

中等专业学校试用教材

电路基础

下册

李树燕 主编

高等教育出版社

中等专业学校试用教材

电 路 基 础

(下 册)

李树燕 主编

·
高 等 教 育 出 版 社 出 版

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

·
开本 850×1168 1/32 印张 6.625 字数 158,000

1988年10月第1版 1988年10月第1次印刷

印数 0001—4,910

ISBN 7-04-000626-X/TM·45

定价 1.65 元

目 录

第六章 谐振电路	1
§ 6-1 串联电路的谐振	1
§ 6-2 串联谐振电路的谐振曲线	9
§ 6-3 串联谐振电路的通频带	13
§ 6-4 并联电路的谐振	18
§ 6-5 并联谐振电路的谐振曲线和通频带	23
§ 6-6 复杂的并联谐振电路	26
本章小结	30
习题	33
第七章 非正弦周期性电流电路	35
§ 7-1 非正弦周期波的产生	36
§ 7-2 非正弦周期波的分解	37
§ 7-3 周期信号的频谱	46
§ 7-4 非正弦周期波的最大值、平均值和有效值	52
§ 7-5 线性非正弦周期性电流电路的分析与计算	56
§ 7-6 非正弦周期性电流电路的功率	65
本章小结	69
习题	72
第八章 线性动态电路的分析	74
§ 8-1 动态电路的过渡过程与换路定律	74
§ 8-2 $R-C$ 串联电路的零输入响应	80
§ 8-3 直流激励下 $R-C$ 串联电路的零状态响应	85
§ 8-4 $R-L$ 串联电路的动态分析	95
§ 8-5 一阶电路的全响应	103
§ 8-6 一阶电路的三要素法	106

§ 8-7 $R-L-C$ 串联电路的零输入响应	116
本章小结	124
习题	127
第九章 二端口网络	134
§ 9-1 二端口网络的一般概念	134
§ 9-2 二端口网络的基本方程和参数	137
§ 9-3 二端口网络的输入阻抗、输出阻抗和传输函数	148
§ 9-4 线性二端口网络的等效电路	153
§ 9-5 二端口网络的特性阻抗与传输常数	158
§ 9-6 相移器、衰减器和滤波器简介	164
本章小结	171
习题	173
附录 I 互感耦合谐振回路	176
§ 附 1-1 互感耦合谐振回路的等效电路	176
§ 附 1-2 互感耦合回路的调谐	180
§ 附 1-3 互感耦合双调谐回路的次级电流谐振曲线	187
§ 附 1-4 互感耦合双调谐回路的通频带	189
附录 II 磁路	191
§ 附 2-1 磁路和磁路定律	191
§ 附 2-2 磁路的计算	196
习题答案	204

第六章 谐振电路

在第四章正弦电流电路的稳态分析中，我们提到了串联电路和并联电路的谐振现象。谐振电路在电子技术中有着广泛的应用。例如在收音机和电视机中，利用谐振电路的特性来选择所需的电台信号和抑制某些干扰信号。在电子测量仪器中，利用谐振电路的特性来测量线圈和电容器的参数等。

谐振电路多用作选频电路，因此频率 f 是分析谐振电路的一个重要参数。本章主要从频率特性这个角度来分析谐振电路。

§ 6-1 串联电路的谐振

一、串联电路的谐振现象

图 6-1 所示的 $R-L-C$ 串联电路，在外加角频率为 ω 的正弦电压作用下，该串联电路的复阻抗为

$$\begin{aligned} Z &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \\ &= R + j(X_L - X_C) \\ &= R + jX = |Z|/\varphi \end{aligned}$$

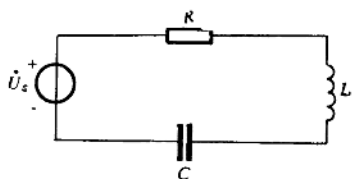


图 6-1 串联谐振电路

其中

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

回路中的电流为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z} = \dot{U}_s Y$$

当电路中电源电压的角频率 ω 、电路的参数 L 和 C 满足一定的条件,恰好使感抗和容抗大小相等时,即 $X_L = X_C$ 时,则电路中的电抗为零, $X = X_L - X_C = 0$ 。电路出现的这种现象称为谐振现象。此时电路中的电流和电源电压就出现了同相位的情况。

