遵循新大纲
比照新课标

理科主编 关成志

尖子生题库

最新修订版

高一数学

本册主编/关成志
曹忠生

如果你已是尖子生
本书使你更上一层楼
如果你不是尖子生
本书带你进入这行列

辽宁教育出版社

尖子生题库

高一数学

主编　关成志　曹忠生

辽宁教育出版社

尖子生题库
高一数学
关成志　曹忠生　主编
辽宁教育出版社出版、发行
（沈阳市和平区十一纬路25号　邮政编码110003）
沈阳新华印刷厂印刷

开本：850毫米×1168毫米 1/32　字数：170千字　印张：8¼
2002年6月第3版　2002年7月第6次印刷

责任编辑：崔　崇　　责任校对：崔　岩
封面设计：杜　江　　版式设计：赵怡轩

ISBN 7-5382-3896-4/G·3151
定　价：8.50元

前　言

望子成龙，盼女成凤是每位家长的心愿。培养创新型高素质人才是时代对人生存和社会发展的需要。“成龙”、“成凤”、“成才”都需要在学科学习中打好知识基础，掌握科学的解题方法，学会开拓创新。著名数学教育家波利亚曾指出，学习的重要任务是解题。“尖子生题库”丛书主要是为在学习上已名列前茅或由此带领有志进取的同学们力争上游而编写的。其宗旨是在名师的点拨和引导下，学会知识综合应用，启迪大脑科学思维，强化能力拓展创新训练。

这套丛书的鲜明特点是：

第一、思想观念新。这套丛书是按照国家新修改后的教学大纲和新的教材改革精神编写的，并学习借鉴了国内外教学和考试改革的新鲜经验，博采众长，精选名题、趣题、考试频出题、新兴开放题等，努力体现以创新精神和实践能力为重点的素质教育思想。

第二、同步性强。这套丛书与新的现行教材同步配套，并引申发展，可供学生与课本同步学习和训练，夯实基础，掌握科学的解题方法，提高综合能力。

第三、启迪性好。它有助于激发学生的学习兴趣，使其在解题中很好地领悟、归纳、概括和运用知识要点，切实掌握好解题思路和方法，进而提高自己解决实际问题的能力，

特别是应变能力。

第四、信息量大。它涵盖了所学内容，题量充足。在题型选择上，适应现行考试需要，做到新颖、灵活、综合、实践、引申、开放。

习题参考答案和思路指南放在全书后面。在名师的指导下，通过对基本题及时练、综合题全面练、灵活开放题重点练，从而扎实基础，提高创新精神和解题实践能力，使学习成绩不断地上水平、上层次。

我们热切地期望同学们受益于良师益友，并将“尖子生题库”的学习成果展现在考试之中。

关成志

2001年7月

注：作者为辽宁省教育学院副院长，主编多种教材和教辅。

目　录

第一章　集合与简易逻辑

一　集合 …… 2

1.1　集合 …… 2

1.2　子集、全集、补集 …… 4

1.3　交集、并集 …… 6

1.4　含绝对值的不等式解法 …… 11

1.5　一元二次不等式解法 …… 14

二　简易逻辑 …… 17

1.6　逻辑联结词 …… 17

1.7　四种命题 …… 18

1.8　充分条件与必要条件 …… 20

复习参考题一 …… 21

第二章　函数

一　映射与函数 …… 27

2.1　映射 …… 27

2.2　函数 …… 31

2.3　函数的单调性和奇偶性 …… 35

2.4　反函数 …… 41
二　指数与指数函数 …… 45
2.5　指数 …… 45
2.6　指数函数 …… 47
三　对数与对数函数 …… 52
2.7　对数 …… 52
2.8　对数函数 …… 55
2.9　函数的应用举例 …… 60
复习参考题二 …… 64

第三章　数列

3.1　数列 …… 70
3.2　等差数列 …… 73
3.3　等差数列的前 n 项和 …… 76
3.4　等比数列 …… 79
3.5　等比数列的前 n 项和 …… 83
复习参考题三 …… 85

第四章　三角函数

一　任意角的三角函数 …… 91
4.1　角的概念的推广 …… 91
4.2　弧度制 …… 93
4.3　任意角的三角函数 …… 95
4.4　同角三角函数的基本关系式 …… 98
4.5　正弦、余弦的诱导公式 …… 101
二　两角和与差的三角函数 …… 104

4.6　两角和与差的正弦、余弦、正切 …………… 104
4.7　二倍角的正弦、余弦、正切 ………………… 108
三　三角函数的图象和性质 ………………………… 111
4.8　正弦函数、余弦函数的图象和性质 ………… 111
4.9　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象 ……………… 111
4.10　正切函数的图象和性质 ……………………… 115
4.11　已知三角函数值求角 ………………………… 118
复习参考题四 …………………………………………… 120

