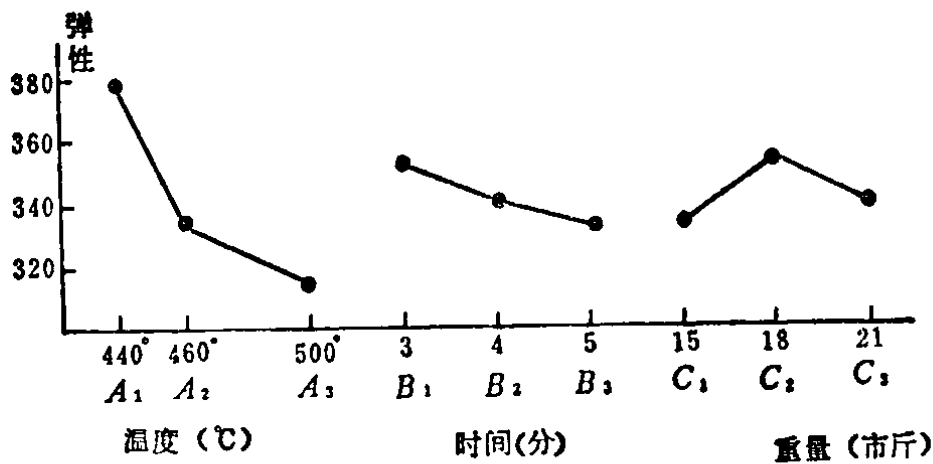


图 2-1 弹性与三因素关系图

从表2-1的计算结果或图2-1看出，回火温度越低越好，保温时间越短越好，工件重量以18市斤最佳，确定最优水平组合是A₁B₁C₂。

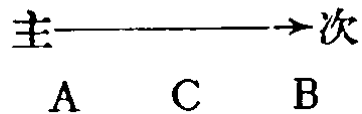
(三) 分析因素的主次

毛主席教导我们：“研究任何过程，如果是存在着两个以上矛盾的复杂过程的话，就要用全力找出它的主要矛盾。”从图2-1可以看出，当因素取不同水平时，点子散布的范围大，即点子上升（或下降）的幅度大，该因素就是影响弹性指标的主要因素，反之，即为次要因素。我们用一个数（极差）来描述分散程度的大小。因素A的各个综合平均值中最大的减去最小的称为因素A的极差，用R表示。计算如下：

$$R_A = k_{A_1}、k_{A_2}、k_{A_3} \text{中最大值减去最小值} = 377 - 315 = 62$$

$$R_B = 351 - 333 = 18 \quad R_C = 353 - 333 = 20$$

表2-1的最末一行就是各因素的极差。极差大者，为重要因素；极差小者，为次要因素。依极差大小，区分因素主次如下：



(四) 选取最优水平组合

如果要寻找使指标越大越好的条件，就选取使各因素综合平均值为最大的水平组合，作为最优水平组合。如果要寻找使指标越小越好的条件，就选取使各因素综合平均值为最小的水平组合，作为最优水平组合。在例1中已提到，最优水平组合是 $A_1B_1C_2$ 。值得注意的是， $A_1B_1C_2$ 这个条件并不在做过的九个试验之内（可查看表2-1）。这是正交试验法的优点，它可以指出寻找最优生产条件的途径。

另外还要指出的是，对次要因素不一定选取使综合平均值为最大的水平，作为最优水平。次要因素各水平对指标的影响可能差不多，应根据节约原料、节省时间、便于操作等要求，选取适当的水平。

(五) 验证试验

对最优水平组合应该做验证试验。在弹簧回火试验中，将最优水平组合 $A_1B_1C_2$ 和九个试验中最好的 $A_1B_2C_2$ （第2号试验）做了对比试验。对比试验的结果是 $A_1B_1C_2$ 的弹性为400， $A_1B_2C_2$ 的弹性为392，证实选出的工艺条件确实是最好的。

对任何正交试验（不管选用何种正交表），都按如下步骤分析试验结果（数据）。

（1）填写试验结果，找出试验结果中最好的一个；计算数据总和T。

（2）凡占有因素的各列都在正交表上直接进行如下计

算，设第 j 列占有因素，算出

$$\begin{aligned} I_j &= \text{第 } j \text{ 列中数字“1”对应的指标之和} \\ II_j &= \text{第 } j \text{ 列中数字“2”对应的指标之和} \\ III_j &= \text{第 } j \text{ 列中数字“3”对应的指标之和} \\ IV_j &= \text{第 } j \text{ 列中数字“4”对应的指标之和} \\ &\dots\dots \end{aligned} \quad (2.1)$$

计算综合平均值

$$\begin{aligned} k_{j_1} &= \frac{I_j}{\text{第 } j \text{ 列中“1”的重复次数}} \\ k_{j_2} &= \frac{II_j}{\text{第 } j \text{ 列中“2”的重复次数}} \\ k_{j_3} &= \frac{III_j}{\text{第 } j \text{ 列中“3”的重复次数}} \\ k_{j_4} &= \frac{IV_j}{\text{第 } j \text{ 列中“4”的重复次数}} \\ &\dots\dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中 k_{j_i} ($i=1, 2, 3, 4, \dots\dots$) 表示排在第 j 列的因素第 i 水平的综合平均值。再算出极差

$$R_j = k_{j_1}, k_{j_2}, \dots\dots \text{中的最大值减去最小值} \quad (2.3)$$

(3) 作指标与因素关系图。

(4) 依极差大小，排出因素主次顺序 (R 越大越重要)。

(5) 选取最优水平组合。对主要因素选取使综合平均值最好的水平。对次要因素可以选取使综合平均值最好的水平，也可以选取便于操作或节约原料的水平。

对最优水平组合应做验证试验。