在 $R-L-C$ 串联电路中,电压与电流的参考方向一致的情况下,电路端电压与电路电流的相位同相的这种现象称为串联谐振(series resonance)。在工程技术中,对工作在谐振状态下的 $R-L-C$ 串联或并联电路常称为谐振回路。

二、串联谐振的条件

由以上分析可知,串联电路发生谐振的条件是:

$$X = X_L - X_C = 0$$

即

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \boxed{\omega L = \frac{1}{\omega C}} \quad (6-1)$$

1. 如电感 L 和电容 C 固定不变时,可改变电源频率使电路谐振。

令串联谐振时的角频率为 ω_0 、频率为 f_0 ,则

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

从而

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \\ \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \end{array} \right\} \quad (6-2)$$

若 L 的单位为H, C 的单位为F,则 f_0 的单位为Hz。谐振时的角频率和频率仅决定于电路的电感和电容的量值,是电路所固有的。 f_0 和 ω_0 称为回路的固有频率和回路的固有角频率。当

电源频率等于回路的固有频率时, 电路出现谐振。

2. 当电源的频率一定时, 可改变电容和电感使电路谐振。

改变电容或电感, 都能改变电路的固有频率 f_0 , 使 f_0 等于电源频率, 电路就出现谐振现象。调节 L 或 C 使电路谐振的过程, 称为调谐。

调电感

$$L_0 = \frac{1}{\omega^2 C} \quad (6-3)$$

调电容

$$C_0 = \frac{1}{\omega^2 L} \quad (6-4)$$

均可使电路谐振。

例 6-1 在图 6-2 所示 $R-L-C$ 串联电路中, 已知 $L=500 \mu\text{H}$, 电容 C 为可变电容, 变化范围在 $12 \sim 290 \text{ pF}$, $R=10 \Omega$, 若外施信号源频率为 700 kHz , 则 C 应为何值时才能使电路发生谐振。

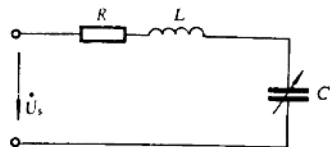


图 6-2 例 6-1 图

解 由于

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

所以

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$$

将有关数据代入上式, 求得电容为

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{(2\pi \times 700 \times 10^3)^2 \times 500 \times 10^{-6}} = \frac{1}{9.68} \times 10^{-9} \\ &= 103.5 \times 10^{-12} \text{ F} = 103.5 \text{ pF} \end{aligned}$$

例 6-2 某收音机的输入回路(调谐回路)可简化为由一电感元件和一可变电容串联组成的电路, 已知电感 $L=300 \mu\text{H}$, 今欲接收中央人民广播电台中波段的信号, 其频率范围是从 525 kHz

至 1605 kHz。试求电容 C 的变化范围。

解 串联谐振时有 $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, 故

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}$$

当 $f_{01} = 525 \text{ kHz}$ 时, 电路发生谐振, 则

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{(2\pi \times 525 \times 10^3)^2 \times 300 \times 10^{-6}} \\ &= 306 \times 10^{-12} \text{ F} = 306 \text{ pF} \end{aligned}$$

当 $f_{02} = 1605 \text{ kHz}$ 时, 电路又要发生谐振, 则

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{1}{(2\pi \times 1605 \times 10^3)^2 \times 300 \times 10^{-6}} \\ &= 32.7 \times 10^{-12} \text{ F} = 32.7 \text{ pF} \end{aligned}$$

故 C 的变化范围为: $32.7 \text{ pF} \sim 306 \text{ pF}$ 。

三、串联谐振的基本特征

1. 谐振时, 阻抗最小(导纳最大), 且为纯电阻。

因为谐振时, 其电抗 $X=0$, 所以 $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = R$ 为最小, 且为纯电阻。而 $|Y| = \frac{1}{|Z|}$ 则为最大, 且为纯电导。

