

全国中学数理化教学研究会组织编写

配合新教材、
新课程、新大纲

初中数理化

CHUZHONG SHULIHUA GONGSHIDINGLI

公式定理

AINIANSHOUCE

概念手册

最新版

东南大学出版社

出版说明

华罗庚曾说过,要真正打好基础,必须经历“由薄到厚”和“由厚到薄”两个过程。前者是指学习与接受,后者则指提炼与吸收。数学、物理、化学是中学阶段的主要学习科目,但是在以往学习过程中,许多同学感到这三门学科不易学好。为了使同学们能透彻地理解有关概念、公式、定理,并在理解的基础上记住它们,运用它们,我们编写了这本《初中数理化公式定理概念手册》。目的就是在将相当厚重的初中数理化教材浓缩、提炼成薄薄的,易于记忆与查找的手册,为同学们掌握数理化知识提供方便。

本书的编排以现行初中数理化课程标准内容为依据,依托最新教学大纲,选择重要的知识点,逐条作了扼要的解释和说明,并有目的地选取了近年来部分省市中考的典型实例进行分析和解答,以期能适应同学们的需要,帮助同学们提高综合学习能力。

在本手册的编写中,我们得到了不少同行的关心、支持与帮助,吸收了不少专家论著中的观点,在此一并表示感谢。由于编者水平有限,且编写时间仓促,疏漏和错误之处在所难免,敬请各位老师 and 同学们多提宝贵意见,以便再版时加以更正。

编 者

2001 年 11 月

目 录

第一部分 数学

一、代数

1. 代数初步知识 1
【代数式】【列代数式】【代数式的值】
【公式】
2. 有理数 3
【正数】【负数】【整数】【分数】【有理数】
【数轴】【相反数】【绝对值】【有理数大小的比较】
【有理数加法法则】【加法交换律】【加法结合律】
【有理数减法法则】【有理数乘法法则】
【乘法交换律】【乘法结合律】
【乘法对加法的分配律】
【倒数】
【有理数除法法则】
【乘方】
【有理数的运算顺序】
【科学记数法】
【近似数】
【精确度】
【有效数字】
3. 整式的加减 6
【单项式】
【单项式的系数】
【单项式的次数】
【多项式】
【多项式的项】
【常数项】
【多项式的次数】
【降幂排列】
【升幂排列】
【整式】
【同类项】
【合并同类项】
【合并同类项法则】
【去括号法则】
【添括号法则】
【整式的加减法则】
4. 一元一次方程 7
【等式】
【等式性质 1】
【等式性质 2】
【已知数】
【未知数】
【方程】
【方程的解】
【解方程】
【一元一次方程】
【移项】
【解一元一次方程的步骤】
【列一元一次方程解应用题的步骤】
5. 二元一次方程组 9
【二元一次方程】
【二元一次方程组】
【二元一次方程组的解】
【用代入消元法解二元一次方程组的步骤】
【用加减消元法解二元一次方程组的步骤】
【三元一次方程组】
6. 一元一次不等式和不等式组 11

【不等式】【不等式的基本性质】【不等式的解集】【解不等式】【同解不等式】【不等式的同解原理】【一元一次不等式】【一元一次不等式的标准形式】【解一元一次不等式的步骤】【一元一次不等式组】【一元一次不等式组的解集】【解不等式组】【解一元一次不等式组的步骤】

7. 整式的乘除 14

【同底数幂的乘法法则】【幂的乘方法则】【积的乘方法则】【单项式相乘法法则】【单项式与多项式相乘法法则】【多项式与多项式相乘法法则】【含有一个相同字母的两个一次二项式乘积公式】【平方差公式】【完全平方公式】【完全立方公式】【三项和的平方公式】【立方和与立方差公式】【同底数幂的除法法则】【单项式除以单项式的法则】【多项式除以单项式的法则】

8. 因式分解 17

【因式分解】【公因式】【提公因式法】【运用公式法】【完全平方式】【分组分解法】【多项式分解因式的步骤】【配方法】【十字相乘法】

9. 分式 20

【分式】【有理式】【分式的基本性质】【约分】【约分的主要步骤】【最简分式】【分式的乘法法则】【分式的除法法则】【分式的乘方法则】【通分】【最简公分母】【同分母的分式加减法法则】【异分母的分式加减法法则】【繁分式】【公式变形】【分式方程】【增根】【解分式方程的一般步骤】【列分式方程解应用题的步骤】