第五章　平面向量

一　向量及运算 ……………………………………… 127
5.1　向量 ……………………………………………… 127
5.2　向量的加法与减法 …………………………… 127
5.3　实数与向量的积 ……………………………… 130
5.4　平面向量的坐标运算 ………………………… 131
5.5　线段的定比分点 ……………………………… 132
5.6　平面向量的数量积及运算律 ………………… 133
5.7　平面向量数量积的坐标表示 ………………… 134
5.8　平移 ……………………………………………… 134
二　解斜三角形 ……………………………………… 135
5.9　正弦定理、余弦定理 ………………………… 135
5.10　解斜三角形应用举例 ………………………… 135

参考答案及提示 ………………………………………… 140

第一章　集合与简易逻辑

【重点、难点、考点点拨】

重点：集合的运算；绝对值不等式及一元二次不等式的解法；理解四种命题及其相互关系；利用充要条件进行简单命题的等价转换.

难点：进行集合运算时，正确理解用集合语言表述内容广泛的各种数学问题；理解一元二次函数、一元二次方程、一元二次不等式三者间的内在联系，掌握一元二次不等式的解法，从中体会数形结合思想与分类讨论思想的运用；利用充要条件进行简单命题的等价转换.

考点：集合与对应的思想、数形结合的思想以及等价转化的思想在本章中表现的较突出，这些内容的考查是较突出的. 由于方程、不等式、曲线、平面区域等有关知识都可以用集合来表达，使集合的有关内容运用广泛，综合性强，是考查的一个内容；一元二次不等式的解法；判断命题的充要性.

一　集　合

1.1　集合

一、填空题

1. 集合 $A=\{a\in Z \mid |a|<4\}$，用列举法表示为________.

2. 由直线 $y=x-4$ 上所有的点组成的集合，用描述法表示为________.

3. 由“大于 -10 的所有负整数”组成的集合，用描述法表示为________.

4. 集合 $A=\left\{x\in Z \,\middle|\, \frac{8}{3-x}\in N\right\}$，用列举法表示为________.

5. 集合 $B=\left\{\frac{1}{2},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{8},\ \frac{4}{11},\ \frac{5}{14}\right\}$，用描述法表示为 $B=$________.

二、选择题

6. 方程组 $\begin{cases}x+2y=2\\2x-y=9\end{cases}$ 的解集是（　　）

(A) $(4,\ -1)$　　　　(B) $\{4,\ -1\}$

(C) $\{x=4,\ y=-1\}$　　　　(D) $\{(4,\ -1)\}$

7. 集合 $M=\{(x,\ y) \mid xy\leqslant 0,\ x、y\in R\}$ 的意义是（　　）

(A) 第二象限内的点集

(B) 第四象限内的点集

(C) 第二、四象限内的点集

(D) 不在第一、三象限内的点集

8. 下列命题，正确的是（　　）

(A) 集合 $\{x\in R|x^2=1\}$ 中有两个元素

(B) 集合 $\{0\}$ 中不含元素

(C) $\sqrt{14}\in\{x|x<2\sqrt{3}\}$

(D) 集合 $\{2x, x+y, x^2-y^2, (x+y)(x-y)\}$ 中有四个元素

9. 已知集合 $A=\{(0, 1), (2, 2)\}$，则集合 A 中元素的个数是（　　）

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

三、计算题

10. 若集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{p}{q}, p+q=4, p、q\in N\right\}$，用列举法表示集合 M.

11. 由 0，1，2 这三个数字抽出一部分或全部数字（没有重复）所组成的一切自然数用集合表示出来.

12. 把集合 $B=\{x|x=3n+1, n\in N$ 且 $x<20\}$ 用列举法表示出来.

13. 已知集合 $C=\{(x, y)|y=x^2+1$ 且 $y=-3x-1\}$，用列举法表示出集合 C.

四、证明题

14. 设 $A=\{x|x=m^2+n^2, m、n\in Z\}$，

求证：(1) 若 $s、t\in A$，则 $st\in A$；(2) 若 $s、t\in A$ 且 $t\neq 0$. 则 $\dfrac{s}{t}=p^2+q^2$，这里 $p、q$ 为有理数.

五、解答题

高·数学

15. 设 a、b、$c\in R$，用适当的方法表示由代数式 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的值确定的集合.

16. 已知集合 $M=\{(x,y)\mid y=ax^2-4(a-1)x+4a+2\ (a\neq 0)\}$ 中所有的点均在 x 轴上方，求 a 的取值集合.

六、兴趣题

17. 设集合 $M=\{14m+36n\mid m\in Z,\ n\in Z\}$，

试证：$Z\in M$.

18. 设集合 $M=\{x\mid x=3n\pm 1,\ n\in Z$ 且 $-10<x<10\}$，用列举法表示出 M.