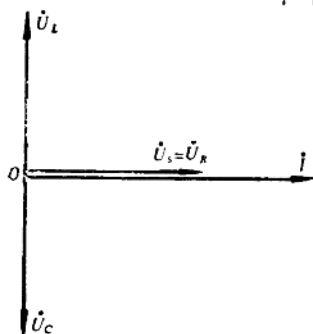


图 6-3 串联谐振时的相量图

2. 谐振时, 电路中电流最大, 且与外加电源电压同相。

若谐振时的电流、复阻抗和复导纳分别以 I_0 、 Z_0 和 Y_0 表示, 则

$$I_0 = \dot{U}_s Y_0 = \frac{\dot{U}_s}{Z_0} = \frac{\dot{U}_s}{R}$$

由于谐振时的 Y_0 为最大 (Z_0 为最小), 所以 I_0 为最大, 其相量图如图 6-3 所示。

3. 谐振时, 电路的电抗为零, 感抗和容抗相等并等于电路的特性阻抗 (characteristic impedance)。

由于谐振时,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

所以

$$\omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

$$\frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

故

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho \quad (6-5)$$

式中

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6-6)$$

ρ 称为回路的特性阻抗, 单位为 Ω 。它的大小只由构成电路的元件参数 L 和 C 决定, 而与谐振频率的大小无关。 ρ 是衡量电路特性的一个重要参数。

4. 谐振时, 电感与电容两端电压相等, 且相位相反。其大小为电源电压 U_s 的 Q 倍。

若以 U_{L0} 和 U_{C0} 分别表示 L 和 C 两端在谐振时的电压, 则

$$U_{L0} = I_0 X_L = \frac{\omega_0 L}{R} U_s = \frac{\rho}{R} U_s$$

$$U_{C0} = I_0 X_C = \frac{1}{\omega_0 C R} U_s = \frac{\rho}{R} U_s$$

若令

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{\rho}{R} \quad (6-7)$$

所以

$$U_{L0} = U_{C0} = Q U_s \quad (6-8)$$

由于谐振时, $U_{L0}=U_{C0}=QU_s$, 所以串联谐振又称为电压谐振(voltage resonance)。

谐振时, 回路中电感(或电容)的无功功率与回路中有功功率之比值; 或者是回路中的感抗值(或容抗值)即串联谐振电路的特性阻抗 ρ 与回路电阻的比值定义为串联谐振回路的品质因数(quality factor), 用 Q 来表示, 即

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad (6-9)$$

回路的 Q 值一般在 $50 \sim 200$ 之间, 高质量回路的 Q 值在 $200 \sim 500$ 之间, 甚至大于 500 , 因此, 即使外加电源电压不大, 在谐振时, 回路元件上的电压仍可能很高, 这就必须注意到元件的耐压问题。

例 6-3 已知 $R-L-C$ 串联电路中的 $L=30 \mu\text{H}$, $C=211 \text{ pF}$, $R=9.4 \Omega$, 电源电压 $U_s=100 \mu\text{V}$, 若电路产生串联谐振。试求电源频率 f_0 , 回路的特性阻抗 ρ , 回路的品质因数 Q 及 U_{C0} 。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{30 \times 10^{-6} \times 211 \times 10^{-12}}} \\ &= 2 \times 10^6 \text{ Hz} = 2 \text{ MHz} \end{aligned}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{30 \times 10^{-6}}{211 \times 10^{-12}}} = 377 \Omega$$

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{377}{9.4} = 40$$

$$U_{C0} = QU_s = 40 \times 100 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-3} \text{ V} = 4 \text{ mV}$$

四、串联谐振时的能量关系

在图 6-1 中, 串联谐振时, 设电源电压为

$$u_s = U_{ms} \sin \omega_0 t$$

则回路电流为

$$i_0 = \frac{U_{ms}}{R} \sin \omega_0 t = I_{m0} \sin \omega_0 t$$

回路电阻 R 上消耗的瞬时功率为

$$p_R = i_0^2 R = R I_{m0}^2 \sin^2 \omega_0 t \quad (6-10)$$

电源供给谐振回路的瞬时功率为

$$p - u_s i_0 = U_{ms} I_{m0} \sin^2 \omega_0 t = R I_{m0}^2 \sin^2 \omega_0 t \quad (6-11)$$