10. 数的开方 25

【平方根】【开平方】【算术平方根】【平方根表】【立方根】【开立方】【立方根表】【 n 次方根】【开 n 次方根】【 n 次算术根】【开方】【无理数】【实数】【实数的绝对值】【实数和数轴】

11. 二次根式 28

【二次根式】【积的算术平方根】【二次根式的乘法法则】【比较二次根式的大小】【商的算术平方根】【二次根式的除法法则】【分母有理化】【最简二次根式】【同类二次根式】【二次根式的加减法】【有理化因式】【二次根式的性质】

12. 一元二次方程 31

【整式方程】【一元二次方程】【一元二次方程的一般形式】【一元二次方程的解法】【一元二次方程根的判别式】【一元二次方程根与系数的关系】【二次三项式的因式分解(公式法)】【可化为一元二次方程的分式方程的解法】【无理方程】【有理方程】【无理方程的解法】【高次方程】【双二次方程】【二元二次方程】【二元二次方程组】【列方程或方程组解应用题】

13. 函数及其图像 39

【平面直角坐标系】【常量和变量】【函数】【函数的表示方法】【函数自变量的取值范围】【函数值】【由函数解析式画图像的步骤】【正比例函数】【正比例函数的图像】【正比例函数的性质】【一次函数】【一次函数的图像】【一次函数的性质】【一次函数的应用】【二次函数】【二次函数的图像】【二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的性质】【用待定系数法求二次函数的解析式】【二次函数与一元二次方程之间的

关系】【二次函数的最值及应用】【反比例函数】【反比例函数的图像】【反比例函数的性质】

14. 统计初步 49

【平均数】【平均数的简化计算公式】【加权平均数】【总体、个体、样本、样本的容量】【总体平均数】【样本平均数】【众数】【中位数】【方差】【标准差】【方差的简化计算公式】【频数】【频率】【频率分布表】【频率分布直方图】【频数分布直方图的一般步骤】

二、平面几何

1. 线段、角 54

【几何图形】【几何体】【平面图形】【立体图形】【点】【线】【平面】【直线】【直线的性质(公理)】【相交线】【射线】【线段】【线段大小的比较】【线段的中点】【线段的性质(公理)】【两点的距离】【角】【角的大小比较】【角的平分线】【周角、平角、直角的度数】【锐角】【钝角】【角的度量单位】【角的度、分、秒的换算】【互为余角】【互为补角】【余角的性质】【补角的性质】

2. 相交线、平行线 55

【对顶角】【邻补角】【对顶角的性质】【两条直线互相垂直】【垂线的基本性质1】【垂线段】【垂线的基本性质2】【点到直线的距离】【同位角、内错角、同旁内角】【平行线】【平面内两条直线的位置关系】【平行公理及推论】【平行线的判定公理】【平行线的其它判定方法】【平行线的性质公理】【平行线的其它性质】【命题】【命题的组成】【真命题、假命题】【公理】【定理】【证明】【证明命题的一般步骤】【推

论】【等量代换】

3. 三角形 58

【三角形】【三角形的边】【三角形的顶点】【三角形的内角】【三角形的外角】【三角形的角平分线】【三角形的中线】【三角形的高】【不等边三角形】【等腰三角形】【等边三角形】【等腰三角形的腰、底边、顶角、底角】【三角形三边关系定理】【三角形三边关系定理的推论】【三角形内角和定理】【辅助线】【锐角三角形】【钝角三角形】【斜三角形】【直角三角形】【等腰直角三角形】【三角形内角和定理的推论】【全等形】【全等三角形的对应顶点、对应边、对应角】【全等三角形的基本性质】【三角形全等的判定】【角边角公理的推论】【斜边、直角边公理】【角平分线定理】【原命题、逆命题、互逆命题】【互逆定理、逆定理】【基本作图】【等腰三角形的性质定理】【等腰三角形性质定理推论】【等腰三角形的判定定理及推论】【三角形中边与角之间的不等关系定理】【线段的垂直平分线】【线段的垂直平分线定理】【线段的垂直平分线定理的逆定理】【轴对称】【轴对称的性质定理】【轴对称的判定定理】【轴对称图形】【勾股定理】【勾股定理的逆定理】【三角形的分类】