1.2　子集、全集、补集

一、填空题

1. 若 $A=\{x\in Z\mid 0<x<10\}$，$B=\{1,3,4\}$，$C=\{3,5,6,7\}$，则 $C_AB=$______，$C_AC=$______.

2. 如果全集 $U=Z$，$A=\{x\mid x=3k\pm 1,\ k\in N\}$，$B=\{x\mid x=4k\pm 1,\ k\in Z\}$，则 $C_UA=$______，$C_UB=$______.

3. 如果集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 则集合 A 的子集有______.

4. 如果集合 $B=\{0,3,5\}$，则集合 B 的非空真子集为______.

二、选择题

5. 设 $A=\{x\mid x\leqslant 3\sqrt{3}\}$，$a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$，那么（　　）

(A) $a\notin A$　　　　(B) $a\subset A$

(B) $\{a\}\in A$　　　　　　(D) $\{a\}\subset A$

6. $A=\{(x,y)\mid x>0$ 且 $y>0\}$，$B=\{(x,y)\mid xy>0\}$，$C=\{(x,y)\mid x+y>0\}$，那么 A、B、C 之间的关系是（　　）

(A) $A\subset B\subset C$　　　　(B) $A\subset C\subset B$

(C) $A\subseteq B$　　　　(D) $A\subset B$，$A\subset C$

7. 下列等式中不成立的是（　　）

(A) $\left\{n\pi+\frac{\pi}{2}\mid n\in Z\right\}=\left\{2k\pi\pm\frac{\pi}{2}\mid k\in Z\right\}$

(B) $\left\{k\ \frac{1}{2}\mid k\in Z\right\}=\left\{\frac{k}{2}\mid k\in Z\right\}$

(C) $\{x\mid x=2k+1,\ k\in N\}=\{x\mid x=2k-1,\ k\in N\}$

(D) $\{x\mid x=3k$ 或 $x=3k-1$ 或 $x=3k-2,\ k\in N\}=N$

8. 设非空集合 $A\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，若 $a\in A$，则 $6-a\in A$，那么满足条件的集合 A 的个数是（　　）

(A) 4　　(B) 5　　(C) 7　　(D) 31

三、计算题

9. 若集合 $A\subset\{0,1,2,3\}$，且 A 中至多有一个奇数，则这样的集合 A 共有多少个？

四、证明题

10. 已知 $A=\{a\mid a=x^2-y^2,\ x\in Z,\ y\in Z\}$，$B=\{b\mid b=2k+1$ 或 $b=4k,\ k\in Z\}$

求证：$A=B$.

五、解答题

11. 当元素是自然数的集合 A 满足命题"如果 $x\in A$，则 $8-x\in A$"时，回答下列问题：

(1) 试写出只有一个元素的 A；

(2) 试写出元素个数为2的 A 的全部;

(3) 满足上述命题的集合 A 总共有多少个?

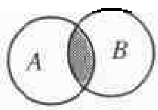
六、兴趣题

12. 写出满足 $\{1, 2\} \subsetneqq X \subsetneqq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 X.

1.3 交集、并集

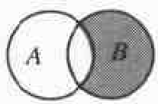
一、填空题

1. 已知集合 A、B、C,下列图中阴影部分表示的集合是

① 

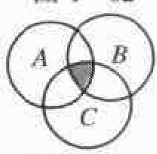
____

图 1—01

② 

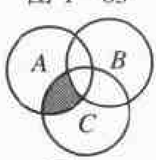
____

图 1—02

③ 

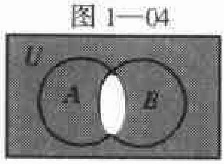
____

图 1—03

④ 

____

图 1—04

⑤ 

____

图 1—05

2. 若 $A = \{x \mid x = 2n, n \in Z\}$, $B = \{x \mid x = 3n, n \in$

$Z\}$，则 $A\cap B=$______.

3. 若 $A=\{x\mid x<3,\ x\in N\}$，$B=\{x\mid x>2,\ x\in N\}$，则 $A\cup B=$______.

4. 设全集 $U=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$，$M=\{a,\ c,\ d\}$，$N=\{b,\ d,\ e\}$，则 $(C_UM)\cap(C_UN)=$______.

5. 设全集 $U=\{(x,\ y)\mid x\in R,\ y\in R\}$，集合 $A=\left\{(x,\ y)\left|\dfrac{y-4}{x-2}=3\right.\right\}$，$B=\{(x,\ y)\mid y=3x-2\}$，则 $(C_UA)\cap B=$______.

6. 满足条件 $\{2,\ 4\}\cup A=\{2,\ 4,\ 6\}$ 的集合 A 的个数有______.

7. 已知集合 $A=\{x\mid a\leqslant x\leqslant 3\}$，若 $A\cup R^+\neq R^+$，则实数 a 的取值范围是______.