由式(6-10)和(6-11)可以看出: 电源供给谐振回路的功率全部消耗在电阻上, 变为热能而耗散掉。此时, 电感中所储藏的磁场能量为

$$W_L = \frac{1}{2} L i_0^2 = \frac{1}{2} L I_{m0}^2 \sin^2 \omega_0 t \quad (6-12)$$

谐振时, 电容上电压为

$$u_{C0} = \frac{I_{m0}}{\omega_0 C} \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) = -U_{mC} \cos \omega_0 t$$

其中

$$U_{mC} = \frac{1}{\omega_0 C} I_{m0}$$

由于是串联谐振, 由式(6-5)知

$$U_{mC} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_{m0}$$

在电容中储藏的电场能量为

$$W_C = \frac{1}{2} C u_{C0}^2 = \frac{1}{2} C U_{mC}^2 \cos^2 \omega_0 t$$

代入 $U_{mC} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_{m0}$, 则

$$W_C = 1/2 L I_{m0}^2 \cos^2 \omega_0 t \quad (6-13)$$

将式(6-12)和(6-13)相加, 得到储藏在电场和磁场中的总能量为

$$W = W_L + W_C = \frac{1}{2} L I_{m0}^2 = \text{常数} \quad (6-14)$$

由此可见,串联回路在谐振时,储藏在磁场与电场中的总能量保持恒定。

图 6-4 给出了 W_L 和 W_C 随时间变化的曲线。由图中可看出,在 $i_0=0$ 的瞬间,磁场能量等于零,全部能量都集中在电容中;经过 $1/4$ 周期后,即在 u_C 等于零的瞬间,电场能量等于零,于是全部能量又都集中在电感中。每当能量转换一次,在电阻上必然有能量损耗,这消耗的能量由电源补充供给。

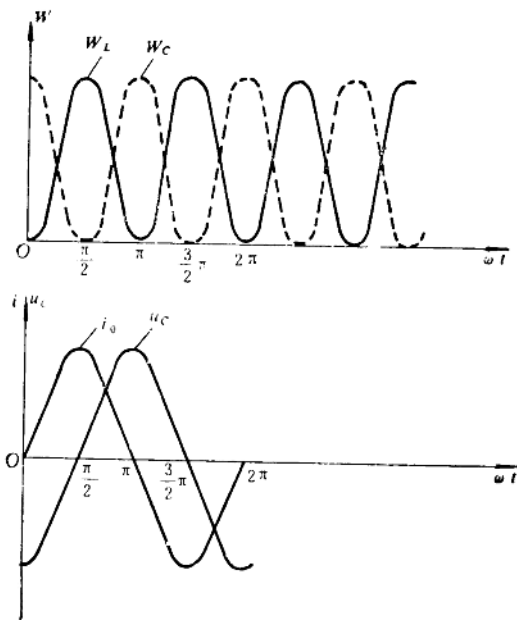


图 6-4 串联谐振回路中的能量关系

总之,在谐振回路中,电能与磁能以振荡的形式互相转换着,总的储存能量保持不变。而电源供给电路的能量,全部转化为电阻 R 上消耗的热能。

§ 6-2 串联谐振电路的谐振曲线

对于一个 $R-L-C$ 串联电路, 当外施电压的频率变动时, 电路中的电流、电压、阻抗、导纳等都将随频率而改变, 这种随频率变化的关系, 称为频率特性。其中表明电流、电压与频率关系的曲线, 称为谐振曲线。图 6-5 给出了电抗和阻抗随频率变化的曲线。

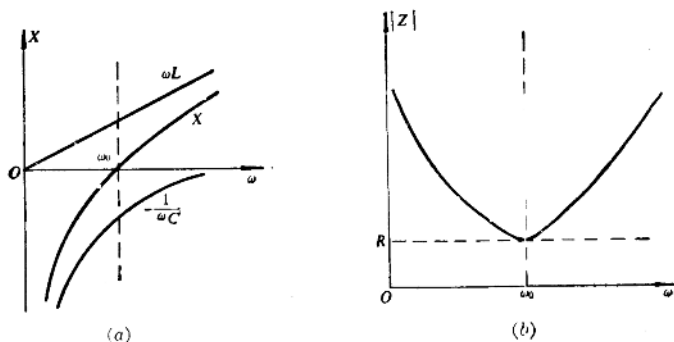


图 6-5 串联回路的 $X-\omega$ 和 $|Z|-\omega$ 曲线

在图 6-1 中, 回路电流为

$$i = \frac{\dot{U}_s}{Z} = \dot{U}_s Y$$

它的有效值为

$$I = \frac{U_s}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_s}{|Z|} = U_s |Y| \quad (6-15)$$