4. 四边形 63

【四边形】【四边形的边、顶点、角】【凸四边形】【四边形的对角线】【四边形的内角和定理】【四边形的外角】【四边形的外角和定理】【多边形】【凸多边形】【多边形的边、顶点、角】【多边形的对角线】【多边形的外角】【多边形内角和定理】

【多边形的外角和定理】【平行四边形】
 【平行四边形的性质定理】【两平行线间的距离】
 【夹在平行线间的平行线段的性质】
 【平行四边形的判定定理】【矩形】
 【矩形的性质】【推论】
 【矩形的判定定理】
 【菱形】
 【菱形的性质】
 【菱形的判定定理】
 【正方形】
 【正方形的性质定理】
 【正方形的判定】
 【中心对称】
 【中心对称的性质】
 【中心对称性质的逆定理】
 【中心对称图形】
 【梯形】
 【直角梯形】
 【等腰梯形】
 【等腰梯形的性质】
 【等腰梯形的判定定理】
 【平行线等分线段定理】
 【平行线等分线段定理的推论】
 【三角形的中位线】
 【三角形中位线定理】
 【梯形的中位线】
 【梯形中位线定理】

5. 相似形 69

【线段的比】
 【比的前项与后项】
 【比例尺】
 【成比例线段】
 【比例的项、比例外项、比例内项、第四比例项】
 【比例中项】
 【比例的基本性质】
 【比例的基本性质的推论】
 【合比性质】
 【等比性质】
 【黄金分割】
 【平行线分线段成比例定理及推论】
 【三角形一边的平行线的判定和性质】
 【相似三角形】
 【相似比】
 【三角形相似的判定定理】
 【直角三角形相似的判定定理】
 【相似三角形的性质定理】

6. 解直角三角形 75

【正弦和余弦】
 【互为余角的正、余弦值】
 【正切】
 【锐角三角函数】
 【特殊角三角函数值】
 【同角三角函数间的关系】
 【用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角】
 【解直角三角形】
 【直角三角形中的边角关系】
 【解直角三角形的四种基本类型】
 【应用中常用的角】
 【任意三角

形的面积公式】

7. 圆 81

【圆】
 【点与圆的位置关系】
 【弦】
 【弧】
 【半圆】
 【优弧】
 【劣弧】
 【弓形】
 【同心圆】
 【等圆】
 【等弧】
 【点的轨迹】
 【基本轨迹】
 【确定圆的条件】
 【三角形的外接圆】
 【反证法】
 【圆的对称性】
 【垂径定理】
 【圆心角】
 【弦心距】
 【圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理及推论】
 【 1° 的弧】
 【圆心角的度数与其所对弧的度数的关系】
 【圆周角】
 【圆周角定理及推论】
 【圆内接多边形】
 【圆内接四边形性质定理】
 【直线与圆的位置关系】
 【直线与圆的位置关系的判定】
 【切线的判定定理】
 【切线的性质定理及推论】
 【三角形的内切圆】
 【多边形的内切圆】
 【切线长】
 【切线长定理】
 【弦切角】
 【弦切角定理及推论】
 【相交弦定理及推论】
 【切割线定理及推论】
 【圆和圆的位置关系】
 【两圆位置关系的判定】
 【连心线】
 【连心线的性质】
 【两圆的公切线】
 【公切线的性质】
 【正多边形】
 【正多边形和圆的关系定理】
 【正多边形的性质定理】
 【正多边形的中心】
 【正多边形的半径】
 【正多边形的边心距】
 【正多边形的中心角】
 【正多边形的内角】
 【正多边形的外角】
 【正 n 边形的对称性】
 【正多边形的相似性】
 【正多边形的计算】
 【圆周长】
 【弧长】
 【圆面积】
 【扇形面积】
 【弓形面积】
 【圆柱的形成】
 【圆柱的侧面展开图】
 【圆柱的侧面积】
 【圆锥的形成】
 【圆锥的侧面展开图】
 【圆锥的侧面积】