8. 全集 $U=\{a\mid 1\leqslant a\leqslant 100,\ a\in Z\}$，集合 $A\subset U$ 且 $A=\{$奇数$\}$，集合 $B=\{b\mid 1<b<100,\ b=3k,\ k\in Z\}$，则 $(C_UA)\cap B$ 中数值最大的元素是______.

9. 若全集有 17 个元素，A 集合有 14 个元素，B 集合有 7 个元素，则 $A\cup B$ 的元素个数最多______个，$A\cap B$ 的元素个数最少有______个.

二、选择题

10. 设全集 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，集合 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$，集合 $B=\{2,\ 3,\ 4\}$，则 $(C_UA)\cup(C_UB)=$ (　　)

(A) $\{0\}$　　(B) $\{0,\ 1\}$

(C) $\{0,\ 1,\ 4\}$　　(D) $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

11. 设全集 $U=\{0,\ -1,\ -2,\ -3,\ -4\}$，集合 $M=$

$0, -1, -2\}$，$N=\{0, -3, -4\}$，则 $N\cap(C_U M)=$ （　　）

(A) $\{0\}$　　(B) $\{-3, -4\}$

(C) $\{-1, -2\}$　　(D) $\varnothing$

12. 已知全集 $U=N$，集合 $A=\{x \mid x=2n, n\in N\}$，$B=\{x \mid x=4n, n\in N\}$，则（　　）

(A) $U=A\cup B$

(B) $U=(C_U A)\cup B$

(C) $U=A\cup(C_U B)$

(D) $U=(C_U A)\cup(C_U B)$

13. 设全集 $U=R$，$M=\{x \mid x\leqslant 1+\sqrt{2}, x\in R\}$，$N=\{1, 2, 3, 4\}$，则 $(C_U M)\cap N$ 等于（　　）

(A) $\{4\}$　　(B) $\{3, 4\}$

(C) $\{2, 3, 4\}$　　(D) $\{1, 2, 3, 4\}$

14. 已知全集 U，集合 M、$N\subsetneqq U$，若 $M\cap N=N$，则 （　　）

(A) $(C_U M)\supsetneqq(C_U N)$　　(B) $M\subsetneqq(C_U N)$

(C) $(C_U M)\subsetneqq(C_U N)$　　(D) $M\supsetneqq(C_U N)$

15. 如图 U 是全集，M、P、S 是 U 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是 （　　）

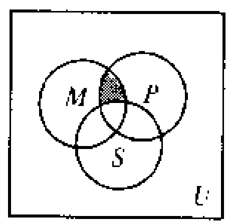


图 1—06

(A) $(M\cap P)\cap S$

(B) $(M\cap P)\cup S$

(C) $(M\cap P)\cap(C_U S)$

(D) $(M\cap P)\cup(C_U S)$

16. 如图中阴影部分可表示为（　　）

(A) $(A\cup B)\cap C_U(A\cap B)$

(B) $C_U(A\cup B)$

(C) $C_U(A\cap B)$

(D) $(C_U(A\cup B))\cup(A\cap B)$

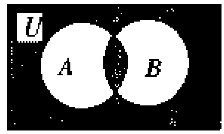


图 1—07

17. 设集合 $A\cap B=\varnothing$，$M=\{A$ 的子集$\}$，$W=\{x\mid x\subsetneqq B\}$，则（　　）

(A) $M\cap W=\varnothing$　　(B) $A\cup B=M\cup W$

(C) $M\cap W=\{\varnothing\}$　　(D) $A\cup B\in M\cup W$

18. 设全集 $U=\{x\mid x\leqslant 8,\ x\in N\}$，若 $A\cap(C_UB)=\{1,8\}$，$(C_UA)\cap B=\{2,6\}$，$(C_UA)\cap(C_UB)=\{4,7\}$，则（　　）

(A) $A=\{1,8\}$，$B=\{2,6\}$

(B) $A=\{1,3,5,8\}$，$B=\{2,3,5,6\}$

(C) $A=\{1,8\}$，$B=\{2,3,5,6\}$

(D) $A=\{1,3,8\}$，$B=\{2,5,6\}$

三、计算题

19. 已知：$A=\{x\mid 2x^2-ax+b=0\}$，$B=\{x\mid bx^2+(a+2)x+5+b=0\}$且，$A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求 $A\cup B$.

20. 设全集 $U=\{$不大于 20 的质数$\}$，且 $A\cap(C_UB)=\{3,5\}$，$(C_UA)\cap B=\{7,11\}$，$(C_UA)\cap(C_UB)=\{2,17\}$，求集合 A、B.

四、证明题

21. 设全集为 U，

求证：(1) $C_U(A\cup B)=(C_UA)\cap(C_UB)$