由于回路电抗 X 随 ω 变化, 所以 $|Z|$ 与 $|Y|$ 亦随 ω 变化, 导致回路电流有效值的大小亦随 ω 而变化。 $I-\omega$ 曲线如图 6-6 所示。串联谐振回路中电流有效值大小随电源频率变化的曲线称为串联谐振回路的电流幅频曲线或称电流谐振曲线(resonance curve)。

从图 6-6 中可以看出 当 $\omega = \omega_0$ 时, 回路电流达到最大值, 即

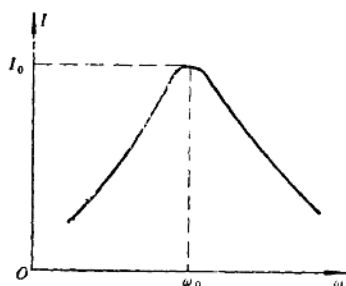


图 6-6 $I-\omega$ 曲线

$$I = I_0 = \frac{U_s}{R}。当 \omega 偏离 \omega_0$$

时, 由于电抗 X 的增加, 使回路导纳 $|Y|$ 减小 (或回路阻抗 $|Z|$ 增大), 电流下降; ω 偏离 ω_0 越远, 电流下降越大。电流谐振曲线表明, 由于串联谐振回路的谐振特性, 使它对 ω_0 附近的频率产生很大的电

流, 对远离 ω_0 的频率产生的电流却很小, 这表明串联谐振回路对不同频率的信号具有不同的响应, 这种响应说明串联谐振回路具有选择所需频率信号的能力, 即能把 ω_0 附近的无线电信号选择出来, 同时也能把远离 ω_0 的频率成分加以削弱和抑制。所以串联谐振回路可以用作选频电路。

下面进一步研究当外加电源电压有效值 U_s 及回路参数 L 和 C 不变, 而回路电阻 R 不同 (即回路 Q 值不同) 时的回路电流谐振曲线。由式 (6-15) 知

$$\begin{aligned} I &= \frac{U_s}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_s}{R \sqrt{1 + \left[\frac{\omega_0 L}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]^2}} \\ &= \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \end{aligned}$$

即

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (6-16)$$

为了使电流谐振曲线具有普遍意义和直观, 我们采用相对值

来作图,即以 $\frac{I}{I_0}$ 作为纵坐标,以 $\frac{\omega}{\omega_0}$ 作为横坐标,描出了与式 (6-16) 对应的不同 Q 值的电流谐振曲线如图 6-7 所示。

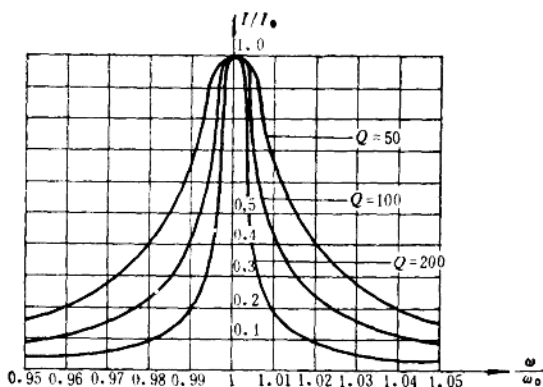


图 6-7 串联谐振回路的电流谐振曲线

从图上可以清楚地看到,较大的 Q 值对应着较尖锐的电流谐振曲线,而较尖锐的电流谐振曲线意味着有较高的回路选择性。所以回路 Q 值愈大,回路选择性就愈高。

在电子技术的实际应用中,回路的 Q 值一般是 $Q \gg 1$,因而电流谐振曲线比较尖锐。当信号频率 ω 远离 ω_0 时,回路电流已经很小了。这就是说,远离 ω_0 的信号对电路的影响基本上可以忽略不计。所以只考虑信号频率 ω 接近 ω_0 时的情况,在这种情况下可以认为 $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$, 于是

$$\begin{aligned} Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) &= Q \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega\omega_0} \approx Q \frac{2\omega_0(\omega - \omega_0)}{\omega\omega_0} \\ &= Q \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega_0} = Q \frac{2(f - f_0)}{f_0} = Q \frac{2\Delta f}{f_0} \end{aligned}$$