几种常见的中考新题型 98

第二部分 物理

一、长度测量和 简单运动

1. 长度的测量 103
【长度单位】【正确使用刻度】【误差】
【长度的特殊测量】
2. 简单的运动 104
【机械运动】【运动和静止】【匀速直线运动】
【速度】【平均速度】【路程和时间的计算】

二、声现象

1. 声音的发生和传播 106
【声音的发生】【声音的传播】
2. 声音三特征 106
【音调】【响度】【音色】
3. 噪声的危害和控制 106
【噪声】【噪声的危害】【减弱噪声】

三、热现象

1. 温度、温标和温度计 107
【温度】【温标】【摄氏温标】【温度计】
2. 熔化和凝固 108
【熔化】【凝固】
3. 汽化和液化 108
【汽化和液化】【气体液化条件】
【蒸发】【沸腾】【沸点】
【蒸发与沸腾的异、同】

4. 升华与凝华 109
【升华】【凝华】

四、光的初步知识

1. 光的直线传播 110
【光源】
【光的直线传播】
【光速】
2. 光的反射 110
【光的反射定律】
【镜面反射和漫反射】
【平面镜】
【球面镜】
3. 光的折射 111
【光的折射】
【透镜】

五、质量和密度

1. 质量 115
【质量】
【天平】
2. 密度 116
【密度】
【密度公式】
【密度的测定】
【密度的应用】
【密度的综合应用计算题】

六、力和运动

1. 力 121
【力的概念】
【力的测量】
【力的图示】
【重力】
【摩擦力】
2. 二力的合成 123
【合力】
【同一直线上二力的合成法则】
3. 牛顿第一定律、惯性 123
【牛顿第一定律】
【惯性】

4. 二力平衡	124	运动】【扩散】【分子力】
【力的平衡】【二力平衡条件】		
七、压强		
1. 压力、压强	125	2. 物体内能
【压力】【压强】		134
2. 液体压强	126	【物体内能】【分子动能】【分子热能】
【液体压强规律】【液体压强公式】		【物体内能改变的两种形式】
3. 大气压	128	3. 热传递
【大气压强】		136
八、浮力		【热传递】
1. 浮力	128	4. 热量
【浮力】【浮力存在实验】【浮力产生原因】		136
2. 阿基米德原理	129	【热量】
【阿基米德原理】【阿基米德原理公式】		5. 燃烧值
3. 物体的浮沉	129	137
【物体的浮沉条件】【浮力的应用】		【燃烧值】【炉子效率】
九、简单机械、功和机械能		6. 比热容
1. 简单机械	130	138
【杠杆】【轮轴】【定滑轮】【动滑轮】【滑轮组】		【比热容】【热量计算】
2. 功和功率	131	7. 能量守恒定律
【功】【功率】【功的原理】【机械效率】		139
3. 机械能	132	【能量守恒定律】
【能量】【动能】【势能】【机械能】【机械能的转化】		十一、电路
十、分子运动论、内能		1. 电荷
1. 分子运动论	134	139
【分子运动论的基本内容】【分子热		【电荷】【两种电荷】【电量】
		2. 摩擦起电
		140
		【摩擦起电】【原子结构】【摩擦起电的原因】【接触起电】【电中和】
		3. 电流
		141
		【电流】【电流方向】【电源】【导体和绝缘体】
		4. 电路
		142
		【电路】【电路图】【串联电路、并联电路】【识别串联电路、并联电路的方法】
		十二、欧姆定律
		1. 电流强度
		145
		【电流强度】【电流表】
		2. 电压
		146
		【电压】【电压表】
		3. 电阻
		150

【电阻】【变阻器】【电阻的测定】	
4. 欧姆定律	152
【欧姆定律】	
5. 电阻的串联和并联	153
【电阻的串联】【电阻的并联】	
十三、电功和电功率	
1. 电功	154
【电功】	
2. 电功率	155
【电功率】【额定功率】【测定灯泡功率】	
3. 焦耳定律	157
【焦耳定律】【电热的作用】	
4. 电路计算	158
【电路计算的依据】【电路计算的思路】【综合应用题计算】	
十四、生活用电	
1. 家庭电路	162
【家庭电路】【测电笔】【家庭电路安装】【家庭电路中电流过大的原因】	
2. 安全用电	163
【安全用电】【触电原因】【触电急救】	
十五、电和磁	
1. 简单磁现象	163
【磁性】【磁极】【磁化】	
2. 磁场	163
【磁场】【磁场方向】【磁感线】【地磁场】	
3. 电流磁场	164
【电流磁场】【通电螺线管磁场】【电磁铁】【电磁继电器】	
4. 电磁感应	165
【电磁感应】【发电机】	
5. 磁场对电流的作用	166
【通电导体在磁场中受力作用】【电动机】	
附录	
1. 常用的物理常数	167
2. 常用物理量及其单位表	167
3. 常用物理概念、规律的公式	169
4. 常用的物理数据表	170

第三部分 化学

一、空气 氧

1. 物质的变化和物质的性质

..... 173

【物理变化和化学变化】【物理性质和化学性质】

2. 空气

【空气的成分】【空气的污染】【空气

污染防治】【稀有气体】

3. 氧气 175

【氧气的性质】【木炭、硫、磷、铁、石蜡在空气中或氧气中燃烧的比较】【氧气的用途】【化合反应与氧化反应】【氧气的实验室制法】【催化剂】【催化作用】【分解反应】【氧气的工业制法】【燃烧的条件】【燃烧、爆炸、缓慢氧化、自燃等概念的区别与联系】

二、分子和原子

1. 分子 180

【分子】

2. 原子 180

【原子】【分子与原子的比较】【用原子、分子的观点来理解物理变化和化学变化】【原子结构】【相对原子质量】

3. 元素、元素符号 182

【元素】【元素与原子的比较】【元素符号】【元素的名称】

4. 物质的简单分类 183

【混合物】【纯净物】【单质】【化合物】【氧化物】

5. 化学式、式量 185

【化学式】【化学式的意义】【式量】【根据化学式的简单计算】

三、水 氢

1. 水 186

【水资源的保护】【水污染源】【水的电解实验】

2. 氢气 187

【氢气的性质和用途】【氢气的工业制法】【氢气的实验室制法】【置换反应】

【原子团】

3. 氧化还原反应 188

【氧化反应和还原反应】【氧化剂、还原剂、氧化性、还原性】

4. 核外电子排布的初步知识

..... 189

【原子核外电子的分层排布】【原子结构示意图】【原子结构与元素性质的关系】【离子】【离子化合物】【共价化合物】

5. 化合价 191

【化合价】【元素化合价的一般规律】【常见化合价口诀】【根据化合价书写及判断化学式的方法】

四、化学方程式

1. 质量守恒定律 192

【质量守恒定律的内容】【用原子、分子的观点来解释质量守恒定律】

2. 化学方程式 192

【化学方程式】【书写化学方程式注意事项】【化学方程式表达的含义】【书写化学方程式步骤】【配平化学方程式的方法】

3. 根据化学方程式的计算 ...