因此式(6-16)可简化为

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta f}{f_0} \right)^2}} \quad (6-17)$$

式中 $\Delta f = f - f_0$ 是频率离开谐振点的绝对值, 称为绝对失调; 而 $\frac{\Delta f}{f_0}$ 称为相对失调。

例 6-4 某晶体管收音机的输入回路是一个 $R-L-C$ 串联电路, 已知电路的品质因数 $Q=50$, $L=310 \mu\text{H}$, 电路调谐于 600 kHz, 信号在线圈中的感应电压为 1 mV。同时有一频率为 540 kHz 的电台在线圈中感应的电压也为 1 mV。试求二者在回路中产生的电流。

解 由于回路已对 600 kHz 信号谐振, 故 600 kHz 信号产生的回路电流为

$$I_0 = \frac{U_s}{R}$$

因为 $R = \frac{\omega_0 L}{Q}$, 因此

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{U_s Q}{\omega_0 L} = \frac{1 \times 10^{-3} \times 50}{2\pi \times 600 \times 10^3 \times 310 \times 10^{-6}} \\ &= 42.8 \times 10^{-6} \text{ A} = 42.8 \mu\text{A} \end{aligned}$$

频率为 540 kHz 的信号产生的电流可由式(6-17)求得:

$$\begin{aligned} I &\approx \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta f}{f_0} \right)^2}} \\ &= \frac{42.8}{\sqrt{1 + \left(50 \times \frac{120}{600} \right)^2}} \approx 4.28 \mu\text{A} \end{aligned}$$

本例表明, 由于回路对频率具有选择性, 使得感应电压值完全相同的两个信号在回路中产生的电流数值相差 10 倍。

§ 6-3 串联谐振电路的通频带

一、通频带的概念

由§ 6-2 讨论可知, 串联谐振回路对于频率具有一定的选择性, 而且回路 Q 值愈高, 电流谐振曲线愈尖锐, 选择能力愈强。也就是说, 选用 Q 值较高的谐振回路有利于从众多的各种信号中选择出我们所需要的信号而抑制其它信号的干扰。可是实际信号都具有一定的频率范围, 例如声频信号(语言、音乐等)的频率大约在 16 Hz 到 15 kHz 的范围内。无线电调幅广播电台所传送的信号占据了 9 kHz 的频率范围。这就是说, 一个实际的信号总是占有一定的频带宽度(即频率范围)。其中各频率成分的电压都具有一定的振幅, 彼此间保持了一定的比例。当信号通过某一电路时, 各频率成分的电压在回路中产生的电流, 其振幅如能保持原来电压振幅间的比例, 那么, 我们说信号通过该电路时没有产生幅度失真。当信号通过串联谐振回路时, 要保持信号不产生幅度失真, 则要求各频率成分的电压在回路中产生的电流保持原来的比例。如各频率的电压不相等, 彼此相差某一个倍数, 则希望所得到的各频率的电流也相差同一倍数。因此要求串联谐振电路对于具有相同振幅而频率不同的电压, 所产生的相应频率的电流其振幅也相同, 即电路的电流谐振曲线为一矩形, 如图 6-8(a) 所示。

实际上矩形的谐振曲线是无法得到的, 而一般的谐振曲线如图 6-8(b) 所示。

在实际应用中常把回路电流 $I \geq \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$ 的频率范围称为该回路的通频带 (pass-band) 并以 B 表示, 如图 6-8(b) 所示。通频带的边界频率为 f_2 和 f_1 , f_2 和 f_1 分别称为通频带的上、下边界频率。