..... 195

【根据化学方程式计算的步骤】【计算过程中要注意的问题】

五、碳和碳的化合物

1. 碳的几种单质 196

【碳的单质】【金刚石和石墨的特性、用途】【木炭和活性炭的吸附能力】【单质碳的化学性质】

2. 二氧化碳 196

【二氧化碳的性质和用途】【二氧化碳的实验室制法】【二氧化碳的工业制法】

3. 一氧化碳 197

【一氧化碳的性质和用途】【氢气、碳、一氧化碳化学性质的比较】

4. 碳酸钙 198

5. 甲烷、酒精、醋酸 198

【无机物和有机物】【甲烷】【酒精、甲醇、醋酸】

6. 煤和石油 199

【煤】【石油】

六、铁

1. 铁的性质 200

【铁的物理性质】【铁的化学性质】

【铁制品的防锈】

2. 生铁和钢 200

【合金】【生铁和钢的比较】

3. 关于不纯物质的计算 200

4. 关于质量差的计算 202

七、溶液

1. 溶液 202

【溶剂、溶质、溶液、悬浊液、乳浊液、胶体】【溶液、悬浊液、乳浊液、胶体的比较】【饱和溶液与不饱和溶液】【饱和溶液、不饱和溶液与浓溶液、稀溶液的比较】

2. 溶解度 204

【固体的溶解度】【气体的溶解度】

【影响溶解度的外界因素】【物质的溶解性】【溶解度曲线】

3. 过滤、结晶 206

【过滤】【结晶】【过滤与结晶的比较】

4. 溶质的质量分数 207

【溶质的质量分数】【溶液稀释前后溶液质量、溶剂质量和溶质质量的关系】

【有关溶解度及溶质质量分数的计算】

【物质的溶解度与溶液溶质质量分数的比较】【液体的体积分数】

八、酸、碱、盐

1. 酸、碱、盐溶液的导电性 ...

..... 209

【酸、碱、盐导电与金属导电的比较】

2. 酸、碱、盐电离的特点 ... 209

【物质的分类】【电离】【酸、碱、盐电离的特点】

3. 酸 209

【酸的命名和分类】【酸的化学性质】

【指示剂在酸、碱溶液里的颜色变化】【溶液的 pH】【金属活动性顺序】

4. 碱 212

【碱与碱的分类】【碱的化学性质】

5. 盐 212

【盐的分类和命名】【盐的溶解性】

【盐的化学性质】【复分解反应发生的条件】【化学反应的四种基本反应类型的比较】【结晶水与结晶水合物】【风化与潮解】【化学肥料】

6. 酸性、碱性氧化物 216

【酸性氧化物】【酸性氧化物的化学性质】【碱性氧化物】【碱性氧化物的化学性质】

7. 单质、氧化物、酸、碱、盐的转化关系 216

【单质、氧化物、酸、碱、盐转化关系】

九、化学计算

1. 根据化学式的计算 218

【根据化学式计算物质的式量】【根据化学式计算物质中各元素的质量比】
【根据化学式计算物质中各元素的质量分数】
【根据化学式计算一定量的物质中所含某元素(或某成分)的质量】
【根据元素的质量分数或质量比求化学式】

2. 关于固体溶解度的计算 ... 220

【求一定温度下饱和溶液中溶质、溶剂、溶液的质量比】
【一定温度下的饱和溶液中溶质、溶剂、溶液质量与溶解度的相互换算】
【温度不变,饱和溶液中溶剂量的变化与溶质量变化的计算】

3. 有关溶液浓度的计算 ... 221

【溶剂、溶质、溶液质量与溶质质量分数之间的换算】
【溶质质量分数与溶液体积、密度的关系】
【饱和溶液中溶质质量分数与溶解度(s)的换算】
【溶液的混合与稀释的计算】

4. 根据化学方程式的计算 ... 223

【反应物和生成物均为纯净物的计算】
【反应物或生成物为不纯物质的计算】
【综合计算】

十、化学实验

1. 常用仪器的主要用途与使用
注意事项 229
2. 初中化学中几种常见气体的
检验 234
3. 初中化学中有气体生成的反
应 235
4. 初中化学中有沉淀生成的反
应 236
5. 初中化学中有颜色变化的反
应 236
6. 氧气、氢气、二氧化碳气体的
制备与收集 237

附表

附表 3-1 相对原子质量表 239

附表 3-2 部分酸、碱和盐的 溶解性表(20℃) 240

第一部分 数 学

一、代 数

1. 代数初步知识

【代数式】 用基本运算符号把数、表示数的字母连结而成的式子叫做代数式.

说明:

(1) 基本运算包括加、减、乘、除、乘方、开方六种. 其中, 加、减属第一级运算, 乘、除属第二级运算, 乘方、开方属第三级运算; 混合运算总是先从高一级开始.

(2) 由于代数式里的每个字母都表示数, 因此, 有关的运算律也适用于代数式.

(3) 代数式中出现的乘号, 通常可写成“ $\cdot$ ”或省略不写. 例如, $a \times b$ 写成 $a \cdot b$ 或写成 ab , 但数字与数字相乘一般仍用“ $\times$ ”号. 代数式中出现除法运算时, 一般按照分数的写法来写. 例如, $s \div t$ 写作 $\frac{s}{t}$.

(4) 单独一个数字或者字母也是代数式.

【列代数式】 把问题中与数量有关的词语, 用含有数、字母和基本运算符号的式子表示出来, 就是列代数式.

例 1 “ a 的 2 倍与 b 的和”用代数式表示是().

(A) $a^2 + b$ (B) $2a + b$

(C) $2(a+b)$ (D) $a+2b$

(2000年福建省厦门市中考题)

答案: (B).

例2 有一列数: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... 当按顺序从第2个数数到第6个数时, 共数了____个数; 当按顺序从第 m 个数数到第 n 个数($n > m$)时, 共数了____个数.

(2000年江西省中考题)

答案: $5; n-m+1$.

例3 甲、乙两地相距10千米, 汽车从甲地到乙地, 每小时行驶 v 千米, 用代数式表示汽车从甲地到乙地所需的时间为____小时.

(2000年浙江省杭州市中考题)

答案: $\frac{10}{v}$.

例4 观察下列等式

$$1^3 = 1^2$$

$$1^3 + 2^3 = 3^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$$

...

想一想等式左边各项幂的底数与右边幂的底数有什么关系? 猜一猜可以引出什么规律, 并把这种规律用等式写出来.

(2000年黑龙江省中考题)

$$\begin{aligned} \text{解 } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 \\ &= (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2 \\ &= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2. \end{aligned}$$

【代数式的值】 用数值代替代数式里的字母, 按照代数式指明的运算, 计算出的结果叫做代数式的值.

例1 若代数式 $2x^2 + 3x + 7$ 的值为8, 则代数式 $4x^2 + 6x - 9$ 的值是().

(A) 2 (B) -17

(C) -7 (D) 7

(2000年湖北省荆州市中考题)

答案: (C).

例2 先化简, 再求值:

$$\left(1 + \frac{1}{a-1}\right) \div \frac{a}{a^2-1},$$

其中 $a = -2$.

(2000年湖南省长沙市中考题)

解 原式 = $a+1$ (过程略)

当 $a = -2$ 时, 原式 = -1.

说明:

(1) 当代数式中的字母取定某个值时, 代数式的值也就惟一确定了, 并且随字母表示的数值不同而变化.

(2) 在求代数式的值的过程中, 不能省略将字母表示的数代入代数式的这个步骤; 代入后, 运算时, 要注意运算顺序.

(3) 当代数式比较复杂时, 往往是先化简, 再代入求值.

(4) 如果代数式中省略乘号, 代入后需添上乘号.

【公式】 用数学形式表示各个量之间一定关系(如定律或定理)的式子,称为公式.如

$$\text{距离} = \text{速度} \times \text{时间}$$

就是一个公式.习惯上用 s 表示距离, v 表示速度, t 表示时间,则上述公式就是

$$s = vt$$

这不但形式简单,且便于应用.

例 1 一定质量的二氧化碳,它的体积 $V = 5 \text{ m}^3$, 密度 $\rho = 1.98 \text{ kg/m}^3$ (注:质量、体积、密度之间的关系为:密度 = $\frac{\text{质量}}{\text{体积}}$),求 ρ 与 V 的函数关系式.

(2000 年福建省厦门市中考题)

$$\begin{aligned} \text{解 } \because \text{质量 } m &= 1.98 \times 5 \\ &= 9.9 \end{aligned}$$

$$\therefore \rho = \frac{9.9}{V}.$$

例 2 某下岗职工购进一批苹果,到集贸市场零售,已知卖出的苹果数量 x 与售价 y 的关系如下表:

数量 x (千克)	售价 y (元)
1	$2 + 0.1$
2	$4 + 0.2$
3	$6 + 0.3$
4	$8 + 0.4$
5	$10 + 0.5$

用 x 表示 y 的公式是_____.

(2000 年河南省中考题)

$$\text{解 } y = (2 + 0.1)x = 2.1x.$$

2. 有理数

【正数】 大于 0 的数叫做正数.

【负数】 在正数前面加上“-”号的数叫做负数.

说明:

0 既不是正数,也不是负数.

【整数】 正整数、0、负整数统称整数.

【分数】 正分数、负分数统称分数.

【有理数】 整数和分数统称为有理数.

【数轴】 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

说明:

(1) 在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大.

(2) 正数都大于 0, 负数都小于 0; 正数大于一切负数.

【相反数】 只有符号不同的两个数,其中一个数就是另一个数的相反数(这两个数叫互为相反数).零的相反数是零.

说明: 数 a 的相反数是 $-a$, a

与 $-a$ 互为相反数.

例 -3 的相反数是().

(2000 年北京市海淀区中考题)

(A) -3 (B) $-\frac{1}{3}$

(C) 3 (D) $\frac{1}{3}$

答案:(C).

【绝对值】 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. 一个正数的绝对值是它本身, 一个负数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零. 数 a 的绝对值记为 $|a|$.

即:

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

例 $-\frac{1}{5}$ 的绝对值是().

(2000 年北京市宣武区中考题)

(A) -5 (B) $-\frac{1}{5}$

(C) $\frac{1}{5}$ (D) 5

答案:(C).

【有理数大小的比较】 正数都大于零, 负数都小于零, 正数大于一切负数; 两个正数中, 绝对值较大的数大; 两个负数中, 绝对值大的数反而小.

【有理数加法法则】

(1) 同号两数相加, 取相同的符

号, 并把绝对值相加.

(2) 绝对值不相等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并且较大的绝对值减去较小的绝对值; 互为相反数的两个数相加得 0.

(3) 一个数同 0 相加, 仍得这个数.

【加法交换律】

$$a + b = b + a$$

【加法结合律】

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

【有理数减法法则】 减去一个数, 等于加上这个数的相反数.

$$\text{即: } a - b = a + (-b)$$

说明:

(1) 有理数减法是加法的逆运算.

(2) 有理数减法法则就是把减法转化为加法, 然后按加法法则进行计算.

【有理数乘法法则】

(1) 两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘.

(2) 任何数同零相乘都得零.

(3) 几个不等于零的数相乘, 积的符号由负因数的个数决定. 当负因数有奇数个时, 积为负; 当负因数有偶数个时, 积为正.

$$\text{【乘法交换律】 } ab = ba$$

【乘法结合律】

$$(ab)c = a(bc)$$

【乘法对加法的分配律】

$$a(b+c) = ab+ac$$

【倒数】 乘积为1的两个数互为倒数.

说明:

(1) 如果 $a \neq 0$, 并且 $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, 那么 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$, a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数.

(2) 0 没有倒数.

例 $|- \frac{4}{5}|$ 的倒数是().

(2000年贵州省遵义市中考题)

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{4}{5}$

(C) $\frac{5}{4}$ (D) $-\frac{5}{4}$

答案:(C).

【有理数除法法则】

(1) 除以一个数等于乘以这个数的倒数, 即:

$$a \div b = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0).$$

说明: 0 不能作除数.

(2) 两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除.

(3) 零除以任何一个不等于零的数都得零.

【乘方】 求 n 个相同因数积的运算, 叫乘方. 乘方的结果叫做幂. 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数.

$$\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \uparrow} = \overset{\text{底数}}{\underset{\text{幂}}{a^n}}$$

说明:

(1) a^n 看作运算, 读作 a 的 n 次方; a^n 看作运算结果, 读作 a 的 n 次幂.

(2) 习惯上把 a^2 叫做 a 的平方, a^3 叫做 a 的立方.

(3) 正数的任何次幂都是正数; 负数的奇次幂是负数, 负数的偶次幂是正数.

(4) 表示分数和负数的乘方时, 底数必须用括号括起来. 例如, $\frac{2}{3}$ 的平方写成 $(\frac{2}{3})^2$, -0.2 的立方写成 $(-0.2)^3$.

【有理数的运算顺序】 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减, 如果有括号, 就先算括号里面的.

例 计算 $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \div 1 - \frac{1}{6} + (\frac{1}{4} - \frac{1}{5})^0$ 的结果是().

(A) 0 (B) $\frac{37}{36}$

(C) $\frac{21}{20}$ (D) 2

(2000年山东省青岛市中考题)

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= (\frac{3}{6} - \frac{2}{6}) \div \frac{1}{6} + 1 \\ &= \frac{1}{6} \times 6 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$